كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : نظرية القياس

المحاضرة : الرابعة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

مبرهنة: الشرط اللازم والكافي حتى تكون الحلقة D من مجموعة ما غير خالية x هو أن تكون D مغلقة بالنسبة لعملية التتميم هو أن يكون $x \in D$

البرهان:

- لزوم الشرط: الفرض: D حلقة وهي مغلقة بالنسبة لعملية التتميم

الطلب: $x \in D$

كون بالفرض D مغلقة بالنسبة لعملية التتميم $\forall A \in D \Rightarrow \bar{A} \in D$

و D حلقة فهي مغلقة بالنسبة للاجتماع بالتالي $A \cup \bar{A} = X \in D$

- كفاية الشرط: الفرض: $x \in D$ و D حلقة.

المطلب: D مغلقة بالنسبة لعملية التتميم.

$$\forall A \in D \Rightarrow X - A = \bar{A} \in D$$

لدينا D حلقة فهي مغلقة بالنسبة لعملية الفرق التناظري

وبالتالي: D مغلقة بالنسبة لعملية التتميم.

التمرين الثاني: $f: X \to Y$ و K حلقة من المجموعات الجزئية من Y:

$$f^{-1}(K) = \{ f^{-1}(A) ; A \in K \}$$

برهن أن $f^{-1}(K)$ حلقة في X؟

الحل:

1. بما أن K حلقة في Y من الفرض فحسب تعريف الحلقة فإن K غير خالية أي تحوي عنصراً على الأقل مثل A_0 أي: $A_0 \in K$ وبالتالي:

$f^{-1}(A_0)$ عنصراً من $f^{-1}(K)$ $\Leftarrow$ $f^{-1}(A_0) \in f^{-1}(K)$ $\Leftarrow$ $f^{-1}(K)$ غير خالية

2. نأخذ B_1 و B_2 من $f^{-1}(K)$ فحسب تعريف $f^{-1}(K)$ يوجد A_1 و A_2 من K بحيث:

$$B_1 = f^{-1}(A_1) \quad \text{و} \quad B_2 = f^{-1}(A_2)$$

$$B_1 - B_2 = f^{-1}(A_1) - f^{-1}(A_2) = f^{-1}(\underbrace{A_1 - A_2}_{\in K}) \in f^{-1}(K)$$

$\Leftarrow f^{-1}(K)$ مغلقة بالنسبة للفرق.

3. $B_1 \cup B_2 = f^{-1}(A_1) \cup f^{-1}(A_2) = f^{-1}(\underbrace{A_1 \cup A_2}_{\in K}) \in f^{-1}(K)$

$\Leftarrow f^{-1}(K)$ مغلقة بالنسبة للاجتماع

بعد مناقشة الشروط ① و ② و ③ نجد أنّ $f^{-1}(K)$ حلقة

ملاحظة: من خواص التّابعة العكسيّة:

- $f^{-1}(A_1 \cup A_2) = f^{-1}(A_1) \cup f^{-1}(A_2)$
- $f^{-1}(A_1 - A_2) = f^{-1}(A_1) - f^{-1}(A_2)$
- $f^{-1}(\bar{A}) = \overline{f^{-1}(A)}$

فقط التابعة العكسيّة أمّا التابعة العاديّة فليس بالضرورة أن تحقّق هذه الخواص

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z