كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : نظرية البيان

المحاضرة : الثالثة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

الترابط في البيان $G(V,E)$:

نقول عن بيان إنّهُ مترابط إذا وجد مسار بين كل رأسين من رؤوس هذا البيان ويكون البيان غير مترابط خلاف ذلك.

* إذا كان البيان G غير مترابط فإنّ كل بيان جزئي مترابط من البيان G يدعى مركبة من مركبات هذا البيان، ويرمز بـ $k(G)$ لعدد مركبات هذا البيان.

إذا كان G مترابط فإنّ $k(G)=1$

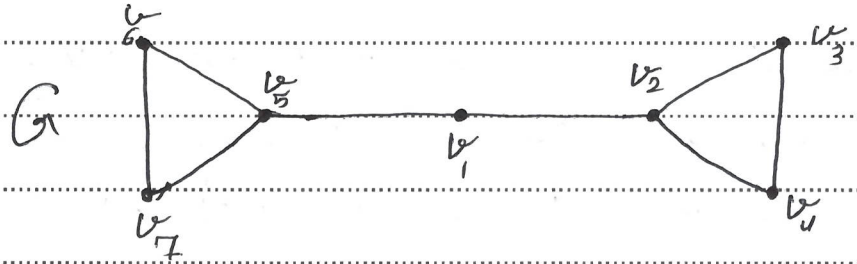
* المجموعة القاطعة:

نقول عن مجموعة من الرؤوس $U \subset V$ في البيان المترابط $G(V,E)$ إنها مجموعة قاطعة إذا تحقق $k(G-U)>k(G)$

كما نقول أنّ $v \in V$ رأس قاطع إذا تحقق:

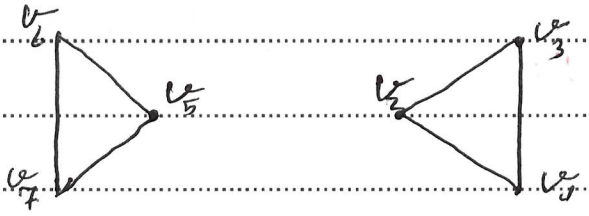
$$k(G-v) > k(G)$$

* عدد الترابط للبيان المترابط $G(V,E)$ هو أقل عدد من الرؤوس التي حذفها يصبح البيان المترابط بيان غير مترابط ويرمز له بالرمز $\gamma(G)$



$k(G)=1$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960



$G - v$

$K(G - v) = 2$

v : رأس قاطع .

و $\{u, v, w\}$ مجموعة قاطعة

برهنة

ليكن $G(V, E)$ بياناً مترابطاً، الرأس $v \in V$ هو رأس قاطع ، إذا كان هنالك رأسين u و w مختلفين عن v بحيث أن الرأس v يقع على مسار بينهما في البيان G.

الإثبات:

ليكن $G(V, E)$ بيان وليكن v رأس قاطع البيان G عندئذٍ $G - v$ هو بيان غير مترابط ، إذا كان الرأسين u, w من مركبتين مختلفتين في البيان $G - v$ عندئذٍ لا يوجد بينهما مسار في $G - v$، علماً أن G مترابط إذا يوجد بين u و w مسار في G وهذا المسار حتماً يمر بـ v.

بالعكس:

لنفرض أن هنالك رأسين u و w بحيث أن v يقع على كل مسار واصل بينهما عندئذٍ في G لا يوجد مساراً بين u, w إذاً كل رأس منهما ينتمي إلى مركبة في البيان $G - v$ إذاً

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$k(G-v) \geq 2$ وبالتالي $k(G-v) > k(G)$

$\Leftarrow$ v رأس قاطع.

مجموعة الأضلاع القاطعة F:

نقول عن $F, \subset E$ في البيان المترابط $G(V,E)$ أنها مجموعة أضلاع قاطعة إذا تحقق:

$$k(G-e) > k(G)$$

- الضلع القاطع: يحقق أن $k(G-e) > k(G)$

أي هو ضلع قاطع.

- عدد الترابط في الأضلاع: في البيان المترابط عدد الترابط هو أقل مجموعة من الأضلاع والتي بحذفها يصبح البيان غير مترابط

نرمز له بالرمز $r(G)$

برهنة:

ليكن البيان المترابط $G(V,E)$ عندئذٍ الضلع $e \in E$ يكون جسراً إذا وفقط إذا كان يوجد رأسان u و w من V بحيث أن الضلع e يقع على كل مسار واصل بينهما.

الإثبات:

بفرض أن e جسراً عندئذٍ $k(G-e) > k(G)$ بفرض u, w رأسان ننتميان إلى مركبتان مختلفتان في البيان $G-e$ لا يوجد في $G-e$ أي مسار يصل بين u, w ولكن في G يوجد حتماً مسار على الأقل يصل بين u, w وبالتالي يجب أن يكون e حتماً جزء من هذا المسار.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

بالعكس:

نفرض أن يوجد u, w من V بحيث أنه أي مسار بينهما يمر من e، في $G-e$ لا يوجد مسار بين u و w إذاً كل منهما يقع في مركبة مختلفة عن المركبة التي يقع فيها الآخر أي:

$$k(G-e) > k(G) \Leftarrow k(G-e) \geq 2$$

$\Leftarrow e$ جسر.

مبرهنة:

ليكن البيان المترابط $G(V,E)$ عندئذٍ الضلع $e \in E$ يكون جسراً إذا وفقط إذا كان لا يقع على حلقة C.

الإثبات:

نفرض أن $e=xy$ جسر في G ولنفرض جدلاً وجوده على حلقة P، من تعريف الجسر $G-e$ بيان غير مترابط أي أن x, y ينتميان إلى مركبتين مختلفتين في $G-e$ بما وقوع x, y على P يمكن الوصول بينهما بمسار آخر هو $P-e$ وهذا يناقض مع انتمائهما إلى مركبتين، وبالتالي الجسر e لا يقع على حلقة P.

العكس:

نفرض أن $e=xy$ لا يقع على أي حلقة في البيان G و e ليس جسراً.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

إن xy هو مدار إذا y, x تنتميان إلى المركبة نفسها في $G.e$ بالتالي يوجد مدار p بحيث x, y في $G.e$ إن p و e يشكل حلقة وهذا يناقض إذا $p \neq e$ جداً

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة