كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : تحليل عددي

المحاضرة : الثالثة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

٣

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

الحلول التقريبية للمعادلة غير الخطية:

① طريقة تنصيف المجال:

تذكير: $f(x)=0$; $[a,b]$ ، ε

في حال كان $f(a).f(b)<0$ يوجد جذر:

نحسب $x_0=(a+b)/2$

وفي حال $|f(x_0)|<\varepsilon$ نعاود الاختبار:

$f(x_0).f(a)<0$

$f(x_0).f(b)>0$

للوصول إلى: $|f(x_n)|<\varepsilon$

أي شرط التوقف:

$|x_n-x_{n-1}|<\varepsilon$

② طريقة نيوتن - رامسون:

لدينا: $f(x)=0$ ، $[a,b]$ ، ε

نختار بيث:

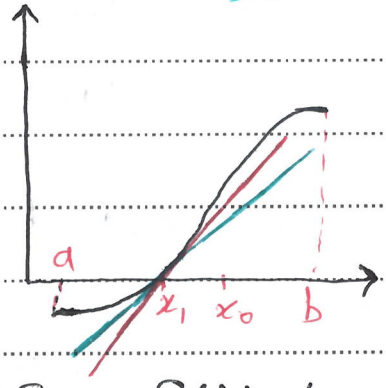
$f(x_0)=y_0$

$\Rightarrow |f(x_1)|<\varepsilon$

$\Rightarrow |f(x_2)|<\varepsilon$

نعاود الاختبار والحساب للوصول إلى:

$|f(x_3)|<\varepsilon$



$f(a).f(b)<0$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

لدينا معادلة المماس: $y - y_0 = m(x - x_0)$

نعوض $(x_1, 0)$

$\Rightarrow 0 - y_0 = m(x_1 - x_0)$

ونعلم أنّ: $m = f'(x_0)$

$\Rightarrow -y_0 = f'(x_0)(x_1 - x_0)$

$\Rightarrow -\frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = x_1 - x_0$

$\Rightarrow x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$

- نكتب معادلة المماس في النقطة:

$y - y_1 = m(x - x_0)$

نعوض النقطة $(x_2, 0)$ ونصل إلى:

$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$

- نكتب معادلة المماس في النقطة:

$y - y_n = m(x - x_n)$

نعوض النقطة $(x_{n+1}, 0)$ ونصل إلى:

$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

وهذا هو المستور التكراري لـ نيوتن رافسون

مثال

$f(x) = x^3 - 3x - 10 = 0$

الحل: نوجد المجال $[a,b]$

x	$f(x)$
0	−
1	−
2	−
3	+

$f(2).f(3)<0$

$\Rightarrow [a,b]=[2,3]$

* نختار نقطة من المجال ولتكن x_0 ونسميها الافتراضية أنها نقطة منتصف المجال دوماً:

$\Rightarrow x_0=(a+b)/2=2.5$

* نعوض x_0 في $f(x_0)$:

$\Rightarrow f(x_0)=(2.5)^3-3(2.5)-10=-1.875$

$|f(x_0)|=1.875>\varepsilon$

* نوجد $f'(x_0)$

$f'(x_0)=3x^2-3$

$\Rightarrow f'(x_0)=3(2.5)^2-3=15.75$

$\Rightarrow x_1=x_0-\dfrac{f(x_0)}{f'(x_0)}=2.5-\dfrac{-1.875}{15.75}=2.61904$

نعوض x_1 في $f(x)$, $f'(x)$

$\Rightarrow f(x_1)=|0.107845|>\varepsilon$

$f'(x_1)=|17.578|$

* نجد x_2:

$x_2=x_1+\dfrac{f(x_1)}{f'(x_1)}=2.61290$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$|f(x_2)| = |0,00002| < \varepsilon$

فيكون $x_2 = 2,6129$ هو الجذر المطلوب

وفق شرط التوقف:

$|x_2 - x_1| = |0,00613| < \varepsilon$

أيضاً وفق

حساب الجذر النوني لعدد حقيقي α: $\sqrt[n]{\alpha}$

لنفرض أن: $f(x) = x^n - \alpha = 0$ معادلة غير خطية

لإيجاد الحل نبحث عن القيمة x_0:

$$\Rightarrow x_0 = \frac{a+b}{2}$$

$$\Rightarrow f(x_0) = x_0^n - \alpha$$
$$\Rightarrow f'(x_0) = n x_0^{n-1}$$

نعوض في الدستور التدريجي:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

$$\Rightarrow f(x_k) = x_k^n - \alpha$$
$$\Rightarrow f'(x_k) = n x_k^{n-1}$$
$$\Rightarrow x_{k+1} = x_k - \frac{x_k^n - \alpha}{n x_k^{n-1}} = \frac{n x_k^n - x_k^n + \alpha}{n x_k^{n-1}}$$

$$\Rightarrow \boxed{x_{k+1} = \frac{x_k^n (n-1) + \alpha}{n x_k^{n-1}}}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال: احسب باستخدام نيوتن - رامسون الجذر الخامس لـ 777

الحل: نفرض أن الجذر:

$x = \sqrt[5]{777}$

$\Rightarrow x^5 = 777$

$\Rightarrow f(x) = x^5 - 777 = 0$

* نوجد الجذور الثلاثة بنازلة مرة:

$f'(x) = 5x^4$

نوجد المجال $[a,b]$

x	f(x)
0	−
1	−
2	−
3	−
4	+

$f(3) \cdot f(4) < 0$

$\Rightarrow [a,b] = [3,4]$

نأخذ x_0 من $x_0 <= (a+b)/2$

$x_0 = 3.5$

$\Rightarrow x_{k+1} = \dfrac{(n-1)x_k^n + \alpha}{n x_k^{n-1}}$

$n=5 \Rightarrow x_1 = \dfrac{(5-1)x_0^5 + 777}{5x_0^4} = 3,83556$

نأخذ x_2:

$x_2 = \dfrac{4(x_1)^5 + 777}{5x_1^4} = 3,78646$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة