كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : جبر خطي٢

المحاضرة : الرابعة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

ليكن $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ التطبيق الخطي المعرف وفق القاعدة

$f(x,y,z) = (2x+y-z, x-y)$.

1) اوجد مصفوفة f بالنسبة للجملتين

$d_i = \{d_1(1,0,0), d_2(0,1,0), d_3(0,0,1)\}$

و الجملة $p_i = \{p_1(1,0), p_2(0,1)\}$

2- اوجد مصفوفة الانتقال من الجملة d_i إلى الجملة

$d'_i = \{d'_1(1,1,1), d'_2(1,1,0), d'_3(1,0,0)\}$

3- اوجد مصفوفة الانتقال من الجملة $\{p''_i = (1,1), p'_2(1,0)\}$

إلى الجملة p_i

4- اوجد مصفوفة f بالنسبة الجملتين $\{d''_i\}$ و $\{p''_i\}$

بطريقتين مختلفتين

5- إذا كانت الشعاع $x = (1,2,-1)$ اوجد شعاع $[x]_{d_i}$ و $[x]_{d'_i}$

6- اوجد شعاع الاحداثيات $[f(x)]_{p_i}$ بطريقتين مختلفتين

الحل:

1) $f(d_1) = f(1,0,0) = (2,1)$

$(2,1) = 2(1,0) + 1(0,1)$

$f(d_2) = f(0,1,0) = (1,-1) = 1(1,0) - 1(0,1)$

$f(d_3) = f(0,0,1) = (-1,0) = -1(1,0) + 0(0,1)$.

$$[f]_{\{d_i\}}^{\{p_i\}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

$d'_1=(1,1,1) = 1d_1+1d_2+1d_3$

$d'_2=(1,1,0) = 1d_1+1d_2+0d_3$

$d'_3=(1,0,0) = 1d_1+0d_2+0d_3$

$$[f]_{\{d'_i\}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3

$e_1=(1,0) = 0(1,1)+1(1,0)$

$e_2=(0,1) = 1(1,1)-1(1,0)$

$$Q: e'_i \to e_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

4

$f(d'_1)=f(1,1,1)=(2,0)$

$(2,0) = 0(1,1)+2(1,0)$

$f(d'_2)=(3,0) = 0(1,1)+3(1,0)$

$f(d'_3)=(2,1) = 1(1,1)+1(1,0)$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[f]_{\{d'_i\}} = Q^{-1}[f]_{\{d_i\}} P$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

5

$x=(1,2,-1) = 1d_1+2d_2-1d_3$

$$[x]_{d_i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$x=(1,2,-1) = -1(1,1,1)+3(1,1,0)-1(1,1,0)$

$[x]_{\{d_i\}} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$

ب- 6

$f(x) = f(1,2,-1) = (5,-1) = 5e_1 - 1e_2$

$[f(x)]_{e_i} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$

$[f(x)]_{\{e_i\}} = [f]^{e_i}_{d_i} \cdot [x]_{d_i} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$

تمرين 2: هل يوجد تحويل خطي:

$f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$

تحقق الشرط:

$f(3,1) = (2,-4)$ ، $f(1,1) = (0,2)$

"إذا كان ذلك ممكناً"

أ- هي قاعدة تعريف لـ f

ب- أوجد $f(7,4)$ و $f(0,2)$

الحل:

لنرى فيما إذا كانت $\{v_1 = (3,1), v_2 = (1,1)\}$ قاعدة لـ $\mathbb{R}^2$

إذن هي مستقلة خطياً أي:

$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}: x_1 v_1 + x_2 v_2 = 0$

$\Rightarrow x_1(3,1) + x_2(1,1)$

$\Rightarrow (3x_1 + x_2, x_1 + x_2) = (3x_1 + x_2, x_1 + x_2)$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\left.\begin{matrix} 3x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{-L_1 + L_2}$$

$$\Rightarrow x_1 = 0 \;,\; x_2 = 0$$

وهذا يعني أن $x_1 = x_2 = 0$ ، بالتالي S تحتوي على أشعة غير صفرية، بما أنه

$$\dim S = \dim \mathbb{R}^2$$

وهذا يعني أن S قاعدة لـ $\mathbb{R}^2$ فهي مرتبطة خطياً، تعريف خطي

ب- لمعرفة العلاقة (x)

$$(x,y) = \alpha(3,1) + \beta(1,1)$$

$$(x,y) = (3\alpha + \beta, \alpha + \beta)$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{x-y}{2} \;,\; \beta = \frac{-x+3y}{2}$$

$$f(x,y) = \alpha f(3,1) + \beta f(1,1)$$

$$= \alpha(2,-4) + \beta(0,2)$$

$$= (2\alpha, -4\beta + 2\beta)$$

$$= ((x-y), (-3x+5y))$$

ج-

$$f(7,4) = (3,-1)$$

$$f^{-1}(0,2) =$$

ليكن x,y من $\mathbb{R}^2$ بحيث

$$x,y = f^{-1}(0,2) \Rightarrow f(x,y) = (0,2)$$

$$(x-y, -3x+5y) = (0,2)$$

$$x - y = 0$$

$$-3x + 5y = 2$$

$$f^{-1}(0,2) = (1,1) \quad \text{بالحل } x = 1 \;,\; y = 1$$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z