كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : جبر خطي٢

المحاضرة : الثالثة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

٣

2025

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

التمرين الأول: لنأخذ الفضاء الشعاعي $V=\mathbb{R}^2$ ولتكن $\mathbb{R}^2$ ولتكن المعرفة $P_i=\{P_1(1,1), P_2(-1,0)\}$ مملة احداثيات لـ

$$A=\begin{bmatrix}-1 & 3\\ 2 & 1\end{bmatrix}$$

1. عيّن المؤثر الخطي f الممثل للمعرفة بالنسبة للمملة P_i.
2. أوجد T مصفوفة الانتقال من المملة $\{P_i\}$ إلى المملة $\{d_i\}=\{d_1(1,2), d_2(a,1)\}$
3. أوجد مصفوفة f بالنسبة للمملة $\{d_i\}$ بعد تثبيت a
4. إذا كانت $[V]_{P_1}=(-1,1)$ أوجد $[V]_{P_1}$
5. أوجد $[f(V)]$ بالنسبة للمملة $\{P_i\}$ بعد تثبيت a.

الحل:

$$(x,y)=y(1,1)+(y-x)(-1,0)$$

$$f(x,y)=yf(1,1)+(y-x)f(-1,0)$$

$$=yf(P_1)+(y-x)f(P_2)$$

$$=y(-P_1+2P_2)+(y-x)(3P_1+P_2)$$

$$y[(-1,-1)+(-2,0)]+(y-x)[(3,3)+(-1,0)]$$

$$=y(-3,-1)+(y-x)(2,3)$$

$$(-3y,-y)+(2y-2x,3y-3x)=(-2x-y,-3x+2y)$$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

$d_1(1,2) = 2(1,1) + 1(-1,0)$ — 2

$d_2(0,1) = 1(1,1) + 1(-1,0)$

$T_{\{e_i\}} \to \{d_i\} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$[f]_{d_i} = T_{e_i \to d_i}^{-1} [f]_{e_i} T_{e_i \to d_i}$ — 3 أ+ب

$e_1 = (1,2) = 1(1,2) - 1(0,1)$

$e_2 = (-1,0) = -1(1,2) + 2(0,1)$ ← $T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$[f]_{d_i} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 9 & 4 \end{bmatrix}$

ج 2

$f(d_1) = f(1,2) = (-4,1) = -4(1,2) + 9(0,1)$

$f(d_2) = f(0,1) = (-1,2) = -1(1,2) + 4(0,1)$

$[f]_{d_i} = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 9 & 4 \end{bmatrix}$

4

$v(-1,1) = 1(1,1) + 2(-1,0)$

$[v]_{\{e_i\}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

ب 5

$f(v) = f(-1,1) = (1,5) = 5(1,1) + 4(-1,0)$

$[f(v)]_{e_i} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

ط2

$$[f]_{\{e_i\}} = [f]_{\{e_i\}} \cdot [v]_{e_i} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

التمرين الثاني: ليكن T مؤثراً خطياً على الفضاء الشعاعي $P_2[x]$ فضاء كثيرات حدود من الدرجة الثانية فإذا علمت أن T مصفوفة T بالنسبة لمجلة الأساس $S_1 = \{1, x, x^2\}$ هي مصفوفة T بالنسبة لمجلة الأساس

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$S_2 = \{3x^2+2x+1,\ x^2+3x+2,\ 2x^2+x+3\}$ (مصفوفة الانتقال من S_1 إلى S_2)

$$3x^2+2x+1 = 1(1)+2(x)+3(x^2)$$
$$x^2+3x+2 = 2(1)+3(x)+1(x^2) \longrightarrow T_{S_1 \to S_2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$
$$2x^2+x+3 = 3(1)+1(x)+2(x^2)$$

نوجد $T^{-1}_{S_1 \to S_2}$

لإيجاد المعكوس نستخدم الطريقة كما تعلمنا في مادة الجبر الخطي 1

$$T^{-1} = \frac{1}{|T|} T$$

$$|T| = 18$$

$$T^{-1} = \frac{1}{18} \begin{bmatrix} 5 & -1 & -7 \\ -1 & -7 & 5 \\ -7 & 5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[f]_{S_2} = T^{-1}_{S_1 \to S_2} \cdot [f]_{S_1} \cdot T_{S_1 \to S_2}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\frac{1}{18}\begin{bmatrix} 5 & -1 & -7 \\ -1 & -7 & 5 \\ -7 & 5 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z