كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : تحليل متجهات

المحاضرة : الثالثة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

السؤال الأول: ليكن التابع الشعاعي $\vec{\gamma}: [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^3$

$\vec{\gamma}(t) = \cos t \vec{e_1} + \sin t \vec{e_2} + t \vec{e_3}$

① اثبت أن الفاصلة المنحنية تعطى بالعلاقة $s = \sqrt{2}t$ حيث $A(1,0,0)$ في حالة أن الفواصل على المنحنى.

② اوجد $\vec{\gamma}(s)$ ، ③ استنتج $\left|\frac{d\vec{\gamma}}{ds}\right| = 1$

الحل:

① $$s = \int_0^t |\gamma'(t)|\, dt$$

$$|\gamma'(t)| = \sqrt{(-\sin t)^2 + (\cos t)^2 + 1} = \sqrt{2}$$

$$s = \int_0^t \sqrt{2}\, dt = \sqrt{2}\, t$$

②

$$s = \sqrt{2}t \Rightarrow t = \frac{s}{\sqrt{2}}$$

نعوض في γ

$$\vec{\gamma}(s) = \cos\left(\frac{s}{\sqrt{2}}\right)\vec{e_1} + \sin\left(\frac{s}{\sqrt{2}}\right)\vec{e_2} + \frac{s}{\sqrt{2}}\vec{e_3}$$

$$\left|\frac{d\vec{T}}{ds}\right| = \left|\frac{d\vec{T}}{dt}\right| \cdot \left|\frac{dt}{ds}\right| \quad (3)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\sin t\,\vec{e_1} + \cos t\,\vec{e_2} + \vec{0}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = 1$$

السؤال الثاني: ليكن المنحني c المعطى بالتمثيل الضمني ادرس النقط الحادة

$$f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3 - 3a x_1 x_2 = 0$$

$$f_{x_1} = 3x_1^2 - 3a x_2 \quad , \quad f_{x_2} = 3x_2^2 - 3a x_1$$

$$f_{x_1} = f_{x_2} = 0$$

$$3x_1^2 - 3a x_2 = 0$$

$$3x_2^2 - 3a x_1 = 0 \longrightarrow$$

$$3(x_1^2 - a x_2) = 0$$

$$3(x_2^2 - a x_1) = 0$$

$$x_1^2 - a x_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1^2 = a x_2 \quad \text{---} (1)$$

$$x_2^2 - a x_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_2^2 = a x_1 \quad \text{---} (2)$$

$$x_2 = \frac{x_1^2}{a} \quad \text{من 1}$$

$$\left(\frac{x_1^2}{a}\right)^2 = a(x_1) \quad \text{نعوض في 2}$$

$$\frac{x_1^4}{a^2} = a x_1 \longrightarrow x_1^4 = a^3 x_1$$

$$x_1^4 - a^3 x_1 = 0 \longrightarrow x_1(x_1^3 - a^3) = 0$$

إما $x_1 = 0$ أو $x_1 = a$.

$(0,a)$

$x_1 = 0 \longrightarrow x_2 = 0$ $\qquad (a,a)$ ، $(0,0)$

$\Rightarrow$

$x_1 = a \longrightarrow x_2 = a$.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$f(0,0) = 0$ مقبول

$f(a,a) = 2a^3 - 3a^3 = -a^3$ مرفوض

$F_{x_1} = 3x_1^2 - 3ax_2$, $F_{x_2} = 3x_2^2 - 3ax_1$

$F_{x_1x_2} = -3a$, $F_{x_1x_1} = 6x_1$, $F_{x_2x_2} = 6x_2$

$\Rightarrow F_{x_1x_2}^2 - F_{x_1x_1} F_{x_2x_2} = 9a^2 - 36x_1x_2 \big|_{(0,0)}$

$9a^2 > 0$ نقطة خناقة

السؤال التالي: ليكن المنحني البياني المعطى بالتمثيل الضمني

ادرس النقط الحانق

$F_{x_1} = 2x_1 - 4x_1^3$, $F_{x_2} = 2x_2$, $F_{x_1} = F_{x_2} = 0$

$2x_1 - 4x_1^3 = 0$

$2x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = 0$

$x_1(2 - 4x_1^2) = 0$ ل $x_1 = 0$ أو $x_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$ $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$ $(0,0)$

$F_{(0,0)} = 0$ مقبول $(0,0)$

$F\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \neq 0$ مرفوض

$F\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right) = \frac{1}{4} \neq 0$

نقطة حانقة نوعها

$F_{x_1x_2} = 0$ و $F_{x_1x_1} = 2 - 12x_1^2$, $F_{x_2x_2} = 0$

$F_{x_1x_2}^2 - F_{x_1x_1} F_{x_2x_2} = 0 - 4 + 24x_1^2 \big|_{(0,0)} = -4 < 0$

نقطة سغزلة

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة