



كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثالثة

المادة : فيزياء حاسوبية

المحاضرة : الرابعة / نظري /

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z : Facebook Group

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية



يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

جامعة طرطوس  
كلية العلوم  
قسم الفيزياء  
مقرر: الفيزياء الحاسوبية

**طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب**

في بعض الأحيان نحصل على معلومات ميدانية في أحد مجالات العلم وتكون هناك حاجة للتعبير عن هذه البيانات على شكل معادلة من أجل رسمها وتحليلها واستخلاص نتائج منها.

تعد طريقة المربعات الصغرى أحد هذه الطرق لإيجاد أفضل دالة تناسب المعطيات ولإستخدام هذه الطريقة لا بد من تحديد درجة الدالة المتعددة الحدود

$$Y = f(x) \quad (1)$$

ثم يتم حساب الفرق بين قيمة  $Y$  التي تمثل البيانات والقيمة التقريبية  $y$  التي تعطىها المعادلة ويسمى هذا الفرق بحد الخطأ:

$$d = y - Y = y_k - f(x_k) \quad (2)$$

سندرس الانحدار الخطي لهذه الطريقة.

**المعادلة الخطية في المربعات الصغرى**

إذا كانت العلاقة بين  $(x,y)$  للقيم المعطاة خطية فإننا نعرف العلاقة :

$$Y_i = a + bx_i \quad (3)$$

## طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب

وتكون الفروق بين القيم الحقيقية المعطاة  $y_i$  والقيمة التقريبية على المستقيم  $Y_i$  هي:

$$d_i = y_i - Y_i \quad (4)$$

وسيكون هناك فرق لكل نقطة معطاة ويكون مربع الخطأ الكلي هو مجموع مربعات الأخطاء لكل نقطة أي :

$$Q = d_1^2 + d_2^2 \dots \dots + d_n^2 \\ = \sum_{i=1}^n d_i^2$$

$$Q = \sum_{i=1}^n (y_i - (a + bx_i))^2 \quad (5)$$

بالتسوية بعد فك الترتيب والأقواس نجد

$$Q = \sum (y_i^2 - 2y_i a - 2y_i b x_i + a^2 + 2abx_i + b^2 x_i^2) \quad (6)$$

وللحصول على أصغر قيمة لمجموع المربعات نشق  $a$  ونساويه للصفر نجد

## طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب

$$\frac{dQ}{da} = 0$$

$$= \sum_{i=1}^n (-2x_i + 2a + 2bx_i) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial b} = \sum_{i=1}^n (-2y_i x_i + 2ax_i + 2bx_i^2) = 0 \quad (8)$$

بإعادة الترتيب نجد:

$$b \sum_{i=1}^n x_i^2 + a \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad (9)$$

$$b \sum_{i=1}^n x_i + an = \sum_{i=1}^n y_i \quad (10)$$

## طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب

بحل هاتين المعادلتين نجد:

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} \quad (11)$$

وهي معادلة ميل المستقيم باستخدام طريقة المربعات الصغرى

أما معادلة الثابت:

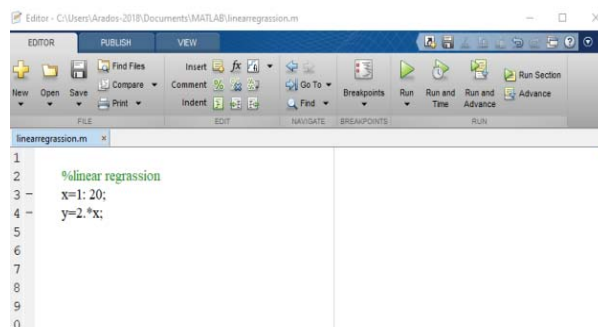
$$a = \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n y_i - b \sum_{i=1}^n x_i \right) = \bar{y} - b\bar{x} \quad (12)$$

انطلاقاً مع المعادلات (٣)، (١١)، (١٢) نبدأ بكتابة برنامج على الماتلاب لدراسة الانحدار الخطي لقيم عشوائية نبدأ بـ

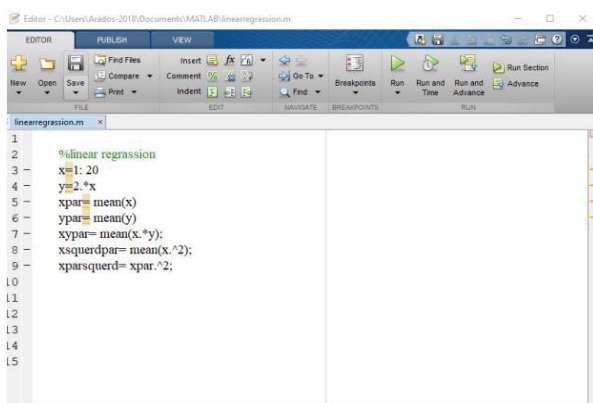
١. New script

٢. تختار قيم عشوائية لـ x,y و سنعرض علاقة x مع y هي  $y = 2x$  على الماتلاب تكون

## طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب



```
1 %linear regresssion
2
3 x=1:20;
4 y=2.*x;
5
6
7
8
9
10
```



```
1 %linear regresssion
2
3 x=1:20;
4 y=2.*x;
5 xpar= mean(x);
6 ypar= mean(y);
7 xypar= mean(x.*y);
8 xsquerdpar= mean(x.^2);
9 xparsquerd= xpar.^2;
10
11
12
13
14
15
```

3-من العلاقة (١١) نحن بحاجة إلى المتوسطات للقيم المدخلة

xpar= mean(x)

ypar= mean(y)

xypar= mean(x.\*y);

xsquerdpar= mean(x.^2);

xparsquerd= xpar.^2;

## طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب

Workspace			
Name	Value	Min	Max
x	<1x20 double>	1	20
xpar	10.5000	10.5000	10.5000
xparsquerd	110.2500	110.25...	110.25...
xsquerdpar	143.5000	143.50...	143.50...
xypar	287	287	287
y	<1x20 double>	2	40
ypar	21	21	21

عند التنفيذ نلاحظ ظهور البارامترات ضمن نافذة workspace

4- نحسب الانحدار من العلاقة (١١)

$$Slop = (xypar).xpar.ybar / (xsquerdpar - xparsquerd);$$

```
linearregression.m* x
1 %linear regrassion
2 clear all
3 clc
4
5 x=1:20
6 y=2.*x
7
8 xpar= mean(x)
9 ypar= mean(y)
10 xypar= mean(x.*y);
11 xsquerdpar= mean(x.^2);
12 xparsquerd= xpar.^2;
13 %caculate slop and constant
14
15 Slop= ((xypar)-xpar.*ypar)/((xsquerdpar - xparsquerd));
```

## طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب

5- نحسب الثابت من العلاقة (١٢)

$$Const = ypar.Slop xpar$$

```
linearregression.m* x
1 %linear regrassion
2 clear all
3 clc
4
5 x=1:20
6 y=2.*x
7
8 xpar= mean(x)
9 ypar= mean(y)
10 xypar= mean(x.*y);
11 xsquerdpar= mean(x.^2);
12 xparsquerd= xpar.^2;
13 %caculate slop and constant
14
15 Slop= ((xypar)-xpar.*ypar)/((xsquerdpar - xparsquerd));
16
17 %caculate constant
18
19 Const= ypar-Slop*xpar;
```

عند التنفيذ يجب أن يكون

$$Slop = 2, const = 0$$

## طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب

Name	Value	Min	Max
Const	0	0	0
Slop	2	2	2
x	<1x20 double>	1	20
xpar	10.5000	10.5000	10.5000
xparsquerd	110.2500	110.25...	110.25...
xsquerdpar	143.5000	143.50...	143.50...
xypar	287	287	287
y	<1x20 double>	2	40
ypar	21	21	21

```
%linear regrassion
clear all
clc
```

```
x=1: 20
y=4.*x+20
```

```
xpar= mean(x)
ypar= mean(y)
xypar= mean(x.*y);
xsquerdpar= mean(x.^2);
xparsquerd= xpar.^2;
%caculate slop and constant
```

```
Slop= ((xypar)-xpar.*ypar)/((xsquerdpar - xparsquerd));
```

```
%caculate constant
```

```
Const= ypar-Slop*xpar;
```

إذا غيرنا الميل والثابت بالبرنامج وليكل الميل ٤ والثابت ٢٠

نلاحظ النتيجة

Name	Value	Min	Max
Const	20	20	20
Slop	4	4	4
x	<1x20 double>	1	20
xpar	10.5000	10.5000	10.5000
xparsquerd	110.2500	110.25...	110.25...
xsquerdpar	143.5000	143.50...	143.50...
xypar	784	784	784
y	<1x20 double>	24	100
ypar	62	62	62

## طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب

- سنقوم بإضافة بعض الاضطرابات إلى العلاقة بين  $x, y$  وذلك من خلال حلقة for

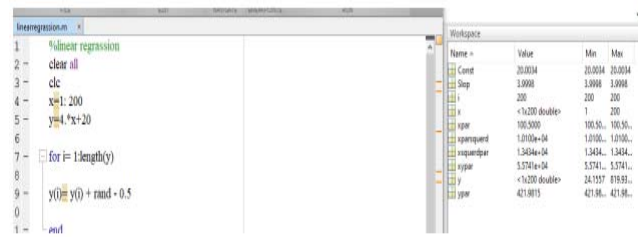
عندما نولد  $y$  بإضافة رقم عشوائي ( $rand$ ) بين ٠,١ وعند طرح من ٠,٥ أصبحت النقطة بجوار  $y$  على اليمين أو اليسار (-٠,٥,٠,٥) نطبق مرة أخرى نجد قيمة  $const, slop$  قريبة جداً من القيمة المتوقعة .

```
linearregression.m
1 %linear regrassion
2 clear all
3 clc
4 x=1: 20
5 y=4.*x+20
6
7 for i= 1:length(y)
8
9     y(i)= y(i) + rand - 0.5
10
11 end
12
13 xpar= mean(x)
14 ypar= mean(y)
15 xypar= mean(x.*y);
16 xsquerdpar= mean(x.^2);
17 xparsquerd= xpar.^2;
18 %caculate slop and constant
19
20 Slop= ((xypar)-xpar.*ypar)/((xsquerdpar - xparsquerd));
21
22 %caculate constant
23
24 Const= ypar-Slop*xpar;
```

Name	Value	Min	Max
Const	20.0637	20.0637	20.0637
Slop	4.0075	4.0075	4.0075
i	20	20	20
x	<1x20 double>	1	20
xpar	10.5000	10.5000	10.5000
xparsquerd	110.2500	110.25...	110.25...
xsquerdpar	143.5000	143.50...	143.50...
xypar	785.7394	785.73...	785.73...
y	<1x20 double>	24.3147	100.45...
ypar	62.1420	62.1420	62.1420

## طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب

- كلما زدنا من قيم  $x$  فإن الانحدار يقترب أكثر من القيمة المتوقعة



```
1 %linear regression
2 clear all
3 clc
4 x=1:200
5 y=4.*x+20
6
7 for i= 1:length(y)
8     y(i)= y(i) + rand - 0.5
9
10
11 end
```

Name	Value	Min	Max
Const	20.0034	20.0034	20.0034
Step	3.9998	3.9998	3.9998
i	200	200	200
x	<1x200 double>	1	200
xpar	100.500	100.50...	100.50...
xparsq	1.0100e+04	1.0100...	1.0100...
xparsqpar	1.3484e+04	1.3484...	1.3484...
xypar	5.5741e+04	5.5741...	5.5741...
y	<1x200 double>	24.157	819.93...
ypar	421.8815	421.88...	421.88...



مكتبة  
A to Z