كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثالثة

المادة : فيزياء حاسوبية

المحاضرة : الرابعة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء
مقرر: الفيزياء الحاسوبية

طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب

في بعض الأحيان نحصل على معلومات ميدانية في أحد مجالات العلم وتكون هناك حاجة للتعبير عن هذه البيانات على شكل معادلة من أجل رسمها وتحليلها واستخلاص نتائج منها.

تعد طريقة المربعات الصغرى أحد هذه الطرق لإيجاد أفضل دالة تناسب المعطيات ولاستخدام هذه الطريقة لا بد من تحديد درجة الدالة المتعددة الحدود

$$Y = f(x) \qquad (1)$$

ثم يتم حساب الفرق بين قيمة Y التي تمثل البيانات والقيمة التقريبية y التي تعطيها المعادلة ويسمى هذا الفرق بحد الخطأ:

$$d = y - Y = y_k - f(x_k) \qquad (2)$$

سندرس الانحدار الخطي لهذه الطريقة.

المعادلة الخطية في المربعات الصغرى

اذا كانت العلاقة بين (x,y) للقيم المعطاة خطية فإننا نعرف العلاقة :

$$Y_i = a + bx_i \qquad (3)$$

طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب

وتكون الفروق بين القيم الحقيقية المعطاة y_i والقيمة التقريبية على المستقيم Y_i هي:

$$d_i = y_i - Y_i \qquad (4)$$

وسيكون هناك فرق لكل نقطة معطاة ويكون مربع الخطأ الكلي هو مجموع مربعات الأخطاء لكل نقطة أي :

$$\mathrm{Q} = {d_1}^2 + {d_2}^2 \ldots\ldots + {d_n}^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n} {d_n}^2$$

$$\mathrm{Q} = \sum_{i=1}^{n} (y_i - (a + bx_i))^2 \qquad (5)$$

بالتسوية بعد فك التربيع والأقواس نجد

$$\mathrm{Q} = \sum ({y_i}^2 - 2y_i a - 2y_i b x_i + a^2 + 2abx_i + b^2 {x_i}^2) \qquad (6)$$

وللحصول على أصغر قيمة لمجموع المربعات نشتق a ونساويه للصفر نجد

طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب

$$\frac{dQ}{da} = 0$$

$$= \sum_{i=1}^{n} (-2\, x_i + 2a + 2bx_i) = 0 \qquad (7)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial b} = \sum_{i=1}^{n} (-2y_i\, x_i + 2ax_i + 2b{x_i}^2) = 0 \qquad (8)$$

بإعادة الترتيب نجد:

$$b \sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 + a \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i \qquad (9)$$

$$b \sum_{i=1}^{n} x_i + an = \sum_{i=1}^{n} y_i \qquad (10)$$

طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب

بحل هاتين المعادلتين نجد:

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i - \sum_{i=1}^{n} y_i \sum_{i=1}^{n} x_i}{n\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} \qquad (11)$$

وهي معادلة ميل المستقيم باستخدام طريقة المربعات الصغرى

أما معادلة الثابت:

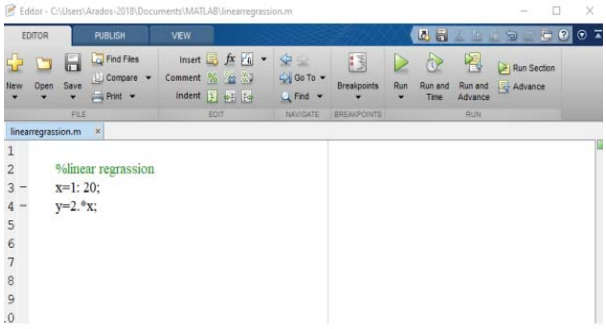
$$a = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i - b\sum_{i=1}^{n} x_i\right) = \bar{y} - b\bar{x} \qquad (12)$$

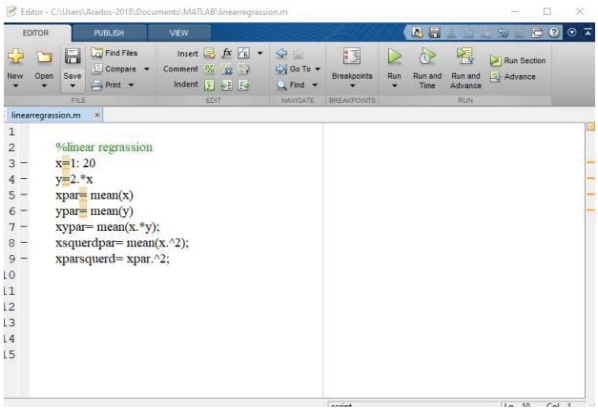
انطلاقاً مع المعادلات (٣)، (١١)، (١٢) نبدأ بكتابة برنامج على الماتلاب لدراسة الانحدار الخطي لقيم عشوائية نبدأ بـ

١. New script

٢. تختار قيم عشوائية لـ x,y و سنعرض علاقة x مع y هي $y = 2x$ على الماتلاب تكون

طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب



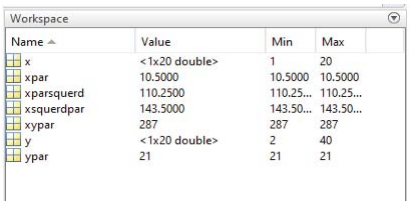


3-من العلاقة (١١) نحن بحاجة إلى المتوسطات للقيم المدخلة

```
xpar= mean(x)
ypar= mean(y)
xypar= mean(x.*y);
xsquerdpar= mean(x.^2);
xparsquerd= xpar.^2;
```

طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب

عند التنفيذ نلاحظ ظهور البارامترات ضمن نافذة workspace



4-نحسب الانحدار من العلاقة (١١)

$$Slop = (xypar).xpar.ybar/(xsquerdpar - xparsquerd);$$

```
linearregression.m*
1       %linear regression
2 -     clear all
3 -     clc
4
5 -     x=1: 20
6 -     y=2.*x
7
8 -     xpar= mean(x)
9 -     ypar= mean(y)
10 -    xypar= mean(x.*y);
11 -    xsquerdpar= mean(x.^2);
12 -    xparsquerd= xpar.^2;
13      %caculate slop and constant
14
15 -    Slop= ((xypar)-xpar.*ypar)/((xsquerdpar - xparsquerd));
```

طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب

5- نحسب الثابت من العلاقة (١٢)

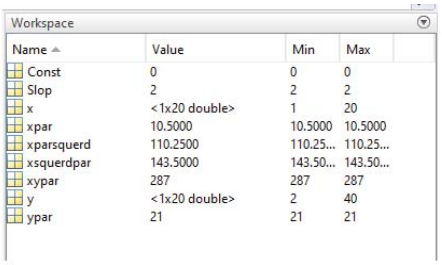
$$Const = ypar.Slop\ xpar$$

```
FILE  EDIT  NAVIGATE  BREAKP
linearregression.m*
1       %linear regression
2 -     clear all
3 -     clc
4
5 -     x=1: 20
6 -     y=2.*x
7
8 -     xpar= mean(x)
9 -     ypar= mean(y)
10 -    xypar= mean(x.*y);
11 -    xsquerdpar= mean(x.^2);
12 -    xparsquerd= xpar.^2;
13      %caculate slop and constant
14
15 -    Slop= ((xypar)-xpar.*ypar)/((xsquerdpar - xparsquerd));
16
17      %caculate  constant
18
19 -    Const= ypar-Slop*xpar;
```

عند التنفيذ يجب أن يكون

$$Slop = 2, const = 0$$

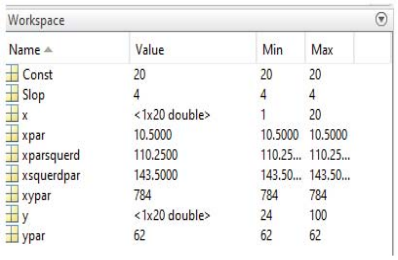
طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب




```
%linear regrassion
clear all
clc

x=1: 20
y=4.*x+20

xpar= mean(x)
ypar= mean(y)
xypar= mean(x.*y);
xsquerdpar= mean(x.^2);
xparsquerd= xpar.^2;
%caculate slop and constant

Slop= ((xypar)-xpar.*ypar)/((xsquerdpar - xparsquerd));

%caculate  constant

Const= ypar-Slop*xpar;
```

اذا غيرنا الميل والثابت بالبرنامج وليكل الميل ٤ والثابت ٢٠

نلاحظ النتيجة



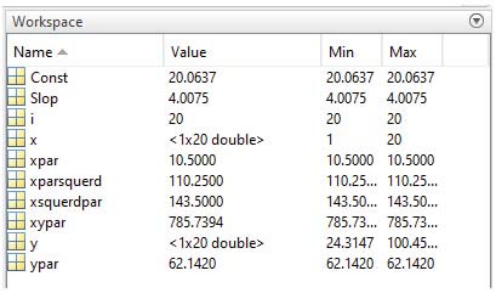
طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب

- سنقوم بإضافة بعض الاضطرابات إلى العلاقة بين x,y وذلك من خلال حلقة for

linearregrassion.m

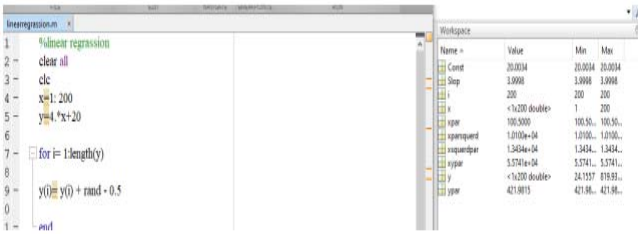
```
1      %linear regrassion
2      clear all
3      clc
4      x=1: 20
5      y=4.*x+20
6
7      for i= 1:length(y)
8
9      y(i)= y(i) + rand - 0.5
10
11     end
12
13     xpar= mean(x)
14     ypar= mean(y)
15     xypar= mean(x.*y);
16     xsquerdpar= mean(x.^2);
17     xparsquerd= xpar.^2;
18     %caculate slop and constant
19
20     Slop= ((xypar)-xpar.*ypar)/((xsquerdpar - xparsquerd));
21
22     %caculate  constant
23
24     Const= ypar-Slop*xpar;
```

عندما نولد y بإضافة رقم عشوائي $(rand)$ بين ٠,١ وعند طرح من ٠.٥ أصبحت النقطة بجوار y على اليمين أو اليسار (٠.٥،٠.٥-) نطبق مرة أخرى نجد قيمة $const,slop$ قريبة جداً من القيمة المتوقعة .



طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب

- كلما زدنا من قيم x فإن الانحدار يقترب أكثر من القيمة المتوقعة



مكتبة A to Z