

كلية العلوم

القسم : الفيزياء

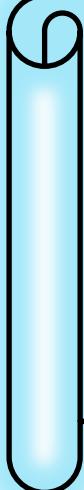
السنة : الثالثة



٩

المادة : فيزياء حاسوبية

المحاضرة : الرابعة/نظري/



{{{ A to Z مكتبة }}}}

Maktabat A to Z Facebook Group

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

٤

جامعة طرطوس  
كلية العلوم  
قسم الفيزياء  
مقرر: الفيزياء الحاسوبية

### طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطى باستخدام الماتلاب

في بعض الأحيان نحصل على معلومات ميدانية في أحد مجالات العلم وتكون هناك حاجة للتعبير عن هذه البيانات على شكل معادلة من أجل رسماها وتحليلها واستخلاص نتائج منها.

تعد طريقة المربعات الصغرى أحد هذه الطرق لإيجاد أفضل دالة تناسب المعطيات واستخدام هذه الطريقة لا بد من تحديد درجة الدالة المتعددة الحدود

$$Y = f(x) \quad (1)$$

ثم يتم حساب الفرق بين قيمة  $Y$  التي تمثل البيانات والقيمة القريبة  $y$  التي تعطيها المعادلة ويسمى هذا الفرق بـ الخطأ:

$$d = y - Y = y_k - f(x_k) \quad (2)$$

سندرس الانحدار الخطى لهذه الطريقة.

#### المعادلة الخطية في المربعات الصغرى

إذا كانت العلاقة بين  $(x,y)$  للقيم المعطاة خطية فإننا نعرف العلاقة :

$$Y_i = a + bx_i \quad (3)$$

## طريقة المربعات الصغرى لاستنتاجتابع الانحدار الخطى باستخدام الماتلاب

وتكون الفروق بين القيم الحقيقية المعطاة  $y_i$  والقيمة التقريرية على المستقيم  $Y_i$  هي:

$$d_i = y_i - Y_i \quad (4)$$

وسيكون هناك فرق لكل نقطة معطاة ويكون مربع الخطأ الكلى هو مجموع مربعات الأخطاء لكل نقطة أي :

$$\begin{aligned} Q &= d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2 \\ &= \sum_{i=1}^n d_i^2 \end{aligned}$$

$$Q = \sum_{i=1}^n (y_i - (a + bx_i))^2 \quad (5)$$

بالتسوية بعد فك التربيع والأقواس نجد

$$Q = \sum (y_i^2 - 2y_i a - 2y_i b x_i + a^2 + 2abx_i + b^2 x_i^2) \quad (6)$$

ولحصول على أصغر قيمة لمجموع المربعات نشتغل  $a$  ونساويه للصفر نجد

## طريقة المربعات الصغرى لاستنتاجتابع الانحدار الخطى باستخدام الماتلاب

$$\frac{dQ}{da} = 0$$

$$= \sum_{i=1}^n (-2x_i + 2a + 2bx_i) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial b} = \sum_{i=1}^n (-2y_i x_i + 2ax_i + 2bx_i^2) = 0 \quad (8)$$

بإعادة الترتيب نجد:

$$b \sum_{i=1}^n x_i^2 + a \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad (9)$$

$$b \sum_{i=1}^n x_i + an = \sum_{i=1}^n y_i \quad (10)$$

## طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب

بحل هاتين المعادلتين نجد:

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} = \frac{\bar{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\bar{x^2} - (\bar{x})^2} \quad (11)$$

وهي معادلة ميل المستقيم باستخدام طريقة المربعات الصغرى

أما معادلة الثابت:

$$a = \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n y_i - b \sum_{i=1}^n x_i \right) = \bar{y} - b\bar{x} \quad (12)$$

انطلاقاً مع المعادلات (١١)، (١٢)، (٣) نبدأ بكتابة برنامج على الماتلاب لدراسة الانحدار الخطي لقيم عشوائية نبدأ بـ

New script . ١

٢. تختار قيم عشوائية  $x, y$  و سنعرض علاقة  $x$  مع  $y$  هي  $y = 2x$  على الماتلاب تكون

## طريقة المربعات الصغرى لاستنتاج تابع الانحدار الخطي باستخدام الماتلاب

```
%linear regression
x=1:20;
y=2.*x;
```

```
%linear regression
x=1:20;
y=2.*x;
xpar=mean(x);
ypar=mean(y);
xypar=mean(x.*y);
xsquerdp=mean(x.^2);
xpsquerd=xpar.^2;
L0
L1
L2
L3
L4
L5
```

3-من العلاقة (١١) نحن بحاجة إلى المتوسطات القييم المدخلة

```
xpar= mean(x)
ypar= mean(y)
xypar= mean(x.*y);
xsquerdp= mean(x.^2);
xpsquerd= xpar.^2;
```

## طريقة المربعات الصغرى لاستنتاجتابع الانحدار الخطى باستخدام الماتلاب

Name	Value	Min	Max
x	<1x20 double>	1	20
xpar	10.5000	10.5000	10.5000
xparsquerd	110.2500	110.25...	110.25...
xsquerdpar	143.5000	143.50...	143.50...
xypar	287	287	287
y	<1x20 double>	2	40
ypar	21	21	21

عند التنفيذ نلاحظ ظهور البار امترات ضمن نافذة workspace

4- حسب الانحدار من العلاقة (١١)

$$Slop = (xypar).xpar.ybar / (xsquerdpar - xparsquerd);$$

```
linearregression.m* 
1 %linear regression
2 clear all
3 clc
4
5 x=1:20
6 y=2.*x
7
8 xpar= mean(x)
9 ypar= mean(y)
10 xypar= mean(x.*y);
11 xsquerdpar= mean(x.^2);
12 xparsquerd= xpar.^2;
13 %caculate slop and constant
14
15 Slop= ((xypar)-xpar.*ypar)/((xsquerdpar - xparsquerd));
```

## طريقة المربعات الصغرى لاستنتاجتابع الانحدار الخطى باستخدام الماتلاب

5- حسب الثابت من العلاقة (١٢)

$$Const = ypar.Slop xpar$$

```
FILE EDIT NAVIGATE BREAKPT
linearregression.m* 
1 %linear regression
2 clear all
3 clc
4
5 x=1:20
6 y=2.*x
7
8 xpar= mean(x)
9 ypar= mean(y)
10 xypar= mean(x.*y);
11 xsquerdpar= mean(x.^2);
12 xparsquerd= xpar.^2;
13 %caculate slop and constant
14
15 Slop= ((xypar)-xpar.*ypar)/((xsquerdpar - xparsquerd));
16
17 %caculate constant
18
19 Const= ypar-Slop*xpar;
```

عند التنفيذ يجب أن يكون

$$Slop = 2, const = 0$$

## طريقة المربيعات الصغرى لاستنتاجتابع الانحدار الخطى باستخدام الماتلاب

Workspace				
Name	Value	Min	Max	
Const	0	0	0	
Slop	2	2	2	
x	<1x20 double>	1	20	
xpar	10.5000	10.5000	10.5000	
xparsquerd	110.2500	110.25...	110.25...	
xsquerdpars	143.5000	143.50...	143.50...	
xypar	287	287	287	
y	<1x20 double>	2	40	
ypar	21	21	21	

```
%linear regression
clear all
clc

x=1: 20
y=4.*x+20

xpar= mean(x)
ypar= mean(y)
xypar= mean(x.*y);
xsquerdpars= mean(x.^2);
xparsquerd= xpar.^2;
%caculate slop and constant

Slop= ((xypar)-xpar.*ypar)/((xsquerdpars - xparsquerd));

%caculate constant

Const= ypar-Slop*xpar;
```

اذا غيرنا الميل والثابت بالبرنامج ولكل الميل و الثابت ٢٠

نلاحظ النتيجة

Workspace				
Name	Value	Min	Max	
Const	20	20	20	
Slop	4	4	4	
x	<1x20 double>	1	20	
xpar	10.5000	10.5000	10.5000	
xparsquerd	110.2500	110.25...	110.25...	
xsquerdpars	143.5000	143.50...	143.50...	
xypar	784	784	784	
y	<1x20 double>	24	100	
ypar	62	62	62	

## طريقة المربيعات الصغرى لاستنتاجتابع الانحدار الخطى باستخدام الماتلاب

- سنقوم بإضافة بعض الاضطرابات إلى العلاقة بين  $x,y$  وذلك من خلال حلقة for

عندما نولد  $y$  بإضافة رقم عشوائي ( $rand$ ) بين ١,٠ و عند طرح من ٥٠.٥،٠٠٥ أصبحت النقطة بجوار  $y$  على اليمين أو اليسار (٠٠٥،٥٠٠) . نطبق مرة أخرى نجد قيمة  $const,slop$  قريبة جداً من القيمة المتوقعة .

```
linearregression.m
1 %linear regression
2 clear all
3 clc
4 x=1: 20
5 y=4.*x+20
6
7 for i= 1:length(y)
8 y(i)= y(i) + rand - 0.5
9 end
10
11 xpar= mean(x)
12 ypar= mean(y)
13 xypar= mean(x.*y);
14 xsquerdpars= mean(x.^2);
15 xparsquerd= xpar.^2;
16 %caculate slop and constant
17
18 Slop= ((xypar)-xpar.*ypar)/((xsquerdpars - xparsquerd));
19
20 %caculate constant
21
22 Const= ypar-Slop*xpar;
```

Workspace				
Name	Value	Min	Max	
Const	20.0637	20.0637	20.0637	
Slop	4.0075	4.0075	4.0075	
i	20	20	20	
x	<1x20 double>	1	20	
xpar	10.5000	10.5000	10.5000	
xparsquerd	110.2500	110.25...	110.25...	
xsquerdpars	143.5000	143.50...	143.50...	
xypar	785.7394	785.73...	785.73...	
y	<1x20 double>	24.3147	100.45...	
ypar	62.1420	62.1420	62.1420	

## طريقة المربعات الصغرى لاستنتاجتابع الانحدار الخطى باستخدام الماتلاب

- كلما زدنا من قيم  $x$  فإن الانحدار يقترب أكثر من القيمة المتوقعة

The screenshot shows the MATLAB workspace window. On the left, the code file 'linregression.m' is displayed:

```
%linear regression
clear all
clc
x=1:200
y=4*x+20
for i=1:length(y)
    y(i)=y(i)+rand*0.5
end
```

On the right, the workspace browser shows the following variables and their values:

Name	Type	Value	Min	Max
Const	double	20.0034	20.0034	20.0034
Step	double	3.9998	3.9998	3.9998
i	double	200	200	200
x	<1x200 double>	1 200		
ypr	double	100.5000	100.50...	100.50...
sqsumypr	double	1.0100e+04	1.0100...	1.0100...
sqsumypr2	double	1.2644e+04	1.2644...	1.2644...
sqypar	double	5.5741e+04	5.5741...	5.5741...
y	<1x200 double>	24.1557	24.1557...	24.1557...
ypr	double	421.9815	421.98...	421.98...



A to Z مكتبة