كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : فيزياء عامة٢

المحاضرة السادسة/نظري/

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Zمكتبة

المحاضرة الخامسة

التيار الكهربائي «Electric current»:

- حركة الشحنات الكهربائية نتيجة لفرق جهود ما تولد ما يسمى بالتيار الكهربائي.
- تعرف التيار الكهربائي (I) بكمية الشحنة التي تمر خلال مقطع سلك في الثانية الواحدة، فإذا مرت شحنة كهربائية صغيرة «Δq» في زمن قدره «Δt» خلال مقطع السلك فإن:

$$\boxed{I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}} \qquad \text{«1»}$$

ووحدته هي أمبير = كولوم/ثانية «$1A = 1C/1S$»

- التيار كمية قياسية «Scalar» واتجاه التيار دائماً يكون عكس حركة الشحنات الكهربائية السالبة في الموصلات وفي الدارات الكهربائية من الطرف الموجب إلى الطرف السالب عبر الموصل.
- اذا تعرض سلك موصل منتظم الشكل مساحة مقطعه A لمجال كهربائي E فإن الشحنات السالبة سوف تتحرك بسرعة مقدارها v مسافة مقدارها $v\Delta t$. فإذا كانت مساحة مقطع السلك A، و n عدد الالكترونات الحرة في وحدة الحجم وتسمى كثافة الالكترونات الحرة، فإن عدد الالكترونات التي تمر من مقطع السلك في الفترة الزمنية «Δt» تساوي «$n v A \Delta t$». إذا كانت (e) تمثل شحنة الالكترون فإن الشحنة الكلية التي تمر في هذه المسافة وفي زمن قدره Δt هي

$$\boxed{\Delta q = n e v A \Delta t} \qquad \text{«2»}$$

من 1 و 2 نجد أنه:

$$\boxed{I = nevA} \quad (3)$$

والسرعة (2) تعرف بالسرعة الانسياقية أو الجرفية «Drift velocity» للالكترونات.

- تعرف كثافة التيار لموصل (J) «Current Density» بالعلاقة التالية:

$$\boxed{J = \frac{I}{A} = nev}$$

أي أن كثافة التيار عبارة عن التيار المار خلال وحدة المساحة العمودية على اتجاه سريان الشحنة أو كمية الشحنة التي تخترق واحدة المساحة من مقطع الموصل في الثانية.

- الموصلية الكهربائية «الناقلية الكهربائية»

«Electric conductivity»

اذا تم تطبيق فرق جهد كهربائي بين طرفي أي موصل فإنه ينشأ في داخل مادة الموصل مجال كهربائي «E» وبالتالي كثافة التيار الكهربائي «J». فإذا كان فرق الجهد الكهربائي ثابتة فإن التيار الكهربائي يكون ثابتاً أيضاً، وكثافة التيار الكهربائي الناتجة تتناسب طردياً مع شدة المجال الكهربائي الناشئ أي أنه:

$$\boxed{J = \sigma E} \quad (4)$$

حيث أن σ هي ثابت التناسب وتسمى الموصلية الكهربائية للموصل

ووحدتها هي (A / ~~...~~ Volt.meter) (A / V.m) في النظام العالمي.

• المقاومة الكهربائية «R» : « Resistivity »

يتحرك الالكترون داخل الموصل نتيجة تسليط مجال كهربائي « E » عليه وأثناء حركته يحدث تصادمات واحتكاكات مع ذرات المادة فيزداد التذبذب وترتفع درجة حرارة السلك وتسمى هذه الحالة بالمقاومة الكهربائية.

• العوامل المؤثرة في المقاومة الكهربائية لموصل:

1 - طول السلك l.

2 - مساحة مقطع السلك S.

3 - نوع مادة السلك « المقاومة النوعية ρ ».

من هذه العوامل يمكن استنتاج العلاقة التالية:

$$R \propto \frac{l}{A} \Rightarrow R = \rho \frac{l}{A}$$

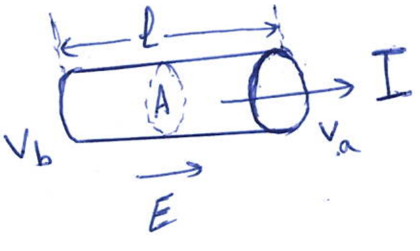
ووحدة قياس المقاومة هي الأوم « Ω ».

• قانون أوم :

مما سبق المواد التي تخضع المعادلات السابقة تحقق ما يعرف بقانون أوم في الكهرباء.

• استنتج قانون أوم الأول؟

لنفترض موصل طوله L ومساحة مقطعه A كما في الشكل، فإذا طبقنا فرق جهد كهربائي على طرفي السلك فإنه سينشأ مجال كهربائي E في الموصل.



وحيث أن العلاقة بين المجال الكهربائي وفرق الجهد هي:

$$V = E \cdot l \quad , \quad J = \sigma \cdot E = \frac{V}{\rho l} \quad , \quad J = \frac{I}{A}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{\rho l} = \frac{I}{A} \Rightarrow V = \left[\rho \frac{l}{A}\right] \cdot I \Rightarrow V = R \cdot I$$

والمقدار « $\rho l/A$ » يعرف بمقاومة المادة ويرمز لها بالرمز R ((Resistance))

حيث « $R = \rho l/A$ »

وكما ذكرنا سابقاً فإن المقاومة R لها وحدة قياس فولت على أمبير (V/A)

وتسمى الأوم (Ω) ohm.

$$1\Omega = 1 V/A$$

وهذا يعني أنه عندما يكون فرق الجهد بين طرفي موصل يساوي 1 volt فإنه ينتج عنه تيار

شدته I 1 أمبير تكون مقاومة الموصل 1 أوم.

تمرين 1

موصل من مادة الفضة مساحة مقطعه الدائري $0,785\ mm^2$ ويحمل تياراً مقداره

$1A$ وعدد الالكترونات الحرة في واحدة الحجوم تساوي $5,86\times10^{28}\ e/m^3$

احسب كثافة التيار والسرعة الانسياقية للالكترونات ~~الحرة~~ المتحركة داخل

الموصل.

الحل:

$$J = \frac{I}{A} = \frac{1}{0,785\times10^{-6}} = 1,274\times10^{6}\ A/m^2$$

$$J = nev \Rightarrow v = \frac{J}{ne} = \frac{1,274\times10^{6}}{5,86\times10^{28}\times1,6\times10^{-19}}$$

$$\Rightarrow v = 1,357\times10^{-4}\ m/s$$

تمرين 2 :

سلك نحاسي طوله $100\,m$ ومساحة مقطعه $1\,mm^2$ ويحمل تيار شدته $20A$ ومقاومته النوعية $1,72\times10^{-8}\,\Omega.m$ احسب شدة المجال الكهربائي وفرق الجهد بين طرفي السلك والمقاومة الكهربائية للسلك.

الحل :

$$E = \rho . J = \rho . \frac{I}{A} = 1,72\times10^{-8}\times 20\times10^{6} = 0,344\,V/m$$

$$V = E . l = 0,344 \times 100 = 34,4\,V$$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{34,4}{20} = 1,72\,\Omega$$

ويمكن تعيين R بطريقة أخرى :

$$R = \frac{\rho l}{A} = \frac{1,72\times10^{-8}\times 100}{10^{-6}} = 1,72\,\Omega$$

• علاقة المقاومة بتغير درجة الحرارة :

تتغير المقاومة النوعية الناقل بشكل خطي تقريباً مع درجة الحرارة على مجال محدود من درجات الحرارة وفقاً العبارة :

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)]$$

لأن المقاومة تكون متناسبة طرداً مع المقاومة النوعية فإن التغير في مقاومة العينة يكون :

$$R = R_0 [1 + \alpha (T - T_0)]$$

حيث R : مقاومة الناقل في الدرجة t (°C) مئوية.

R_0 : " " " $0°C$.

α : معامل المقاومة النوعية الحراري يقدر بـ $1/°C$.

قانون جول :

عند إمرار تيار كهربائي I خلال زمن t في مقاومة R فرق الكمون بين طرفيها V فإن الطاقة الكهربائية ستتحول إلى طاقة حرارية تعمل على رفع درجة حرارة المقاومة.

نحسب كمية الطاقة المتحررة من العلاقة:

$$\boxed{U = Q.V = I.t.V = R I^2.t \quad (J)}$$

وقد استنتج العالم جول علاقة المكافئ الميكانيكي الحراري (الكالوري) بالشكل :

$$1\,cal = 4,18\,J$$

وعليه فإن الاستطاعة ((الطاقة المقدمة خلال الزمن t)) :

$$\boxed{P = \frac{U}{t} = V.I = R.I^2 \quad (J/s = watt)}$$

التيار المستمر : ((DC)) : Direct-current :

هو تيار كهربائي لا يتغير فيه تدفق الالكترونات بشكل دوري أي أن الكهرباء تتدفق باتجاه واحد وبجهد ثابت .

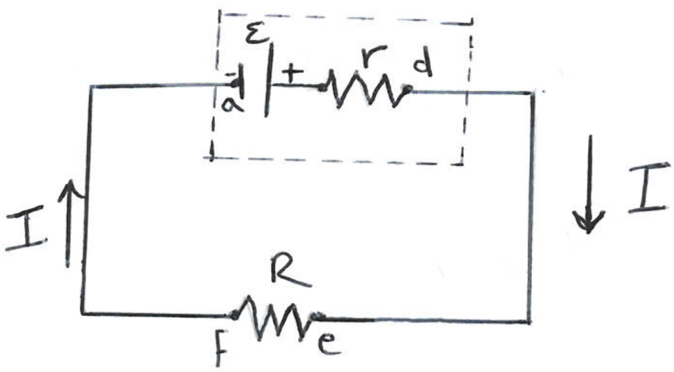
• دارات التيار المستمر «Direct-current Circuits»

في هذا الفصل، سنقوم بدراسة وتحليل الدارات التي تحتوي على بطاريات «المنبع تغذية: مقاومات، ومكثفات بطرق تجميع مختلفة.

• قوة الدفع الكهربائية - القوة المحركة الكهربائية Electromotive Force

• عادة تستخدم البطارية كمنبع للطاقة في الدارات الكهربائية. لأن فرق الجهد المطبق تكون قيمته ثابتة في الدارة المدروسة، والتيار ثابت بالقيمة والاتجاه ويسمى التيار المباشر.

• تدعى البطارية بمنبع قوة الدفع الكهربائية، أو بشكل أعم، القوة المحركة الكهربائية.



الشكل «1»

• الشكل «1» يمثل دارة كهربائية بمنبع ذو قوة محركة كهربائية emf، وبطارية بمقاومة داخلية r موصولة لمقاومة خارجية R:

• الجهد المطبق بين مأخذي البطارية $\Delta V = V_d - V_a$

$$\boxed{\Delta V = \varepsilon - I.r} \quad «1»$$

من الشكل نجد أن فرق الجهد بين طرفي المقاومة الخارجية R، وتسمى مقاومة الحمل فرق الجهد بين طرفي المقاومة يساوي إلى

$$\boxed{\Delta V = I.R}$$

نعوض بالمعادلة السابقة نجد :

$$\boxed{\varepsilon = IR + Ir} \quad (2)$$

بحل المعادلة لإيجاد شدة التيار :

$$\boxed{I = \frac{\varepsilon}{R + r}} \quad (3)$$

بضرب طرفي المعادلة (2) بشدة التيار نحصل على :

$$I\varepsilon = I^2R + I^2r \Rightarrow I\varepsilon - I^2r = I^2 \cdot R$$

$$\Rightarrow I(\varepsilon - Ir) = I^2 \cdot R \Rightarrow I \cdot \Delta V = P$$

$$\boxed{P = I \cdot \Delta V}$$

وهي الطاقة الكلية المقدمة من البطارية للمقاومة الخارجية والمقاومة الداخلية.

مسألة (1) :

بطارية بقوة محركة $12\,V$ ومقاومة داخلية $0{,}05\,\Omega$ ، وصلت بمقاومة حمل $3\,\Omega$.

a) أوجد شدة التيار المار في الدارة وقيمة جهد البطارية.

b) أوجد الطاقة المقدمة للمقاومة الداخلية والطاقة المقدمة للمقاومة الحمل والطاقة المقدمة من البطارية.

الحل :

a) $I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{12}{3+0,05} = 3,93\ A$

$\Delta V = \varepsilon - Ir = 12\ V - (3,93)(0,05) = 11,8\ V$

أو $\Delta V = IR = (3,93)(3) = 11,8\ V$

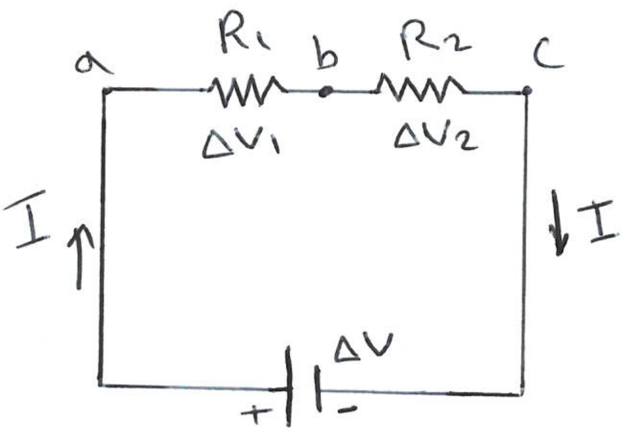
B) $P_r = I^2 \cdot r = (3,93)^2 (0,05) = 0,772\ W$ الطاقة المقدمة للمقاومة الداخلية

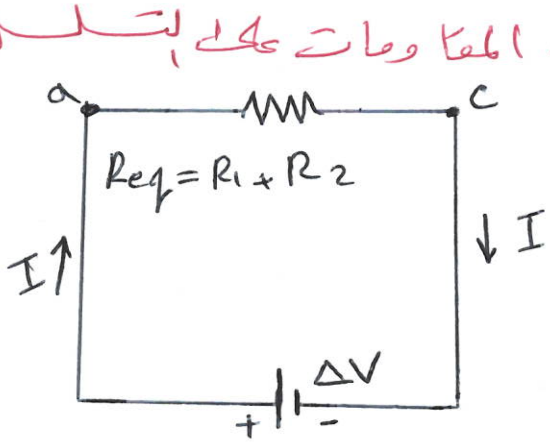
$P_R = I^2 \cdot R = (3,93)^2 (3) = 46,3\ W$ ،، ،، للمقاومة الحمل :

الطاقة المقدمة من البطارية :

$P = P_R + P_r = 46,3\ W + 0,772\ W = 47,1\ W$

وصل المقاومات على التسلسل :





- تمثل الشكل مقاومتان R_1 و R_2 وصلتا على التسلسل ، هذين الشكلين متكافئين.
- نفس الكمية من الشحنات الكهربائية تمر عبر المقاومتين خلال واحدة الزمن أو شدة التيار واحدة بكل المقاومات.

$I = I_1 = I_2$

• الجهد المطبق ع الدارة التسلسلية ينقسم على المقاومات

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = I_1 R_1 + I_2 \cdot R_2 \quad «1»$$

• الجهد المطبق عبر البطارية كذلك يطبق على المقاومة المكافئة

$$\Delta V = I R_{eq} \quad «2»$$

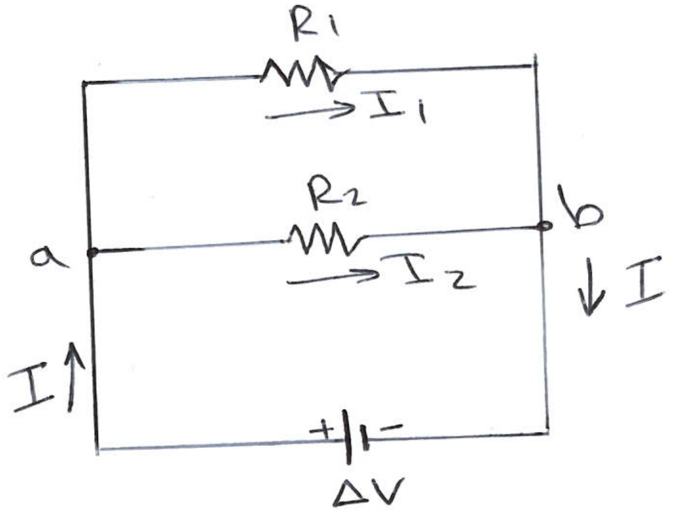
من «1» و«2» نجد أن:

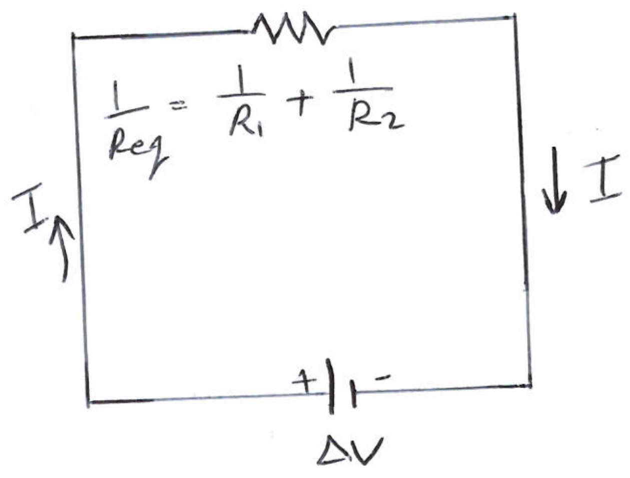
$$I R_{eq} = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 \Rightarrow \boxed{R_{eq} = R_1 + R_2} \quad «5»$$

• المقاومة المكافئة لأكثر من ثلاث مقاومات على التسلسل:

$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots\cdots} \quad «6»$$

• وصل المقاومات على التفرع:





• يمثل الشكل مقاومتين R_1 وR_2 وصلتا على التفرع.

• فرق الجهد المطبق على المقاومات متساوي:

$$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2$$

حيث ΔV الجهد المطبق عند مأخذي البطارية .

• التيار الذي يدخل عند النقطة a يجب أن يساوي مجموع التيارات المغادرة هذه النقطة .

$$I = I_1 + I_2 = \frac{\Delta V_1}{R_1} + \frac{\Delta V_2}{R_2} \quad (1)$$

حيث I_1 التيار المار عبر المقاومة R_1 و I_2 شدة التيار المار بالمقاومة R_2 .

• التيار المار بالمقاومة المكافئة R_{eq} :

$$I = \frac{\Delta V}{R_{eq}} \quad (2)$$

من (1) و (2) نجد أن :

$$\frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{\Delta V_1}{R_1} + \frac{\Delta V_2}{R_2} \longrightarrow \boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \quad ((7))$$

• المقاومة المكافئة لمقاومات موصولة على التسلسل :

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots} \quad ((8))$$

مسألة ((2)) :

بطارية لها قوة محركة كهربائية $15\ V$. مأخذي البطارية يعطي فرق جهد $11{,}6\ V$ عندما تقدم طاقة $20\ W$ لمقاومة خارجية R .

a) ما هي قيمة R ؟

b) ما هي قيمة المقاومة الداخلية البطارية :

الحل: (a) بجمع قوانين جول لدينا $P = I\,\Delta V$ ولدينا من تعريف المقاومة

$$\Delta V = I.R \Rightarrow I = \frac{\Delta V}{R} \Rightarrow P = \frac{\Delta V}{R}.\Delta V$$

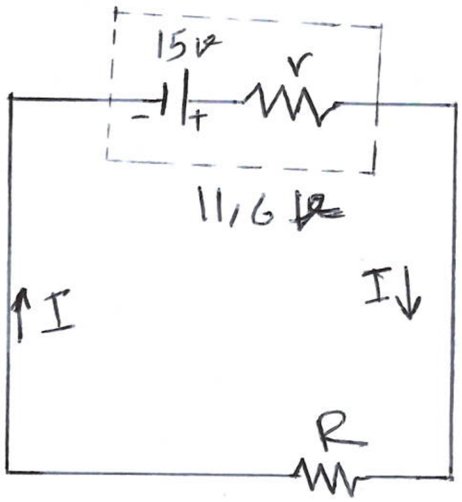
$$\Rightarrow R = \frac{(\Delta V)^2}{P} = \frac{(11,6)^2}{20} = 6,73\ \Omega$$

(b

$$\Delta V = \mathcal{E} - I.r \Rightarrow I.r = \mathcal{E} - \Delta V$$

ولدينا $I = \dfrac{\Delta V}{R}$

$$\Rightarrow r = \frac{(\mathcal{E} - \Delta V).R}{\Delta V} = \frac{(15 - 11,6)}{11,6} = 1,97\ \Omega$$

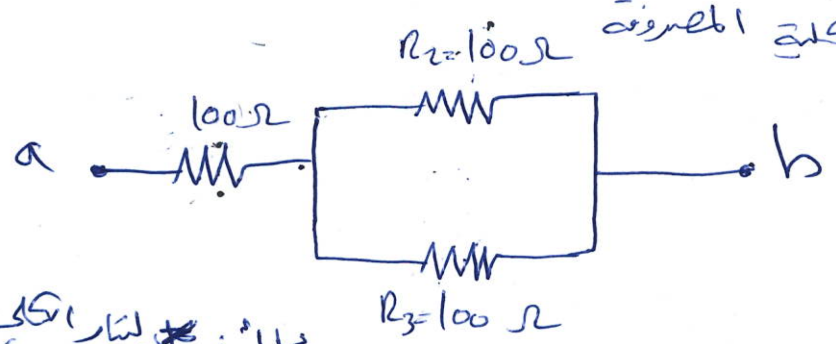


ثلاث مقاومات كما في الشكل، الاستطاعة العظمى التي يمكن أن تبددها المقاومة هي $25W$.

a) ما هي قيمة الجهد الأعظمي الذي يمكن أن يطبق بين الطرفين a و b .

b) من أجل قيمة الجهد الذي حسب بالطلب الأول، أوجد قيمة الطاقة المقدمة في كل مقاومة .

c) ما هي قيمة الطاقة الكلية المصروفة بالمقاومة المكافئة



بما أن التيار الكلي في الدارة يجتاز المقاومة 100

الحل:

$$P_{max} = I^2_{max} \cdot R \Rightarrow I_{max} = \sqrt{\frac{P}{R}}$$

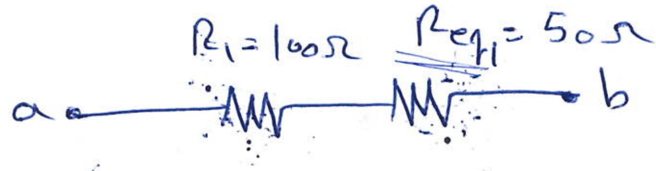
$$= \sqrt{\frac{25}{100}} = 0,500\,A$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{eq_1}$$

بما أن R_2 و R_3 موصولتان بالتفرع:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{100} + \frac{1}{100}$$

$$\Rightarrow R_{eq} = 50\,\Omega$$



$$R_{eq} = 100 + 50 = 150\,\Omega$$

$$\Delta V_{max} = 75\,V$$

$$\Delta V_{max} = R_{eq} \cdot I_{max} = 150 \times 0,5 = 75\,V$$

قوانين كيرشوف:

قانون كيرشوف الأول: $\sum I = 0$

قانون كيرشوف الثاني: $\sum \Delta V = 0$

قانون الطاقة المقدمة من البطارية خلال زمن معين:

$$\Delta U = P\,\Delta t = \Delta V \cdot I \cdot \Delta t$$

قانون الطاقة المصروفة بحمل مقاومة خلال زمن معين:

$$\Delta U = I^2 \cdot R \cdot \Delta t$$

قانون الطاقة المصروفة بحمل مقاومة دون تحديد زمن:

$$P = I^2 \cdot R$$

b) $\Delta V_{eq_1} = R_{eq_1} \cdot I = 50 \times 0{,}5 = 25\ Volts$

بما أن R_2 و R_3 موصولين على التفرع يكون الجهد متساوي $\Delta V_{eq} = \Delta V_2 = \Delta V_3$
حساب شدة التيار المار في الفرع الذي يحوي المقاومتين على التفرع (شدة التيار بكل فرع)

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{25}{100} = 0{,}25\ A$$

$$P_2 = \Delta V_2 \cdot I = 25 \times 0{,}25 = 6{,}25\ W$$

$$P_3 = \Delta V_3 \cdot I = 25 \times 0{,}25 = 6{,}25\ W$$

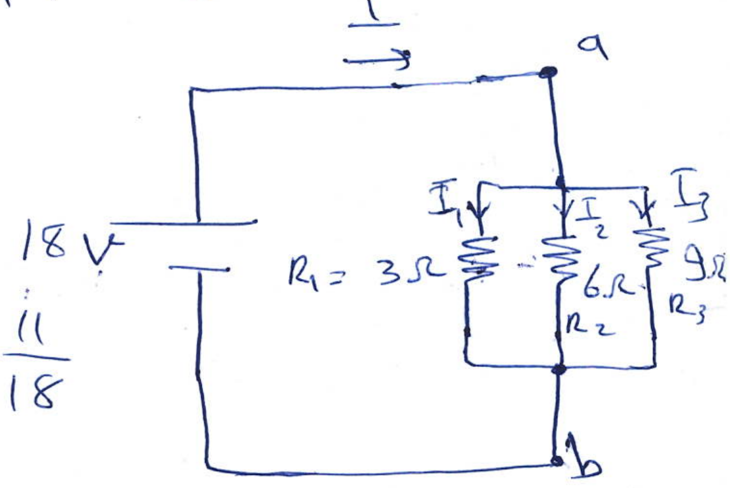
بما أن R_1 و R_{eq} موصولين على التسلسل فإن التيار متساوي: $I = I_{eq} = I_1 = 0{,}5\ A$

$$\Delta V_1 = R_1 \cdot I = 100 \times 0{,}5 = 50\ Volts$$

$$P_1 = \Delta V_1 \cdot I_1 = 50 \times 0{,}5 = 25\ W$$

$P_2 = R_2 \cdot I^2 = 100 \times (0{,}25)^2 = 6{,}25\ W$ | c) $P = I \Delta V = 0{,}5 \times 75 = 37{,}5\ W$

المسألة (2): ثلاث مقاومات موصولة على التفرع كما في الشكل، فرق الجهد بين النقطتين a و b ‏(18 Volt).
a) احسب المقاومة المكافئة للدارة.
b) احسب التيار في كل مقاومة.
c) احسب الاستطاعة المفقودة بكل مقاومة والطاقة الكلية.



a) $$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} = \frac{6+3+2}{18} = \frac{11}{18}$$

$$R_{eq} = \frac{18}{11} = 1{,}64\ \Omega$$

b) $$I_1 = \frac{\Delta V}{R_1} = \frac{18}{3} = 6\ A$$

$$I_2 = \frac{\Delta V}{R_2} = \frac{18}{6} = 3\ A$$

بما أن المقاومات R_1 و R_2 و R_3 موصولة على التفرع يكون الجهد متساوي $\Delta V = 18$
والتيار مختلف

$$I_3 = \frac{\Delta V}{R_3} = \frac{18}{9} = 2\ A$$

c) $P_1 = \Delta V . I_1 = (R_1 . I_1)\, I_1 = R_1 . I^2 = 3 \times 6^2 = 108\ Wat$

$P_2 = R_2 . I_2^2 = 6 \times 3^2 = 54\ W$

$P_3 = R_3 . I_3^2 = 9 \times 2^2 = 36\ W$

$I_{tot} = I_1 + I_2 + I_3 = 6 + 3 + 2 = 11\ A$

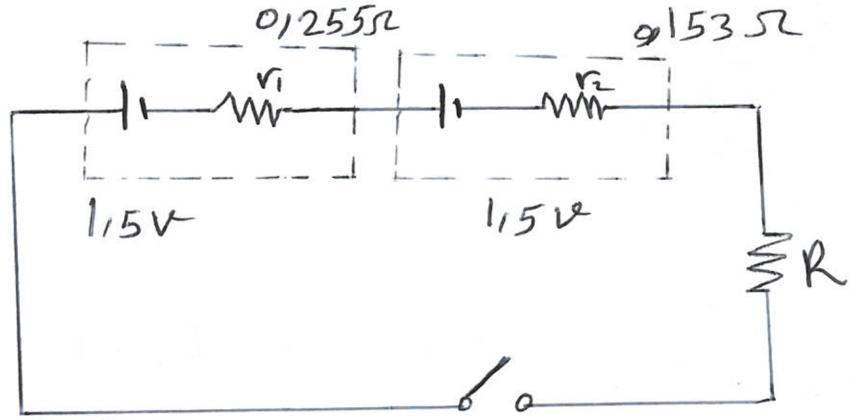
$P_{tot} = R_{eq} . I_{tot}^2 = 1{,}64 \times (11)^2 = 198{,}44\ W$

ou $P_{tot} = \Delta V . I = 18 \times 11 = 198\ W$

ou $P_{tot} = P_1 + P_2 + P_3 = 108 + 54 + 36 = 198$

مسألة ((3)):

بطاريتان 1,5V موصولتان باتجاه واحد من القطب الموجب وصلتا لمصباح البطارية الأولى لها مقاومة داخلية 0,255 Ω والمقاومة الداخلية الثانية 0,153 Ω. عندما توصل القاطعة يمر تيار شدته 600mA ما هي قيمة مقاومة المصباح.



الحل: المقاومة الكلية:

$$R = r_1 + r_2 + R_{Lamp}$$

$$\Rightarrow R_{Lamp} = R - (r_1 + r_2)$$

حساب R من العلاقة:

$$\Delta V = R.I \longrightarrow R = \frac{\Delta V}{I}$$

$$\Rightarrow R = \frac{3}{0,6} = 5\Omega$$

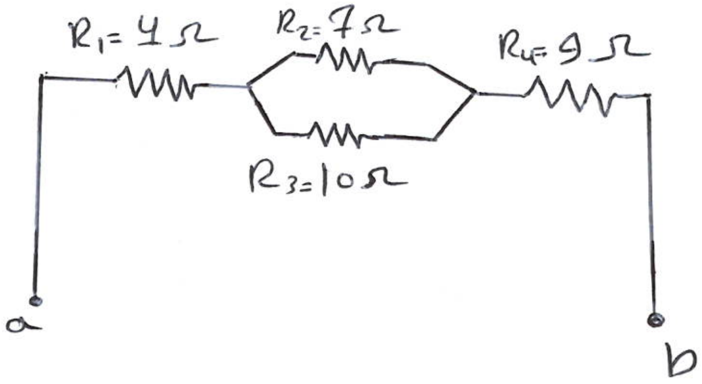
$$\Rightarrow R_{Lamp} = 5 - 0,408 = 4,59\Omega$$

مسألة ((4)) :

في الدارة التالية a) أوجد قيمة المقاومة المكافئة عند النقطتين a و b

b) احسب شدة التيار إذا طبقنا فرق جهد قيمته 34 V

بين النقطتين a و b .

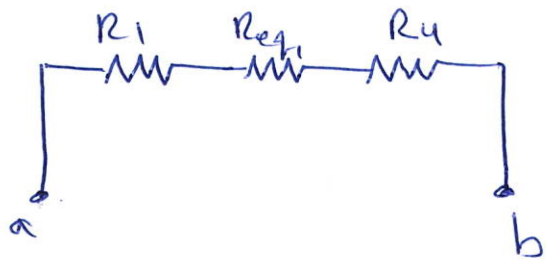


الحل: R_2 و R_3 موصولين على التفرع :

$$\frac{1}{R_{eq_1}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

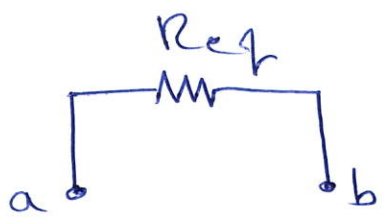
$$\Rightarrow \frac{1}{R_{eq_1}} = \frac{1}{7} + \frac{1}{10} \Rightarrow R_{eq_1} = 4,12\ \Omega$$

R_1 و R_{eq_1} و R_4 على التسلسل :



$$R_{eq} = R_1 + R_{eq_1} + R_4$$

$$= 4 + 4,12 + 9 = 17,1\ \Omega$$



b) : من العلاقة

$$\Delta V = I \cdot R$$

$$\Rightarrow I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{34}{17,1} = 1,99\,A$$

بما أن R_1 و R_{eq_1} و R_4 على التسلسل فإن التيار ثابت :

$$I_1 = I_{R_{eq_1}} = I_4 = I = 1,99\,A$$

المقاومتين R_2 و R_3 على التفرع فإن فرق الجهد ثابت :

$$\Delta V_2 = \Delta V_3 = \Delta V_{eq_1} = I_{eq_1} \cdot R_{eq_1} = 1,99 \times 4,12 = 8,18\,V$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{\Delta V_2}{R_2} = \frac{8,18}{7} = 1,17\,A$$

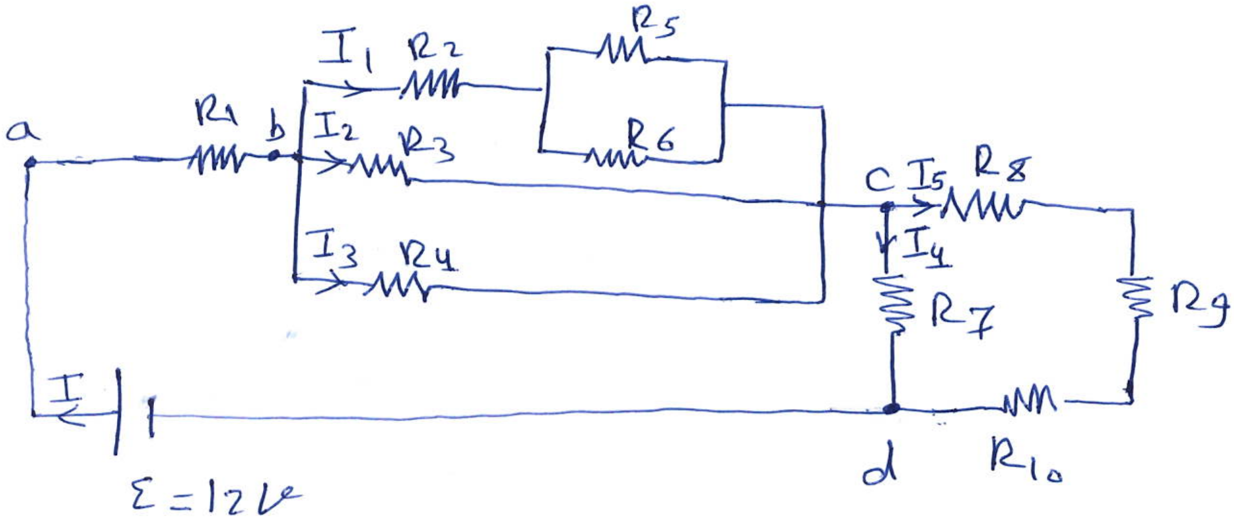
$$I_3 = \frac{\Delta V_3}{R_3} = \frac{8,18}{10} = 0,818\,A$$

تمرين : لتكن الدارة الموضحة في الشكل والمطلوب : احسب شدة التيار الكلي المار في الدارة I_T وكذلك شدة التيارات الفرعية I_1 و I_2 و I_3 و I_4 و I_5.

علماً أن : $R_1 = 2\Omega$ ، $R_2 = 2\Omega$ ، $R_3 = 4\Omega$ ، $R_4 = 6\Omega$

$R_5 = 5\Omega$ ، $R_6 = 4\Omega$ ، $R_9 = 3\Omega$ ، $R_{10} = 0{,}5\Omega$

والقوة المحركة $\mathcal{E} = 12V$.

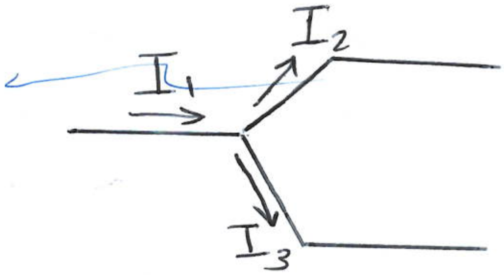


• قوانين كيرشوف : Kirchhoff's Rules

يتم تحليل ودراسة الدارات الأكثر تعقيداً باستخدام قوانين كيرشوف

1 ـ قانون العقد : عند أي عقدة، مجموع التيارات يساوي الصفر

$$\boxed{\sum I = 0}$$



كمية الشحنات التي تخرج من العقدة يجب أن تساوي مجموع الشحنات في الفروع التي على التيار.

2 ـ قوانين الحلقات : إن مجموع فرق الجهد التي تعبر كل العناصر الدارة المغلقة يجب أن تساوي الصفر.

$$\boxed{\sum \Delta V = 0}$$

• عند تطبيق قوانين كيرشوف، يجب الانتباه على الملاحظات التالية للقانون الثاني

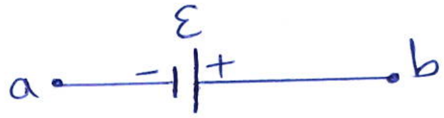
1 ـ إذا كان التيار يعبر المقاومة باتجاه التيار المار في الدارة، يكون فرق الجهد ΔV عبر المقاومة $(-IR)$ كما في الشكل :

$$\Delta V = -IR$$

2- إذا كانت جهة مرور التيار الكهربائي بالمقاومة بالاتجاه السالب تكون قيمة فرق الجهد ΔV عبر المقاومة يساوي إلى $(+IR)$ كما في الشكل:

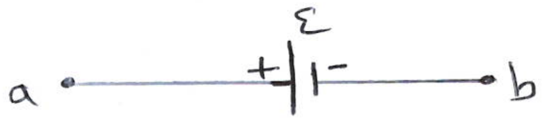
$$\Delta V = +IR$$

3- إذا كانت القوة المحركة الكهربائية للبطارية emf (بافتراض أن المقاومة الداخلية صفر) تتحرك بالجهة الموجبة أو من جهة القوة المحركة emf للدارة، عندها يكون فرق الجهد ΔV هو $+\varepsilon$ كما في الشكل.



$$\Delta V = +\varepsilon$$

4- إذا كانت القوة المحركة الكهربائية للبطارية emf (بافتراض أن المقاومة الداخلية صفر) تتحرك بالجهة السالبة أو من جهة القوة المحركة emf للدارة، عندها يكون فرق الجهد ΔV هو $-\varepsilon$. كما في الشكل.

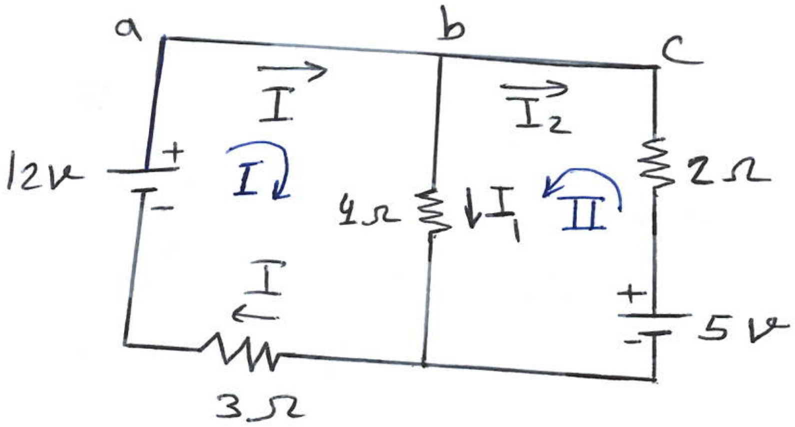


$$\Delta V = -\varepsilon$$

- ينصح بالإجراءات التالية من أجل حل المشاكل الموجودة في الدارات التي لا يمكن جمع فيها المقاومات على التسلسل أو التفرع.
- وضع تصور: دراسة الدارة ويجب تمييز جميع عناصر الدارة. وتحديد قطبية كل بطارية لوضع تخيل لجهة مرور التيار.
- تصنيف: تحديد إمكانية تصغير الدارة عن طريق جمع المقاومات على التسلسل أو التفرع.
- تحليل: تعيين تسميات ورموز جميع مكونات الدارة. تحديد جهة التيار بكل جزء من الدارة.
- تطبيق قانون كيرشوف الأول على العقد وقانون كيرشوف الثاني على الحلقات.

مسألة (4):

أوجد شدة التيار المار في الدارة الموجودة في الشكل :



الحل: بتطبيق قانون كيرشوف الأول :

$$I = I_1 + I_2 \quad ((1))$$

بتطبيق قانون كيرشوف الثاني على الحلقة الأولى I :

$$12 - 4I_1 - 3I = 0 \Rightarrow 12 - 4I_1 = 3I \Rightarrow \boxed{I = 4 - \frac{4}{3}I_1} \quad (2)$$

بتطبيق قانون كيرشوف الثاني على الحلقة الثانية II :

$$5 + 2I_2 - 4I_1 = 0 \Rightarrow 2I_2 = 4I_1 - 5 \Rightarrow \boxed{I_2 = 2I_1 - \frac{5}{2}} \quad (3)$$

بتعويض (2) و (3) في (1) :

$$4 - \frac{4}{3}I_1 = I_1 + 2I_1 - \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow 4 + \frac{5}{2} = I_1 + 2I_1 + \frac{4}{3}I_1$$

$$6,5 = 4,33\, I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{6,5}{4,33} = 1,50\ A$$

بتعويض I_1 في (2) و (3) نجد أن :

$$I = 4 - \frac{4}{3} I_1 = 4 - \frac{4}{3}(1{,}50) = 2\ A$$

$$I_2 = 2I_1 - \frac{5}{2} = 2(1{,}50) - \frac{5}{2} = 0{,}5\ A$$

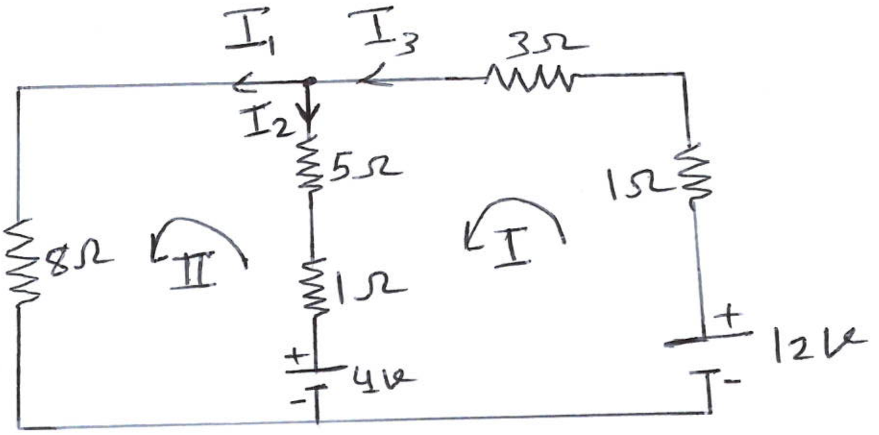
المسألة (2) :

لتكن الدارة التي في الشكل قد وصلت لمدة 2min

a) أوجد شدة التيار بكل طرف من الدارة.

b) أوجد الطاقة المقدمة من البطارية.

c) أوجد الطاقة المصروفة بكل مقاومة.



الحل: نطبق قانون كيرشوف الأول :

$$I_3 = I_1 + I_2 \qquad \boxed{1}$$

نطبق قانون كيرشوف الثاني على الحلقة الأولى I :

$$12 - 4 - 4I_3 - 6I_2 = 0 \Rightarrow 8 = 4I_3 + 6I_2$$

$$\Rightarrow \boxed{I_3 = 2 - 1{,}5 I_2} \quad \boxed{2}$$

نطبق قانون كيرشوف الثاني على الحلقة الثانية II :

$$4 + 6I_2 - 8I_1 = 0 \Rightarrow 8I_1 = 4 + 6I_2$$

$$\Rightarrow \boxed{I_1 = 0{,}5 + 0{,}75 I_2} \quad \boxed{3}$$

نعوض $\boxed{2}$ و $\boxed{3}$ في $\boxed{1}$:

$$2 - 1,5 I_2 = 0,5 + 0,75 I_2 + I_2$$

$$2 - 0,5 = 1,5 I_2 + 0,75 I_2 + I_2$$

$$1,5 = 3,25 I_2 \Longrightarrow I_2 = 0,461 \text{ A}$$

لحساب I_1 نعوض في $\boxed{3}$:

$$I_1 = 0,5 + 0,75 (0,461) = 0,846 \text{ A}$$

ولحساب I_3 نعوض في $\boxed{1}$:

$$I_3 = 0,846 + 0,461 = 1,307 \text{ A}$$

b) من أجل 4V :

$$\Delta U = P . \Delta t = \Delta V . I . \Delta t = 4 \times (-0,462)(120)$$
$$= -222 \text{ J}$$

من أجل 12V :

$$\Delta U = 12 \times (1,31)(120) = 1,88 \text{ J}$$

c) من أجل المقاومة 8Ω :

$$\Delta U = I^2 . R . \Delta t$$
$$= (0,846)^2 (8)(120) = 687 \text{ J}$$

من أجل 5Ω :

$$\Delta U = (0,462)^2 (5)(120) = 128 \text{ J}$$

من أجل 1Ω :

$$\Delta U = (0,462)^2 (1)(120) = 25,6 \text{ J}$$

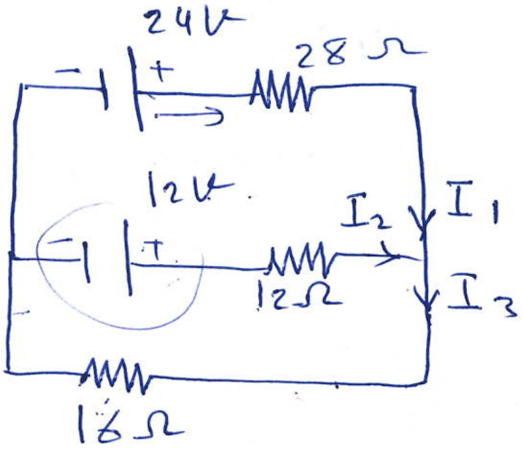
من أجل 3Ω :

$$\Delta U = (1,31)^2 (3)(120) = 616 \text{ J}$$

من أجل 1Ω :

$$\Delta U = (1,31)^2 (1)(120) = 205 \text{ J}$$

المسألة (3): في الشكل أوجد: a) شدة التيار عند كل مقاومة
b) الطاقة المصروفة عند كل مقاومة



الحل: بتطبيق قانون كيرشوف الأول:

$$I_3 = I_1 + I_2 \quad (1)$$

بتطبيق قانون كيرشوف الثاني في الحلقة السفلية:

$$12 - 12 I_2 - 16 I_3 = 0 \Rightarrow I_2 = 1 - \frac{4}{3} I_3 \quad (2)$$

بتطبيق قانون كيرشوف الثاني في الحلقة الخارجية:

$$24 - 28 I_1 - 16 I_3 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{24 - 16 I_3}{28} \quad (3)$$

بتعويض (2) و (3) في (1):

$$I_3 = \frac{24 - 16 I_3}{28} + 1 - \frac{4}{3} I_3$$

$$\Rightarrow I_3 = 1{,}857 - 0{,}57 I_3 - 1{,}33 I_3$$

$$\Rightarrow 1{,}857 = I_3 + 0{,}57 I_3 + 1{,}33 I_3$$

$$\Rightarrow 1{,}857 = 2{,}9 I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{1{,}857}{2{,}9} = 0{,}64\,A$$

$$I_2 = 1 - \frac{4}{3}(0{,}64) = 0{,}148\,A$$

$$I_1 = 0{,}492\,A$$

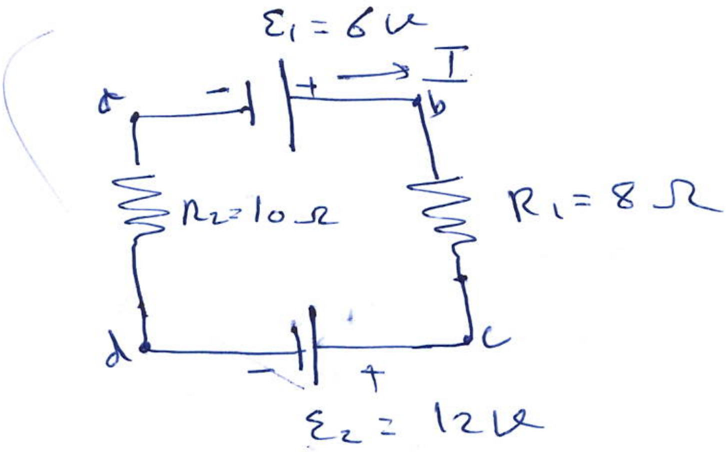
b) $P_{28} = I_1^2 R_{28} = (0,492)^2 (28) = 6,77 W$

$P_{12} = I_2^2 R_{12} = (0,148)^2 (12) = 0,261 W$

$P_{16} = I_3^2 \cdot R_{16} = (0,639)^2 (16) = 6,54 W$

دارة في حلقة واحدة تحتوي على مقاومتين وبطاريتين كما هو في الشكل

أوجد شدة التيار المار في الدارة.



بتطبيق قانون كيرشوف الثاني:

$$\sum \Delta V = 0 \Rightarrow \varepsilon_1 - R_1 I - \varepsilon_2 - R_2 I = 0$$

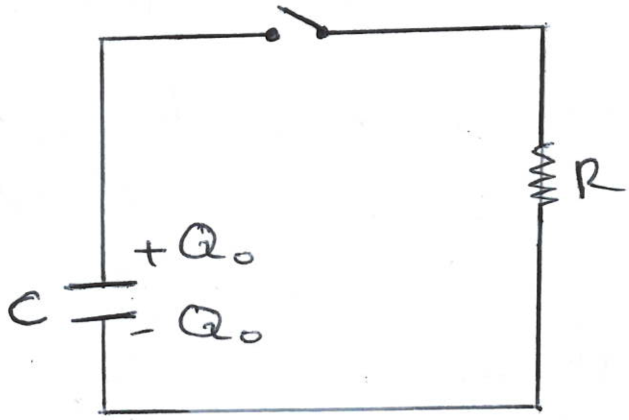
$$\Rightarrow \quad \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = R_1 I + R_2 I$$

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I (R_1 + R_2)$$

$$\Rightarrow I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 - 12}{8 + 10} \simeq -0,33 \text{ A}$$

• دارات RC : RC circuits

• لنتخيل مكثفة مشحونة بشكل كامل. دارة تحتوي على مقاومة ومكثفة تدعى هذه الدارة بدارة RC . إن التيار في هذه الدارة له جهة واحدة ولكن شدة التيار سوف تتغير مع الزمن



• نغلق الدارة عند الزمن $t = 0$. وبوجود فرق جهد بين طرفي المقاومة، وهنالك تيار يمر بالمقاومة. شدة التيار الابتدائية :

$$I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{CV_0}{RC} = \frac{Q_0}{RC} \quad \text{و} \quad Q = CV$$

$$\Longrightarrow \boxed{I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{Q_0}{RC}}$$

من قانون كيرشوف الثاني :

$$\sum V = 0$$

$$\frac{Q}{C} - IR = 0$$

التيار الحالي يساوي إلى معدل تناقص الشحنة وبالتالي:

$$I = -\frac{dQ}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC}Q$$

• إذن Q و t متغيرات منفصلة. لنكامل من Q_0 عند الزمن $t=0$ إلى Q' عند الزمن t':

$$\int_{Q_0}^{Q'} \frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{RC}\int_0^{t'} dt$$

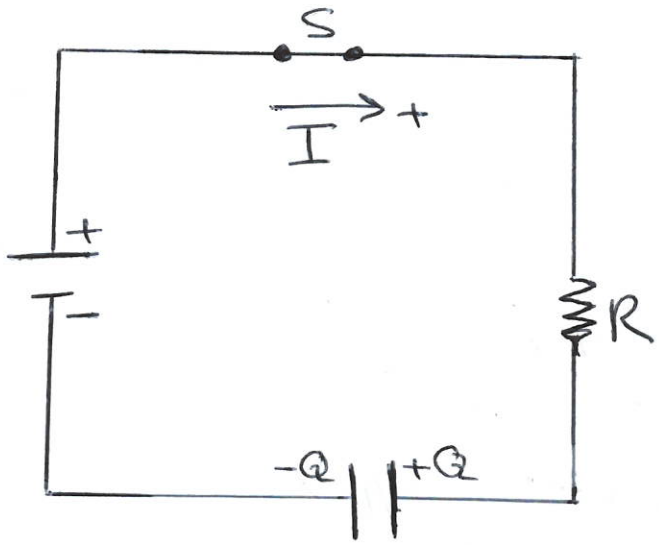
$$\left[\ln Q\right]_{Q_0}^{Q'} = -\frac{t'}{RC} \Rightarrow \ln Q' - \ln Q_0 = -\frac{t'}{RC}$$

$$\Rightarrow \ln\frac{Q'}{Q_0} = -\frac{t'}{RC} \Rightarrow \frac{Q'}{Q_0} = e^{-t'/RC}$$

$$\Rightarrow Q(t) = Q_0\, e^{-t/RC} = Q_0\, e^{-t/\tau}$$ و $\boxed{\tau = RC}$

حيث τ يدعى ثابت الزمن. وهو عبارة عن الزمن اللازم لتنقص الشحنة بمقدار $\left(\frac{1}{e}\right)$.

• شحن المكثفات : Charging A capacitor



• بتطبيق قانون كيرشوف الثاني :

$$\mathcal{E} - IR - \frac{Q}{C} = 0$$

في هذه الدارة أخذنا التيار بالاتجاه الموجب أي أن Q تتزايد

$$I = +\frac{dQ}{dt} \Rightarrow \mathcal{E} - R\frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{C} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{Q}{RC} = \frac{C\mathcal{E}}{RC} - \frac{Q}{RC}$$

$$\Rightarrow dQ\,(RC) = (C\mathcal{E} - Q)\,dt$$

نضرب الطرفين بإشارة (−) :

$$(-RC)\,dQ = (Q - C\mathcal{E})\,dt$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{Q - C\mathcal{E}} = \frac{-dt}{RC}$$

$$\int_0^Q \frac{dQ}{Q-C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{Q-C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right) = -\frac{t}{RC} \Rightarrow \frac{Q-C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}} = e^{-t/RC}$$

$$\Rightarrow Q(t) = -C\mathcal{E}e^{-t/RC} + C\mathcal{E}$$

$$\Rightarrow Q(t) = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

مسألة (1): مكثفة 4 μf مشحونة إلى 24 V بعد ذلك وصلت عبر مقاومة 200 Ω . أوجد: a) الشحنة الابتدائية في المكثفة
b) التيار الابتدائي الذي يمر عبر المقاومة 200 Ω .
c) ثابت الزمن
D) كمية الشحنة بالمكثفة بعد 4msec .

الحل:

a) $Q_0 = CV_0 = 4 \times 24 = 96\ \mu C$

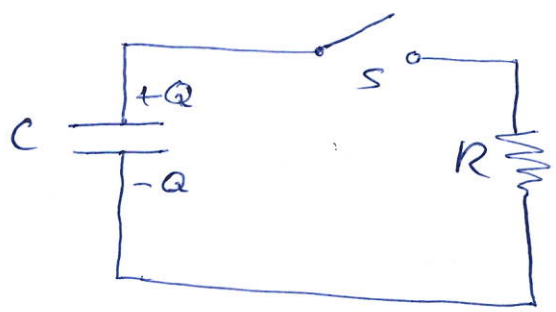
b) $I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{24}{200\Omega} = 0,12\ A$

c) $\tau = R.C = 200 \times 4 = 0,80\ ms$
$= 800\ \mu s$

d) $Q = Q_0 e^{-t/\tau} = (96)\, e^{-4/0,80}$
$= (96)\, e^{-5} = 0,65\ \mu C$

مسألة (2): مكثفة مشحونة وصلت لمقاومة كما في الشكل. للدارة ثابت زمني 1,50 S بعد اغلاق الدارة قيمة الشحنة المتبقية 75 % من الشحنة التي كانت في البداية
a) أوجد الزمن اللازم لتصل الشحنة لهذه القيمة.
b) اذا كانت R = 250 KΩ أوجد قيمة C .

a)



الحل: a) الشحنة المتبقية في المكثفة عند الزمن t يكون:

$$q = Q\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$q = 0{,}750\, Q \Rightarrow q = \cancel{Q}\, e^{-\frac{t}{\tau}} = 0{,}750\, \cancel{Q}$$

$$\Rightarrow e^{-\frac{t}{\tau}} = 0{,}750$$

نأخذ لوغاريتم الطرفين

$$-\frac{t}{\tau} = \ln(0{,}750) \Rightarrow t = -\tau \ln(0{,}750)$$

$$= -(1{,}50)\ln(0{,}750)$$

$$= 0{,}432\,S$$

b) $\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{1{,}50}{250 \times 10^{3}} = 6 \times 10^{-6}\,F$