كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة ٣

المحاضرة الرابعة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية ، تكنلوجيا المعلومات والاتصالات

٣

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

التوزيع الاحتمالي المتصل (المستمر)

أي أنّ متغير الحوادث تعبر أعداد حقيقية بين كل عددين حقيقيين بوجود عدد لا نهائي من الأعداد الحقيقية أي يوجد استمرارية وعدم تقطع.

★ دالة كثافة الاحتمال: تعبّر عن التوزيع الاحتمالي المتصل بصيغة رياضية

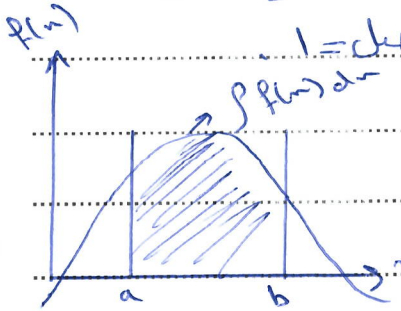
$$f(x) = \begin{cases} f(x) & ; \quad x \in [a,b] \\ 0 & ; \quad x \notin [a,b] \end{cases}$$

شرط كون التابع $f(x)$ تابع كثافة احتمال:

1) ★ $f(x)$ مستمر على x / لا يوجد حالات عدم تعيين على المجال $[a,b]$ /

2) ★ $f(x) \geq 0$ أي موجبة من أجل قيم المتغير العشوائي x

3) ★ $\int_a^b f(x)dx = 1$ أي المساحة الكلية المحصورة بين المنحني الذي يمثل كثافة الاحتمال ومحور الفواصل $= 1$.



ملاحظة: تابع كثافة الاحتمال يمثل مساحة أي من خلال هذا التابع يمكن حساب احتمال مجال أما من أجل قيمة معينة فإن احتمالها يساوي (0) وبالتالي ينتج عن ذلك أنّ الإشارتين $<$ أو $\leq$ متكافئتين في التوزيعات المستمرة أي:

$$p(a \leq x < b) = p(a < x \leq b) = p(a \leq x \leq b) = p(a < x < b) = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

- إيجاد تابع التوزيع الاحتمالي:

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx=\begin{cases}0 & ; x<a\\ \int_a^b f(x)\,dx & ; a\le x\le b\\ 1 & ; x>b\end{cases}$$

مثال 1: أثبت أن التابع $f(x)=\begin{cases}\frac{x^3}{4} & ; x\in[0,2]\\ 0 & ; x\notin[0,2]\end{cases}$ هو تابع كثافة احتمال ثم أوجد تابع التوزيع الاحتمالي.

الحل: $f(x)$ معرف على المجال $[0,2]$ / لا يوجد عدم تعيين /

$f(x)\ge 0$ ✓ $\Leftrightarrow$ $f(0)=0$, $f(2)=0$ أي التابع موجب.

$$\int_a^b f(x)\,dx=1 \Longleftrightarrow \int_0^2 \frac{x^3}{4}\,dx=\frac{1}{4}\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^2$$

$$=\frac{1}{4}\left[\frac{16}{4}-\frac{0}{4}\right]=\frac{16}{16}=1$$

$$\Rightarrow \int_a^b f(x)\,dx=1 \checkmark$$ / محققة /

نستنتج مما سبق أن $f(x)$ هو تابع كثافة احتمال

تابع التوزيع للمتحول $f(x)$ هو: $-\infty < x < +\infty$

$0 \le F(x) \le 1$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

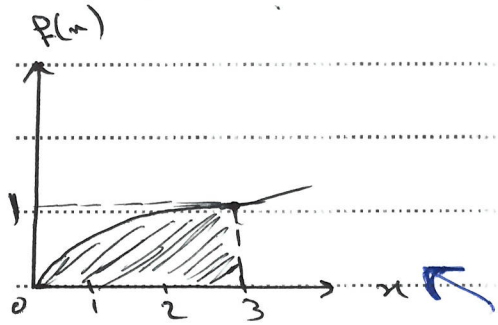
توضيح:

$$F(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=\int_{-\infty}^{a} f(x)dx+\int_{a}^{b} f(x)dx+\int_{b}^{+\infty} f(x)dx$$

$$F(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=\begin{cases}0 & ; \ x<0\\ \frac{x^4}{16} & ; \ 0\le x<2\\ 1 & ; \ x\ge 2\end{cases}$$

مثال: ليكن لدينا تابع f تابع كثافة احتمال معرّف بالشكل:

$$f(x)=\begin{cases}cx^2 & x\in[0,3]\\ 0 & x\notin[0,3]\end{cases}$$



المطلوب: 1) احسب قيمة c.

2) أوجد تابع التوزيع.

3) احسب $p(1<x<3)$

4) الخط البياني لتابع التوزيع.

الحل (1)

بما أنّ $f(x)$ هو تابع كثافة احتمال فإنّ:

$$\int_a^b f(x)dx=1$$

$$\Leftrightarrow \int_0^3 cx^2dx=1 \Rightarrow c\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^3=1 \Rightarrow c\left[\frac{27}{3}-\frac{0}{3}\right]=1$$

$$\Rightarrow 9c=1 \Rightarrow \boxed{c=\frac{1}{9}}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\Leftarrow \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{9}x^2 & , x \in [0,3] \\ 0 & , x \notin [0,3] \end{cases}$$

(2) تابع التوزيع الاحتمالي:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx = \begin{cases} 0 & ; x < 0 \\ \frac{x^3}{27} & ; 0 \le x < 3 \\ 1 & ; x \ge 3 \end{cases}$$

$$p(1 < x < 3) = \int_1^3 \frac{1}{9}x^2\,dx = \left[\frac{x^3}{27}\right]_1^3 = \frac{27}{27} - \frac{1}{27} \qquad (3)$$

$$= \frac{26}{27}$$

انتهت الإجابة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z