كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثالثة

المادة : الكتروديناميك

المحاضرة:الاولى/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

المحاضرة الأولى: الكترو ديناميك

- نظرية ستوكس :

$$\oint \vec{A}.d\vec{l} = \iint rot\vec{A}.d\vec{s}$$

- نظرية غوص - اوستروغرادسكي :

$$\oint\!\!\oint_S \vec{A}.d\vec{s} = \iiint_V div\vec{A}.d\vec{v}$$

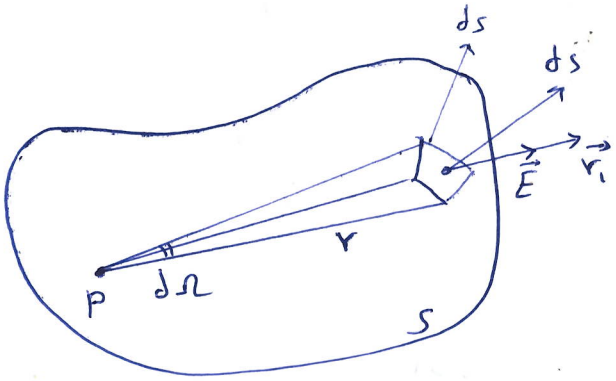
★ قانون غوص في الكهرباء الساكنة :

نأخذ شحنة نقطية Q تقع في النقطة P الواقعة داخل سطح مغلق S ونقوم بحساب تدفق الحقل الكهربائي عبر عنصر السطح $d\vec{s}$ ومن ثم نجري عملية تكامل على السطح الكلي S.

$$d\phi = \vec{E}.d\vec{s} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r_1}.d\vec{s}}{r^2}$$

$\vec{r_1}.d\vec{s}$: مسقط $d\vec{s}$ على مستوى عمودي على $\vec{r_1}$

r : شعبة الواحدة



نكتب $d\vec{s}$ بدلالة $d\Omega$ الزاوية المجسمة التي نرى منها عنصر السطح $d\vec{s}$ ابتداء من النقطة P فإن $d\vec{s}$ يساوي

$$d\vec{s} = r^2.d\Omega\,\vec{r_1}$$

بعد التعويض

$$d\phi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}.d\Omega$$

والتدفق الكلي للحقل $\vec{E}$ من خلال السطح الكلي S يساوي

$$\phi = \oint_S \vec{E}.d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

- اذا كانت الشحنة Q واقعة خارج السطح S فإن التدفق الكلي يساوي الصفر
- اذا احتوى السطح المغلق S على عدة شحنات بداخله فإن التدفق يجمع جبرياً

- في حالة تكون فيها الشحنات داخل السطح المغلق S موزعة بكثافة حجمية ρ في الحجم V المحدد بالسطح S فإن Q تساوي:

$$Q = \int_V \rho \, dv$$

والتدفق الكلي يساوي

$$\phi = \frac{\int_V \rho \, dv}{\varepsilon_0}$$

- يربط قانون غوص بين تدفق الحقل الكهربائي من خلال سطح مغلق S وبين الشحنة الكلية الموجودة داخله.

- بتطبيق نظرية غوص - اوستروغرادسكي

$$\phi = \int \vec{E} . d\vec{s} = \int div \vec{E} . dv = \int_V \frac{\rho}{\varepsilon_0} \, dv$$

$$\Rightarrow \quad div \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \text{او} \quad div \vec{D} = \rho$$

حيث $\vec{D}$ متجهة حقل التحريض الكهربائي

تدل العلاقة الأخيرة على أن مصادر الحقل الكهربائي هي الشحنات الكهربائية وهي شحنات حقيقية تتواجد في الطبيعة

وتدعى أيضاً هذه العلاقة بقانون غوص بشكله التفاضلي أو معادلة مكسويل من أجل تفرق $\vec{D}$.

★ قانون غوص في المغناطيسية:

عدد خطوط حقل التحريض المغناطيسي التي تدخل الجسم المحدد بالسطح المغلق S تساوي عدد خطوط الحقل التي تخرج منه وتدفق حقل التحريض المغناطيسي من خلال هذا السطح المغلق يساوي الصفر

- نعبر عن هذا بالعلاقة

$$\iint_S \vec{B} . d\vec{s} = 0 \quad \Rightarrow \quad \iint \vec{H} . d\vec{s} = 0$$

حيث H الحقل المغناطيسي ، B حقل التحريض المغناطيسي

- بتطبيق نظرية غوص. اوستروغرادسكي فإن العلاقة (B) تصبح

$$\iiint_{\tau} \operatorname{div}\vec{B}\, d\tau = 0$$

ومنه $\operatorname{div}\vec{B} = 0$

- وهو الشكل التفاضلي لقانون غوص في المغناطيسية $\operatorname{div}\vec{B} = 0$ وهذه العلاقة صحيحة مهما كان شكل السطح المغلق S الذي يحد الحجم τ
- المعنى لقانون غوص في المغناطيسية يدل على عدم وجود شحنات مغناطيسية حقيقية مرة في الطبيعة
- وتدعى العلاقة $\operatorname{div}\vec{B} = 0$ بمعادلة مكسويل من أجل تغرق $\vec{B}$.

★ قانون آمبير في المغناطيسية :

ينص قانون آمبير على أن جولان حقل التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ على أي مسار مغلق يحيط بالتيار يساوي ثابت النفوذية المغناطيسية في الخلاء في شدة التيار الكهربائي الذي يخترق السطح المستند على المحيط المغلق أي أن

$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 I$$

ونحسب التكامل الخطي لحقل التحريض المغناطيسي على مسار مغلق عبارة عن دوائر يقع مركزها على السلك الذي يمر فيه تيار فيكون حقل التحريض المغناطيسي عند النقطة الواقعة على المسار المغلق والتي تبعد عن السلك مسافة قدرها r هي :

$$\oint B.dl = B(2\pi r) = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

ونستطيع أن نكتب

$$\int \vec{H}.\vec{dl} = I$$

ويدعى هذا التكامل بالقوة المحركة المغناطيسية

- اذا كتبنا شدة التيار I على شكل تكامل لكثافة التيار j على سطح s يحيط بالناقل

$$I = \int \vec{j}.\vec{ds}$$

- يؤدي قانون آمبير يأخذ الشكل التالي

$$\int \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 \int_s \vec{j}.\vec{ds}$$

نطبق نظرية ستوكس

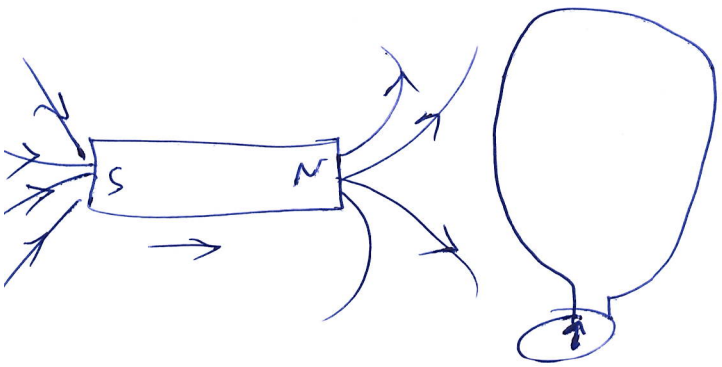
$$\int \vec{B}.\vec{dl} = \int \overrightarrow{rot}\vec{B}\ \vec{ds} = \int \mu_0 \vec{j}\,\vec{ds}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

وهذه العلاقة تمثل الشكل التفاضلي لقانون آمبير

* قانون فاراداي في التحريض الكهراطيسي :

اكتشف مايكل فاراداي وجوزيف هنري أنه ينتج عن حقل مغناطيسي متغير مع الزمن حقل كهربائي متغير مع الزمن ، وسميت هذه الظاهرة بظاهرة التحريض الكهراطيسي . يمكن توضيح هذه الظاهرة بواسطة تجربة فاراداي . فعند وجود سلك ناقل على شكل حلقة موصول بجلفانومتر بجوار مغناطيس ساكن وفي نفس المستوى نلاحظ تياراً كهربائياً في الحلقة .



عند تحريك المغناطيس نحو وخارج الحلقة نلاحظ انحراف مؤشر الجلفانومتر دلالة على وجود تيار كهربائي متحرض داخل المغناطيس عن الحلقة هذا التيار ينشأ نتيجة تكون قوة محركة كهربائية (e.m.f) داخل الحلقة

- وجد أن القوة المحركة الكهربائية ترتبط مع معدل التغير الزمني للتدفق المغناطيسي الذي يمر عبر هذه الحلقة إذ نص فاراداي على أن

تدفق ϕ_m : $\quad e.m.f = -\frac{\partial \phi_m}{\partial t}$

الإشارة السالبة تدل على أن القوة المحركة الكهربائية (e.m.f) تعمل بشكل يعاكس معدل تغير التدفق الذي أدى بإنتاجها وهذا ما يسمى بقانون لنز.

- ترتبط القوة المحركة الكهربائية بالحقل الكهربائي المتحرض الناتج عن التيار المتحرض في كل نقطة من الدارة بالعلاقة:

$$e.m.f = \oint_c \vec{E}.d\vec{l}$$

بالتالي

$$e.m.f = \oint_c \vec{E}.d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{B}.d\vec{s}$$

يؤدي العبارة التفاضلية لقانون فاراداي يكتب كما يلي:

$$\overrightarrow{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

ويبدو جلياً أن الحقل المغناطيسي المتغير مع الزمن يولد حوله حقلاً كهربائياً.

- تدعى المعادلة السابقة بقانون فاراداي المعمم أو بمعادلة ماكسويل من أجل دوار الحقل الكهربائي $\vec{E}$.

★ معادلة الاستمرار أو قانون انحفاظ الشحنة :

$$\operatorname{div}\vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

كثافة التيار : j و

الكثافة الحجمية : ρ

في حال التيار المستمر فإن توزع الشحنات لا يتغير مع الزمن أي:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \operatorname{div}\vec{j} = 0$$

- نميز حالتين الأولى : حالة التيار المستمر

1- لا يتغير توزع الشحنات بالنسبة للزمن

2- تأخذ معادلة الاستمرار الشكل $\nabla \cdot \vec{J} = 0$

3- ما يعني أن كثافة تدفق التيار محدودة أي لا يمر تيار في الدارة

الثانية : حالة تيار متناوب . في دارة تحوي مكثفة

1- خطوط كثافة التيار تكون مغلقة

2- كأن التيار المتناوب عمل على إغلاق الدارة التي كانت مفتوحة بوجود مكثفة وذلك بواسطة تيار الإنزياح

★ تيار الانزياح أو تيار ماكسويل :

ينشأ هذا التيار عن معدل تغير كثافة التدفق الكهربائي مع الزمن

في الأنظمة الغير متغيرة مع الزمن معادلة أمبير تنص على أن

$$\overrightarrow{rot\ B} = \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{J}$$

J : كثافة الحجمية للتيار الكهربائي

كذلك معادلة استمرارية الشحنة تأخذ الشكل :

$$\operatorname{div}\vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

نحسب تفرق شعاع كثافة التيار مع معادلة أمبير نجد :

$$\overrightarrow{rot}\,\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

$$\Rightarrow div\left(\overrightarrow{rot}\,\vec{B}\right) = \mu_0\, div\,\vec{J}$$

$$\Rightarrow \quad 0 \quad = div\,\vec{J}$$

- اذاً هناك تناقض بين معادلة الاستمرارية التي هي معادلة محققة دوماً ومعادلة أمبير التي هي معادلة تجريبية لرفع هذا التناقض اقترح ماكسويل تعديل معادلة أمبير كما يلي :

لدينا معادلة غوص $\rho = \varepsilon_0\, div\,\vec{E}$

بتعويض المعادلة السابقة في معادلة استمرارية الشحنة نحصل على

$$div\,\vec{J} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\varepsilon_0\, div\,\vec{E}\right)$$

$$\Rightarrow div\,\vec{J} = -div\left(\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\vec{E}\right)$$

$$\Rightarrow div\left(J + \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}\right) = 0$$

$$\Rightarrow div\, J_{TOT} = 0$$

حيث اقترح ماكسويل تسمية الحد :

$$J + \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} = J_{TOT}$$

بشعاع الكثافة الحجمية للتيار الكلي .

وبالتالي أصبحت معادلة الاستمرار ومعادلة أمبير متفقين في نفس النتيجة، أي أن في الأنظمة الغير مستقرة

$$div\, J_{TOT} = 0$$

حيث اصطلح على تسمية الحد $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ بكثافة تيار الانزياح J_d
وهو تيار ناتج عن تغيرات الحقل الكهربائي مع الزمن وأصبحت
معادلة أمبير تسمى بمعادلة أمبير اطعمة

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = rot\, \vec{B} = \mu_0 \left(J + \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \right) = \mu_0 (J + J_d)$$

اذا تغير الحقل الكهربائي مع الزمن يولد أيضاً حوله حقلاً مغناطيسياً متحرضاً.

* معادلات ماكسويل العامة:
تدعى المعادلات الأربعة التالية التي تصف الحقل الكهراطيسي في الفراغ بمعادلات ماكسويل العامة وهي:

1- $\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ قانون فاراداي

2- $\vec{\nabla} . \vec{B} = 0$ قانون غوص في المغناطيسية

3- $\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ قانون أمبير

4- $\vec{\nabla} . \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ قانون غوص في الكهرباء الساكنة

وتكون معادلات ماكسويل بشكلها التكاملي:

$$1- \oint_c \vec{E}.d\vec{\ell} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_s \vec{B}.d\vec{s}$$

$$2- \oint_s \vec{B}.d\vec{s} = 0$$

$$3- \oint_c \vec{H}.d\vec{\ell} = \int_s \left(\vec{J}_c + \frac{\partial D}{\partial t}\right) d\vec{s}$$

$$4- \oint_s \vec{E}.d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_v \rho\, dv$$

يضاف إلى معادلات ماكسويل علاقات الارتباط:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} \qquad \vec{B} = \mu_0 \vec{H} \qquad \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

بالإضافة إلى معادلة الاستمرار

$$\operatorname{div} J + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

- عند جمع قوة لورنتس: $\vec{F} = q(\vec{E} + u \wedge \vec{B})$ وقانون نيوتن الثاني في التحريك فإن جملة هذه المعادلات بأكملها تصف الحقول الكهرطيسية بدقة كما تصف ديناميكية التأثير المتبادل للشحنات بشكل كلاسيكي

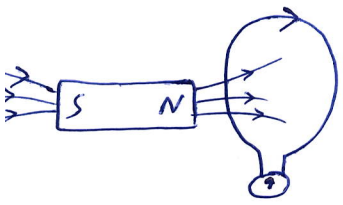
- تطبيق معادلات ماكسويل السابقة في الفراغ المتجانس والمتماثل المناحي حيث تكون الثوابت الفيزيائية σ ، ε ، μ مستقلة عن الزمن وعن قيم $\vec{H}$ ، $\vec{D}$ ، $\vec{E}$ ، $\vec{B}$ كما يفترض أن يكون الفراغ خال من المغانط أو من الأجسام المغناطيسية الحديدية .

* معادلة ماكسويل الأولى :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

تعبر عن الشكل التفاضلي لقانون فاراداي في التحريض الكهرطيسي حيث أظهرت تجارب فاراداي أن تغير الحقل المغناطيسي بالنسبة للزمن يولد في سلك مغلق متوضع في هذا الحقل تدفقاً للتيار المتحرض في هذا السلك ويولد التيار المتحرض بدوره دوراناً للحقل الكهربائي

- الشكل التكاملي لمعادلة ماكسويل الأولى :



نأخذ حلقة من سلك ناقل مغلق C تحصر سطحاً مفتوحاً S ونطبق مبرهنة ستوكس

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\int \vec{\nabla} \wedge \vec{E} \cdot \vec{n}\, ds = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \vec{n}\, ds$$

$$\Rightarrow \int_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \vec{n}\, ds$$

$d\vec{\ell}$ عنصر طولي من السلك الناقل

$\int \vec{B} \vec{n}\, ds$ يمثل تدفق خطوط الحقل المغناطيسي من خلال السطح S

$\int \vec{E}\, d\vec{\ell}$ يمثل القوة المحركة الكهربائية التي تولد التيار المتحرض في الدارة

$$\int E \cdot d\ell = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot \vec{ds} = -\frac{\partial \Phi_m}{\partial t}$$

نستنتج: أن تغير الحقل المغناطيسي بالنسبة للزمن يولد قوة كهربائية تؤثر على الشحنات مما يؤكد أن الحقل المغناطيسي المتغير مع الزمن ينتج حقلاً كهربائياً

- ينص قانون فاراداي بصيغته التكاملية على أن جولان الحقل الكهربائي حول مسار مغلق C يساوي المعدل الزمني لتغير التدفق المغناطيسي

★ معادلة ماكسويل الثانية:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

المعنى الفيزيائي يدل على عدم وجود شحنات مغناطيسية حقيقية حرة في الطبيعة لذلك فإن التيارات هي التي تولد الحقول المغناطيسية.

- الشكل التكاملي: تدفق الحقل $\vec{B}$ من خلال سطح مغلق يساوي الصفر مما يعني أن تكامل المركبة الناظمية للحقل $\vec{B}$ على السطح يساوي الصفر

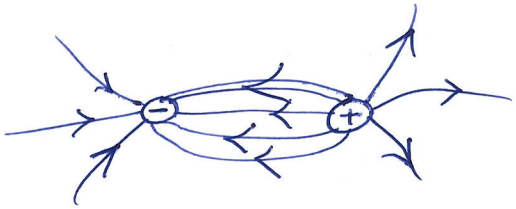
$$\oint \vec{B} \cdot \vec{n}\, ds = 0$$

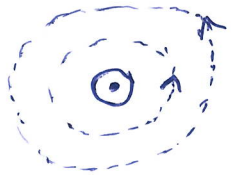
بتطبيق مبرهنة غوص:

$$\int_V \vec{\nabla} \vec{B}\, dv = 0$$

نستنتج من هذه المعادلة أن تدفق حقل التحريض المغناطيسي من خلال سطح مغلق يساوي الصفر

- يعني أن عدد خطوط حقل التحريض المغناطيسي التي تدخل الحجم المحدد بالسطح S يساوي عدد خطوط الحقل الخارجة من السطح ويكون التدفق من السطح المغلق موجباً اذا كانت خطوط الحقل تخرج منه وسالبة اذا دخلت فيه.





★ معادلة ماكسويل الثالثة

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

هي تعميم لقانون أمبير في المغناطيسية وينص على أن جولان الحقل المغناطيسي حول محيط مغلق يساوي إلى تيار الناقلية I

- الشكل التكاملي: نأخذ دارة كهربائية مؤلفة من سلك ناقل ومكثفة مستوية سعتها C بحيث تكون المسافة الفاصلة بين لبوسيها صغيرة للحصول على حقل كهربائي متجانس ثم نضع الدارة الكهربائية في حقل تحريض مغناطيسي متغير مع الزمن B(t) ثم نطبق مبرهنة ستوكس

$$\int \vec{\nabla} \wedge \vec{H} \; \vec{ds} = \int \left(\vec{J_c} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \vec{ds}$$

$$\Rightarrow \int \vec{H} . \vec{dl} = \int \left(J_c + J_d \right) ds$$

J_c: كثافة تيار الناقلية ، J_d: كثافة تيار الإزاحة

$$\Rightarrow \int \vec{H} . \vec{dl} = I_c + I_d$$

I_c: تيار الناقلية في سلك الدارة ، I_d: تيار الإزاحة بين لبوسي المكثفة

$$J_{tot} = J_c + \frac{\partial D}{\partial t}$$

كثافة التيار الكلية تساوي مجموع كثافتي تيار الناقلية وتيار الإزاحة حيث تدل معادلة ماكسويل الثالثة على أن تغير الحقل الكهربائي بالنسبة للزمن يولد حقلاً مغناطيسياً دواراً إلى جانب تيار الناقلية

* معادلة ماكسويل الرابعة :

$$\vec{\nabla}.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

- تربط بين الحقل الكهربائي $\vec{E}$ ومنبع الحقل التي هي هنا الشحنات الكهربائية الحقيقية المتواجدة في الطبيعة ، وتمثل هذه المعادلة الشكل التفاضلي لقانون غوص وتعبر عن شكل آخر لقانون كولون.
- تنص هذه المعادلة على أن تفرق الحقل الكهربائي $\vec{E}$ في نقطة ما يساوي إلى كثافة الشحنات الحجمية ρ المتوضعة في هذه النقطة مضروبة بمقدار $\frac{1}{\varepsilon}$
- الشكل التكاملي لمعادلة ماكسويل الرابعة :

نأخذ سطحاً "غوصياً" مغلقاً "ك" يحدد حجماً "V" تتوزع فيه شحنة Q بكثافة حجمية ρ ثم نطبق نظرية غوص على المعادلة الأولى

$$\int \vec{\nabla}.\vec{D}\, dv = \int \rho\, dv \Rightarrow \oint_{ك} \vec{D}\vec{ds} = Q$$

$\vec{ds} = \vec{n}\, ds$ $\vec{ds}$ متجهة طويلة عنصر السطح ds من السطح ك

Q الشحنة الكلية المحتواة داخل السطح المغلق ك

$\vec{n}$ متجهة الواحدة الناظمي على عنصر السطح والخارج منه

$$\oint D.ds = Q \Rightarrow \oint E\, ds = \frac{Q}{\varepsilon}$$

الطرف الأيسر يمثل تدفق الكلي للحقل $\vec{E}$ من خلال السطح المغلق ك أي أن

$$\phi = \oint E\, ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

تعبر هذه العلاقة عن قانون غوص الذي ينص على أن تدفق متجهة الحقل الكهربائي من خلال أي سطح مغلق ك يساوي الشحنة الكلية Q المتوضعة داخل هذا السطح مقسومة على ε_0