كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثالثة

المادة : الكتروديناميك

المحاضرة: الثالثة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

2025

5

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

★ انتشار الأمواج الكهرطيسية في الأوساط المتجانسة والمتماثلة المناحي :

الوسط المتجانس هو الوسط الذي تكون فيه المقادير ε ، μ ، σ ثابتة في كل نقطة من هذا الوسط

الوسط المتماثل المناحي هو الوسط الذي تكون فيه ε أو μ أو σ كمية سلمية ثابتة لذلك فإن لكل من $\vec{E}$ و $\vec{D}$ ، $\vec{B}$ و $\vec{H}$ ، $\vec{E}$ و $\vec{J}$ نفس الاتجاه في أي نقطة من هذا الوسط

أما اذا اختلفت قيم ε أو μ أو σ باختلاف المنحى أو الاتجاه فعندئذٍ نقول أن الوسط هو متباين المناحي ومركبات ε أو μ أو σ تمثل عندئذٍ بمصفوفة

الموجة هي عبارة عن اهتزاز أو اضطراب ينتقل من نقطة إلى أخرى سواء في وسط مادي أو في الفراغ فالاهتزاز أو الاضطراب هو عبارة عن تغيرات دورية لمقدار فيزيائي ما

تعتبر الموجة آلية يتم بواسطتها نقل المعلومة أو الطاقة من نقطة إلى أخرى وذلك بسرعة معينة .

يشمل طيف الأمواج الكهرطيسية موجات الراديو والتلفزيون والأمواج الميكروية والأمواج الضوئية والإشعاع الحراري وأشعة X وأشعة كاما وجميع هذه الأمواج تنتشر في الخلاء بسرعة الضوء C .

سوف نبرهن في هذا الفصل على أن الحقول $\vec{E}$ ، $\vec{B}$ في الخلاء تخضع لمعادلة انتشار لها نفس شكل معادلة انتشار الكمون وسوف نقتصر في دراستنا على الأمواج الكهرطيسية المستوية .

المحاضرة 3

★ انتشار الأمواج الكهرطيسية المستوية في الخلاء

- في الخلاء تكون كثافة الشحنات الكهربائية معدومة $\rho=0$ وكذلك كثافة التيار $(\vec{J}=0)$ ويكون $\varepsilon=\varepsilon_0$ ، $\mu=\mu_0$ أما معادلات ماكسويل فتأخذ الصيغ التالية :

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{E}=-\mu_0\frac{\partial\vec{H}}{\partial t} \quad [1] \qquad \vec{\nabla}\wedge\vec{H}=\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \quad [3]$$

$$\vec{\nabla}.\vec{H}=0 \quad [2] \qquad \vec{\nabla}.\vec{E}=0 \quad [4]$$

بتطبيق المؤثر $\vec{rot}$ على طرفي العلاقة [1] نجد:

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{\nabla}\wedge\vec{E}=-\mu_0\vec{\nabla}\wedge\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}=-\mu_0\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla}\wedge\vec{H})$$

$$=-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

ولكن لدينا:

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{\nabla}\wedge\vec{E}=\vec{\nabla}(div\vec{E})-\nabla^2\vec{E}$$

$$=-\nabla^2\vec{E}$$

وذلك لأن $div\vec{E}=0$ وبتعويض قيمة $\vec{\nabla}\wedge\vec{\nabla}\wedge\vec{E}$ في الطرف الأيسر من المعادلة السابقة نحصل على العلاقة التالية:

$$-\nabla^2\vec{E}=\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

ومنه :

$$\nabla^2E^2-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0$$

أي أن المركبة E_x للحقل الكهربائي $\vec{E}$ ثابتة في كل لحظة على طول المحور ox

- ومن المعادلة 3 لماكسويل نجد

$$(rot\,\vec{H})_x = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0$$

أي أن $\frac{\partial E_x}{\partial t} = 0$ وبالتالي تكون المركبة E_x مستقلة عن الزمن

وبما أننا نهتم بدراسة الأمواج وليس بدراسة الحقل المنتظم فإننا نعتبر أن $E_x = 0$ وباتباع نفس الأسلوب بالنسبة لـ $\vec{H}$ فإننا نجد أن $H_x = 0$ لأنه أيضاً ثابت مع الزمن ومنتظم على امتداد المحور ox ،،

والنتيجة هي أن الحقلين $\vec{E}$ ، $\vec{H}$ في الموجة المستوية يكونان عموديان على اتجاه الانتشار .

- وإذا اكتفينا بهذا الحل فإن لكل من $\vec{E}$ ، $\vec{H}$ مركبات على المحورين oy ، oz

- وإذا اعتبرنا أن $\vec{E}$ لا يملك سوى مركبة واحدة على المحور oy ، نقول في هذه الحالة أن الموجة المستوية هي مستقطبة استقطاباً مستقيماً في الاتجاه oy ، فمركبات $\vec{E}$ هي : $E_y \neq 0$ ، $E_x = E_z = 0$

- ونلاحظ H_y ثابتة مع الزمن تكون منتظمة في كل نقطة من نقاط المحور x لذلك $H_y = 0$ ، بالمقابل نجد أن مركبات $\vec{H}$ تنعدم ماعدا المركبة H_z على المحور z

حيث أن $\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$ ومعادلة انتشار الحقل الكهربائي هي:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad [5]$$

وباتباع نفس الخطوات السابقة على المعادلة [3] نجد أن معادلة انتشار الحقل المغناطيسي $\vec{H}$ هي:

$$\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \qquad [6]$$

- نفرض حلا للمعادلا 5 و6 على شكل موجة مستوية تنتشر وفق أحد الاتجاهات وليكن OX مثلاً وبالتالي مركبات $\vec{E}$: E_x ، E_y ، E_z ومركبات $\vec{H}$: H_x ، H_y ، H_z لاتتعلق إلا بـ x وانا بـ y ، z فقط أي:

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{\partial E_x}{\partial z} = 0 \quad , \quad \frac{\partial E_y}{\partial y} = \frac{\partial E_y}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

وكذلك مركبات $\vec{H}$

- من معادلة ماكسويل 4 نجد:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0$$

★ انتشار الموجة المستوية :

لتبسيط الدراسة نأخذ موجة كهرومغناطيسية، وهي موجة تنتشر في اتجاه واحد فقط ولكن هذا الاتجاه هو المحور OZ على سبيل المثال أي أن الحقل الكهرومغناطيسي يتعلق فقط بالزمن وبالاحداثي Z معادلة الانتشار لكلا الحقلين تصبح من الشكل:

$$\frac{\partial^2(E)}{\partial z^2} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2(\vec{E})}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2(B)}{\partial z^2} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2(\vec{B})}{\partial t^2} = 0$$

وهما معادلتان تفاضليتان من الدرجة الثانية حلها من الشكل:

$$E(z,t) = f^+\left(t - \frac{z}{c}\right) + f^-\left(t + \frac{z}{c}\right)$$

حيث:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

$f^+\left(t - \frac{z}{c}\right)$ تمثل موجة كهرومغناطيسية منتشرة وفق المحور (OZ) بالسرعة c

$f^-\left(t + \frac{z}{c}\right)$ تمثل موجة كهرومغناطيسية منتشرة وفق المحور $(-OZ)$ بالسرعة c

* عرضية الموجة المستوية :

وهي خاصية أساسية تتميز بها الموجة المستوية .

نوضح هذه الخاصية بناء على معادلات ماكسويل في الفراغ :

$$div\,\vec{E} = 0 \Rightarrow \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

$$(\overrightarrow{rot}\,\vec{B})_z = \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y}\right) = 0 = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial E_z}{\partial t} = 0$$

- اذا المركبة $E_z(t,z)$ لاتتعلق بالموضع ولا بالزمن ، وبالتالي نستخلص أن المركبة $E_z(t,z)=0$ وبالنفس نجد أن $B_z(t,z) = 0$.

- وبالتالي نستنتج أن الحقلين $\vec{B}(z,t)$, $\vec{E}(z,t)$ موجودان في المستوي (xy) فقط ، أي في مستوي عمودي على جهة الانتشار (oz) . نقول أن الحقلين الكهربائي والمغناطيسي هما حقلان عرضيان . المستوي (xy) يدعى بمستوي جبهة الموجة .

* الاستقطاب الخطي :

هو موجة كهرومغناطيسية مستوية مستقطبة خطياً أي أن حقل الكهربائي محمول دوماً على محور واحد عمودي على اتجاه الانتشار كالمحور oz مثلاً .

* بنية الموجة المستوية المستقطبة خطياً:

نعتبر موجة كهرومغناطيسية مستوية تنتشر وفق الاتجاه المتزايد للمحور oz ومستقطبة خطياً وفق المحور (ox). أي حقل الكهربائي محمول على المحور ox، فكيف يكون اتجاه الحقل المغناطيسي لهذه الموجة؟

- من خلال تحليل معادلة ماكسويل:

$$\overrightarrow{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

نجد:

$$\left(\overrightarrow{rot}\,\vec{E}\right)_x = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\partial B_x}{\partial t} = 0 \qquad [a]$$

لأن $\vec{E}(z,t)$ ليس لديه مركبات وفق (y,z) وبالتالي مشتق هذه المركبات معدوم أيضاً.

$$(rot\,E)_y = \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{\partial B_y}{\partial t} \qquad [b]$$

$$(rot\,E)_z = \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} = 0 \qquad [c]$$

من خلال المعادلة [b] نتوصل إلى أن:

$$\frac{\partial E_x(z,t)}{\partial z} = -\frac{\partial B_y(z,t)}{\partial t} \qquad [1]$$

لجانسة طرفي المعادلة نجري تبديل المتغير حيث نعلم أن

$$\vec{E}(z,t) = f\left(t - \frac{z}{c}\right) = f(u) \; ; \quad u = t - \frac{z}{c}$$

نجد التالي :

$$\frac{\partial E_x(z,t)}{\partial z} = \frac{\partial E_x(z,t)}{\partial u}\,\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial E_x(z,t)}{\partial u}\cdot\left(-\frac{1}{c}\right)$$

$$= -\frac{1}{c}\,\frac{\partial E_x(z,t)}{\partial t}$$

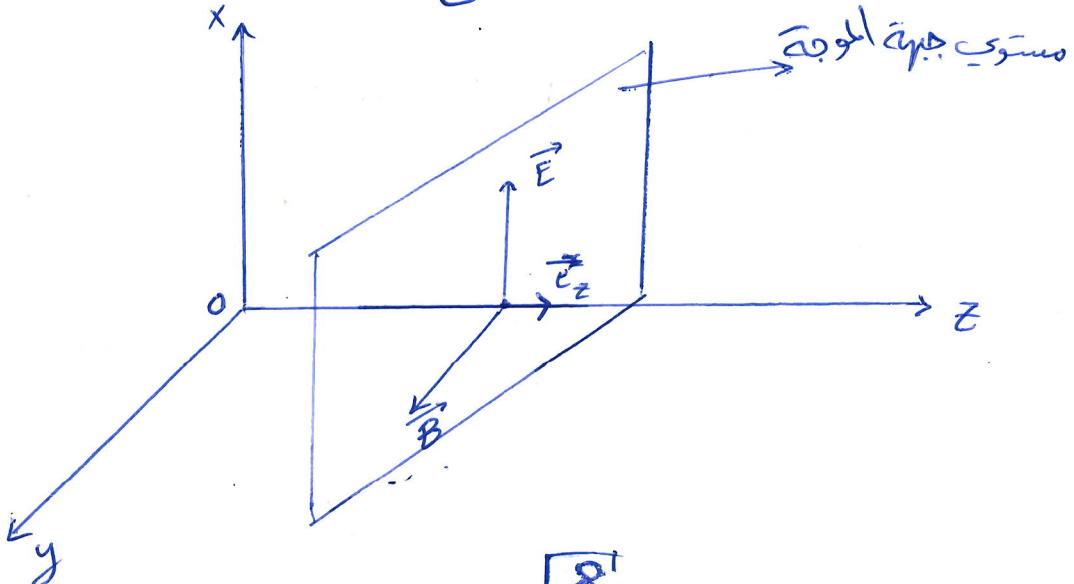
بالتعويض في المعادلة 1 نجد

$$-\frac{1}{c}\,\frac{\partial E_x(z,t)}{\partial t} = -\frac{\partial B_y(z,t)}{\partial t} \Rightarrow B_y(z,t) = \frac{1}{c}\,E_x(z,t)$$

$$\Rightarrow B_y = \frac{1}{c}E_x \qquad \boxed{2}$$

من هذه المعادلة الأخيرة نستخلص أن $\vec{B}, \vec{E}$ متعامدان والعلاقة التي تربط بين الحقلين هي :

$$\vec{B} = \vec{e}_z \wedge \frac{\vec{E}}{c} \qquad \boxed{3}$$



مكتبة A to Z