كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : احصاء رياضي

المحاضرة :السادسة /نظري/

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Z مكتبة

III - 2 - اختبار الفرضيات في عينتين

أولاً: اختبار الفرق بين متوسطين لعينتين مستقلتين (التباين مجهول $\boxed{S_1^2 + S_2^2}$)

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

مؤشر الاختبار :

$$T = \frac{(\bar{X}_2 - \bar{X}_1) - (\mu_2 - \mu_1)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \sim T_{\frac{\alpha}{2}}$$

بدرجتي حرية $(n_1 - 1 , n_2 - 1)$

مثال: نفرض أننا نريد أن ندرس أداء الطالب في مقرر الإحصاء الرياضي في جامعتين مختلفتين سحبنا عينة عشوائية من طلاب الجامعة الأولى $n_1 = 30$ والجامعة الثانية $n_2 = 25$ كان متوسط العلامات في المقرر على الترتيب $\bar{X}_1 = 65$ و $\bar{X}_2 = 60$ وتباين كلاً منهما $S_1 = 160$ و $S_2 = 250$

المطلوب: اختبار الفرضية التي تقول أن الفرق بين المتوسطين في الجامعتين غير جوهري (لا يوجد فرق) بمستوى دلالة $(\alpha = 5\%)$.

الحل: نضع اختبار الفرضية

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

نعوض في مؤشر الاختبار

$$T = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)(\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{(65 - 60) - 0}{\sqrt{\frac{160}{30} + \frac{250}{25}}} = 1.28$$

$V_1 = 30 - 1 = 29 \Rightarrow T_{\frac{\alpha}{2}}(29) = 2.05$

$V_2 = 25 - 1 = 24 \Rightarrow T_{\frac{\alpha}{2}}(24) = 2.06$

بالتالي الجدولية حسب العينة وتوزيع ستودنت

$[24 - 29] \sim [2.05 - 2.06]$

بالتالي بالمقارنة

$T = 1.28 < 2.06$

$T = 1.28 < 2.05$

تقبل الفرضية بالتالي لا يوجد فرق جوهري

$S_1^2 \neq S_2^2$ والتباين مجهول

حالة خاصة (1): التباين مجهول لكن $\boxed{S_1^2 = S_2^2}$

$$T = \frac{(\bar{X}_2 - \bar{X}_1) - (\mu_2 - \mu_1)}{\sqrt{\frac{S_p^2}{n_1} + \frac{S_p^2}{n_2}}}$$

و $S_p = \frac{(n_1 - 1)S^2 + (n_2 - 1)S^2}{n_1 + n_2 - 2}$

حالة خاصة (2): التباين معلوم

$$Z = \frac{(\bar{X}_2 - \bar{X}_1) - (\mu_2 - \mu_1)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

مثال: لدراسة متوسط الإنفاقات الشهري للنقل لطلاب الرياضيات السنة الثالثة في كلية العلوم سحبنا عينتين $n_1 = 55$ و $n_2 = 40$ من جامعتين مختلفتين فكان متوسط النفقات للنقل في كل الجامعة على التوالي $\bar{X}_1 = 1000$ $\bar{X}_2 = 1100$ علماً أن تباين الجامعة الأولى $\sigma_1^2 = 50.000$ والثانية $\sigma_2^2 = 60.000$ هل يوجد فرق جوهري في الاختلاف بالنفقات بالجامعتين بمستوى دلالة 5%.

الحل: فرضية العدم

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

ومن مؤشر الاختبار

$$Z = \frac{1000 - 1100 - 0}{\sqrt{\frac{50000}{55} + \frac{60000}{40}}} = -2.03$$

من مستوى الدلالة 25 نجد Z_0 والقيم غير موجودة بالتالي

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.46$$

$$|Z| > 1.96$$

بالتالي نرفض الفرضية ويوجد فرق جوهري بمتوسط الانفاق

* اختبار الفرضية لنسبتين هامشيتين $R_1 = R_2$ (متساويتين)

$$Rr = \frac{(r_2 - r_1) - (R_1 - R_2)}{\sqrt{\frac{\bar{r}\bar{q}}{n_1} + \frac{\bar{r}\bar{q}}{n_2}}}$$

$n_1, n_2 > 5$

$$r_1 = \frac{m_1}{n_1} \quad \text{\&} \quad r_2 = \frac{m_2}{n_2}$$

$$\bar{r} = \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2} \Rightarrow \bar{q} = 1 - \bar{r}$$

حالة خاصة: (النسبتين ماهيتين غير متساويتين) $R_1 \neq R_2$

$$R_r = \frac{(r_1 - r_2) - (R_1 - R_2)}{\sqrt{\frac{r_1 q_1}{n_1} + \frac{r_2 q_2}{n_2}}}$$

** ، $q_1 = 1 - r_1$ و $q_2 = 1 - r_2$

مثال: لدراسة نسبة المدخنين في مجتمعين مختلفين سحبنا عينة أولى 300 وعينة ثانية 200 وكان عدد المدخنين في العينة الأولى 60 مدخن وكان عدد المدخنين في العينة الثانية 50 مدخن أختبر الفرضية القائلة بعدم وجود فرق جوهري بين نسبتين بمستوى دلالة 5% .

$(R_1 = R_2)$

$H_0: R_1 - R_2 = 0$

$H_2: R_1 - R_2 \neq 0$

$$r_1 = \frac{60}{300} = 0.20$$

$$r_2 = \frac{50}{200} = 0.2$$

$$\bar{r} = \frac{60 + 50}{500} = 0.22$$

$\bar{q} = 1 - 0.22 = 0.78$

مؤشر الاختبار :

$$Rr = \frac{0.25 - 0.2}{\sqrt{\frac{0.22 \times 0.78}{300} + \frac{0.22 \times 0.78}{200}}} = 1.32$$

$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$

$V_1 = 300 - 2 = 298$

$\Rightarrow T_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

$\frac{\alpha}{2} = 0.025$

$V_2 = 200 - 2 = 198$

$T_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

$\{Rr\} < T_{\frac{\alpha}{2}}$

$1.32 < 1.96$

تقبل الفرضية H_0 ولا يوجد فرق جوهري بين النسبتين

مثال : في دراسة لتأثير الموانع على الإصابة بالربو ادعت أحدهم أن نسبة المصابين في المناطق الغربية 10% وفي المناطق البعيدة 4% للتأكد أخذنا عينتين $n_1 = 40$ الغربية والبعيدة $n_2 = 50$ فتبين نسبة المصابين بالغربية 9% والبعيدة 5% اثبت صحة الادعاء بمستوى دلالة 5%

توصية : النسبتين الحقيقيتين غير متساويتين ولوجود فرق بمتوسط المجتمعين

$R_1 - R_2 = 0.06$

من مؤشر الاختبار **

انتهت المحاضرة