كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : احصاء رياضي

المحاضرة : الخامسة /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

٥

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

III الاختبارات الاحصائية:

III-1 اختبار الفرضية حول عينة واحدة:

أولاً: الخطوات الأساسية لاختبار الفرضية:

(فرضية العدم)

1. نقوم بتحديد احتمال لرفض الفرضية المراد اختبارها وهو ما يسمى بمستوى الدلالة

(احتمال الوقوع بالخطأ)

2. لكل فرضية متوسط وتباين يرمز لها بـ θ بحيث سنأخذ فرضية معينة وسمي هذه الفرضية بفرضية العدم ويرمز لها بـ H_0

$$H_0: \theta = \theta_0$$

بحيث تكون منطقة قبول هذه الفرضية هو مجال الثقة المناسب لـ $1-\alpha$ مع ملاحظة أن تكون الأضداد (الفرضية) أقل من القيمة المعينة أو أكبر من القيمة المعينة.

3. تحديد الفرضية البديلة ويرمز لها بـ H_1

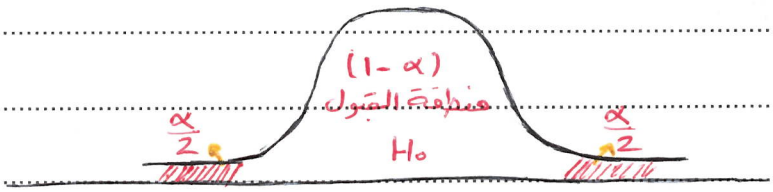
$$H_1: \theta \neq \theta_0$$

وتعتبر منطقة الرفض حيث θ تختلف عن θ_0 وللفرضية البديلة ثلاث أشكال:

a. اختبار ثنائي الجانب: حيث تقع منطقة الرفض على جانبي القبول بحيث يقابل كل جانب:

(منطقة رفض) نصف مستوى الدلالة:

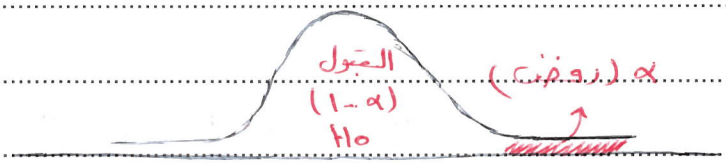
$H_1 : \sigma \neq \sigma_0$



b- أختبار أحادي الجانب يمين :

حيث تقع منطقة القبول على يسار منطقة الرفض

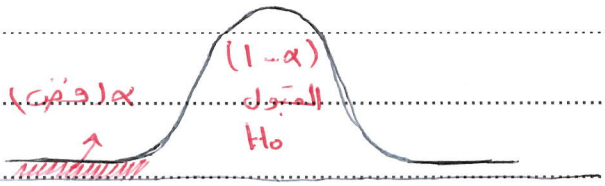
منطقة الرفض : $H_1 : \sigma > \sigma_0$



c- اختبار أحادي الجانب يساري :

حيث تقع منطقة القبول على يمين منطقة الرفض

$H_1 : \sigma < \sigma_0$



4 حساب مؤشر الاختبار : ← وهو مؤشر الذي يحدد رفض وقبول الفرضية

وهو عبارة عن متغير يتبع لأحد قوانين التوزيعات الاحتمالية الآتية :

a- التوزيع الاحتمالي الطبيعي الحالة الثنائية :

$$R_r = \frac{r - R}{\sqrt{\frac{R \cdot \sigma}{n}}}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

R : النسبة العامة

r : النسبة الخاصة

Q : $Q = 1 - R$

b- الأخطاء المتعلقة بالمتباينة المعلوم (المتوسط) =

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

c- الأخطاء المتعلقة بالمتباينة المجهول :

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

و $S = \sqrt{\frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$

5. مقارنة القيمة المحسوبة لمؤشر الاختبار مع القيمة الحرجة T_α (الجدولية)

ويكون لدينا الحالات التالية :

a- المتباينة الجانب $Q \neq Q_0$

$|T| < T_\alpha$

تقبل الفرضية H_0 في هذه الحالة وعكس ذلك $|T| \geq T_\alpha$

ترفض فرضية العدم H_0 وتقبل الفرضية البديلة H_1

b- أحادي الجانب يمين $H_1 : Q > Q_0$

$T < T_\alpha$

تقبل الفرضية H_0 وحالة $T \geq T_\alpha$

يقبل H_1 وترفض H_0

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

ج- أ) ادعاء الجانب يساوي $H_1: \sigma < \sigma_0$

$T > -T_\alpha$

نقبل H_0 وعكس ذلك

$T < -T_\alpha$

نقبل H ونرفض H_0

ثانياً: اختبار الفرضية حول متوسط مجتمع تباينه معلوم:

شروط الشرط:

1- التوزيع المجتمع طبيعي

2- حجم العينة أكبر أو يساوي 35

$n \geq 35$

$$T = Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$$

مثال: ادعت مدير الرقابة المالية في التربية للتعليم الخاص أن دخل المدرس في اليوم في أحدى المعاهد الخاصة هو 50000 ليرة بانحراف معياره 1207 للتحقق من ذلك أخذنا عينة عشوائية من 36 مدرس ووجدنا أن متوسط الدخل في اليوم هو 46600 والمطلوب أختبر صحة الأدعاء بمستوى الدلالة مقداره 0.05

الحل:

$\mu = 50000$

$\sigma = 1207$ $\quad n = 36$

$\bar{X} = 46600$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$T = Z = \frac{46600 - 50000}{\frac{1207}{6}}$$

$$\Rightarrow Z = -16.9$$

ت خرصية العدم كه :

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow T_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

$$|T| < T_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow 16.9 \not< 1.96$$

نرفض H_0 فالادعاء مرفوض و نقبل H_1

مثال: يدعي موجه أخصائي الرياضيات في التعليم الثانوي العام أن متوسط عدد ساعات الدراسة للصف الثالث الثانوي لطالب متفوق هو 12 ساعة في الأسبوع في مقرر الرياضيات للتأكد من ذلك أخذنا عينة من 11 طالب وجدنا أن متوسط عدد الساعات الأسبوعية هو 11 أختبر بمستوى الدلالة 0.01 بأنه يمكن اعتبار عدد الساعات الدراسة أكثر من 12 ساعة مع العلم أن الانحراف المعياري هو 0.994 في الساعات :

الحل:

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu > \mu_0$$

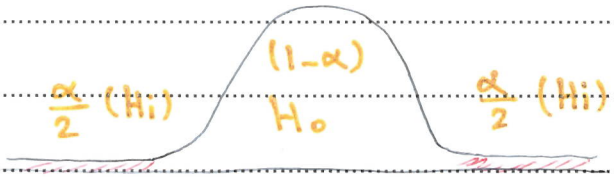
هو سن الاختبار

$$Z = \frac{11 - 12}{\frac{0.994}{\sqrt{11}}}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group : A to Z مكتبة

القيمة الحرجة: $\alpha = 0.01$ ، $n = 11 - 1 = 10$

$\Rightarrow T_\alpha = 2.76$



$T < T_\alpha \Rightarrow -3.34 < 2.76$

بما أن الادعاء صحيح لذلك نقبل H_o ونرفض H_1

ثالثاً: أختبار الفرضية لمتباين مجهول:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim T_\alpha (n-1)$$

يشترط لإجراء هذا النوع من الاختبارات أن تكون العينة عشوائية وتوزيع المجتمع طبيعي.

مثال: من أجل معرفة درجة حرارة جسم لشخص سليم أخذنا عينة حجمها 10 من أشخاص سليمين فكان متوسط درجة حرارتهم 99F بانحراف معياري مقداره 0.62F أختبر الفرضية بأن درجة حرارة الجسم السليم أكبر من 98.6F عند مستوى دلالة 5%.

الحل:

$H_o : \bar{X} = 99$

$H_1 : \bar{X} > 98.6$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$T = \frac{99 - 98.6}{\frac{0.62}{\sqrt{106}}} = 6.64F$$

$\alpha = 0.05$, $n = 106 - 1 = 105$ $\Rightarrow T_\alpha = 1.64$

نلاحظ بأن $T > T_\alpha$ بالتالي الادعاء مرفوض أي ترفض H_0 وتقبل H_1

رابعاً: اختبار فرضية حول نسبة ما:

$$R_T = \frac{r - R}{\sqrt{\frac{RQ}{n}}} \sim N(0,1)$$

بنفس الطريقة السابقة يمكن إجراء الاختبار حيث r نسبة العينة المدروسة المتوزيع الناتج

$$M = n.r$$

$$\sigma^2 = n.r.q \Rightarrow \sigma = \sqrt{n.r.q}$$

مثال: في تجربة تعجين لنوع من النباتات كانت النسبة المتوقع الحصول على نسبة 25% من البذور ذات النوع A الجيد والناتج عن النوع B غير الجيد الناتج عن ذلك أجريت التجربة على 580 نبتة حصلنا على 26.2% من البذرة A فهل نستطيع القول بأن نسبة البذور من النوع A مختلفة عن 25% وذلك عن أجل مستوى الدلالة 5%

$H_0 : R = 0.25$

$H_1 : R \neq 0.25$

$$R_T = \frac{0.262 - 0.25}{\sqrt{\frac{0.25 \times 0.75}{580}}} = 0.66$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$

$v = 580 - 1 \Rightarrow U = 579$

$\Rightarrow T\alpha = 1.96$

$|Rr| < T\alpha$

$0.66 < 1.96$

نقبل فرضية العدم H_0 ونرفض H_1

خامساً: أختبار الفرضية حول متوسط توزيعه طبيعي لمؤشر (X^2)

(اختبار التباين)

يتم هذا الاختبار لقياس (المراقبة) جودة الانتاج في المؤسسات الخدمية وذلك لتحسين نوعية الأنتاج وذلك عن طريق خفض نسبة التباين

مؤشر الاختبار:

$$X^2 = \frac{(n-1)\,S^2}{\sigma^2}$$

القيمة الحرجة (الجدولية): X^2_α

تقاطع: α و d.f درجات الحرية

$|X^2| < \alpha X^2$ ناحية الجانب

$x^2 < X^2_\alpha$ أحادي الجانب يسار

$x^2 > -X^2_\alpha$ أحادي الجانب يمين

توزيع طبيعي: $N(0,1)$

$d.f\,(n)$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال: يدعي أستاذ مقرر الأحصاء الرياضي أن التباين حدد بـ 256 والطالب هو 256 الذي قدم ذلك حيث عينة من 28 طالب وجدنا أن تباين درجاتهم 236 أختبر صحة هذا القول عند مستوى دلالة 10%

فرضية العدم:

$H_0 : \sigma = \sigma_0 \qquad H_0 : \chi^2 = 256$

$H_1 : \sigma \neq \sigma_0 \qquad H_1 : \chi^2 \neq 256$

$$\chi^2 = \frac{27 \times 236}{256} = 24.89$$

القيمة الحرجة:

$\alpha = 0.1 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.05$

$\upsilon = n - 1 = 27 \Rightarrow \chi^2_{\alpha} = 16.151$ من الجدول

$\Rightarrow |\chi^2_{\alpha}| > \chi^2_{\alpha}$

أدعاء المدرسة مرفوض أي H_0 ترفض وتقبل H_1.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة