كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : ميكانيك٢

المحاضرة : ملحق الاولى/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

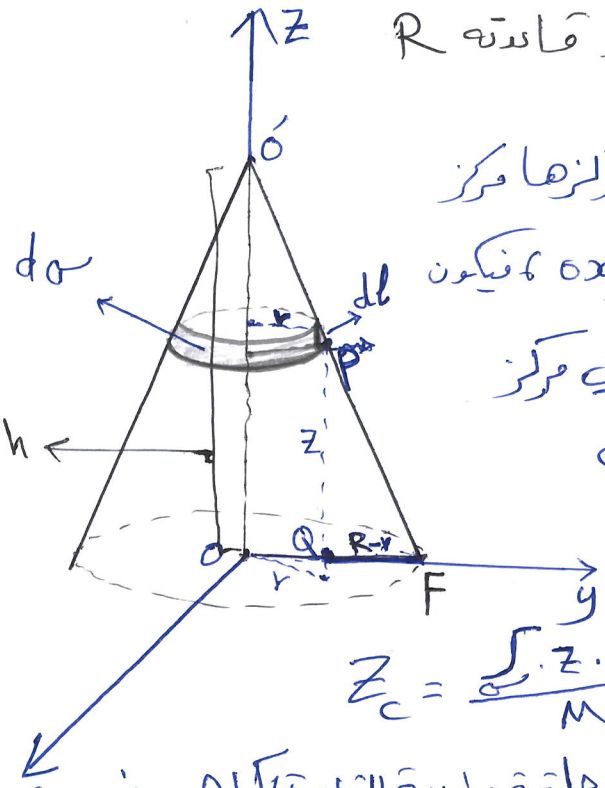
Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

تمرين : أوجد مركز كتلة السطح الجانبي لمخروط دوراني قائم ومتجانس ارتفاعه h ونصف قطر قاعدته R



الحل

لنأخذ المجلة الاهدافية التي مركزها مركز القاعدة و مستواها هو oxy فيكون محورها هو oz وبالتالي مركز الكتلة يقع على oz $\Leftarrow$

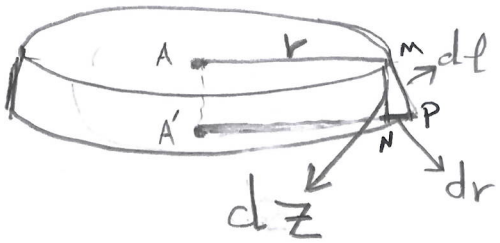
$$x_c = y_c = 0$$

لنوجد z_c :

$$z_c = \frac{\int z \cdot dm}{M}$$

لنأخذ الجسم العنصري بشكل حلقة موازية للقاعدة كما هو موضح بالشكل 1 لنفرض أن مساحته $d\sigma$ ونلاحظ أنه على شكل مستطيل بعداه dl و $2\pi r$ والبعد الآخر هو محيط الدائرة التي نصف قطرها r فيكون $d\sigma = 2\pi r \times dl$ حيث $0 \le r \le R$

لنوجد dl



إن المثلث MNP الذي أطوال أضلاعه dz, dr, dl تصغير لـ Δ $oó F$ الذي أضلاعه $oó = h$, $R = oF$, $l = óF$ من خصائص التشابه :

$$l = óF = \sqrt{h^2+R^2}$$

$$\frac{dz}{h} = \frac{dr}{R} = \frac{dl}{\sqrt{h^2+R^2}} \Rightarrow \boxed{dl = \frac{\sqrt{h^2+R^2}}{R} \cdot dr}$$

فتكون :

$$\boxed{d\sigma = 2\pi r \cdot \frac{\sqrt{h^2+R^2}}{R} dr}$$

2

الآن لنوجد z بدلالة r : من تشابه $\triangle OOF$ و $\triangle PQF$

$$\frac{z}{h} = \frac{R-r}{R} \Rightarrow z = \frac{h}{R}(R-r)$$

$$z_C = \frac{\int_\sigma z \, d\sigma}{\sigma} = \frac{\int_0 \frac{h}{R}(R-r) \cdot 2\pi r \cdot \frac{\sqrt{h^2+R^2}}{R} \, dr}{\sigma}$$

$$= \frac{2h\pi\sqrt{h^2+R^2}}{R^2\sigma} \int_0^R (Rr - r^2) dr$$

$$= \frac{2h\pi\sqrt{h^2+R^2}}{R^2 \cdot \pi R \cdot \sqrt{h^2+R^2}} \cdot \left[\frac{Rr^2}{2} - \frac{r^3}{3} \right]_0^R$$

$$= \frac{2h}{R^3} \cdot \left[\frac{R^3}{2} - \frac{R^3}{3} \right] = \frac{2hR^3}{6R^3} = \frac{1}{3}h$$

$\Rightarrow C\left(0, 0, \frac{h}{3}\right)$

تذكرة

$\sigma = \pi R \cdot l$

$= \pi R \cdot \sqrt{h^2+R^2}$

مكتبة A to Z