كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة٤

المحاضرة : الثانية/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

المتتالية الهندسية: متتالية ينتج فيها كل حد عن الحد السابق له بضربه بعدد ثابت q يسمى أساس المتتالية

مثال: 2 . 4 . 8 . 16 . 32 ـــــ

ملاحظة: من التعريف نجد أن الشكل التدريجي للمتتالية الهندسية

$$U_{n+1} = q \cdot U_n$$

البرهان على أن U_n هندسية يكفي أثبات أن

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = q$$

العلاقة بين حدين:

يعطى العلاقة بين U_m و U_n من خلال القانون

$$\frac{U_n}{U_m} = q^{n-m}$$

ينتج مما سبق الشكل التصريحي لـ U_n هو

$$U_n = U_0 \, q^n$$

جمع حدود متوالية الهندسية:

$$U_1 + U_2 + U_3 \text{ ـــ } + U_n = U_1 \left[\frac{1-q^n}{1-q} \right]$$

$(q)^0 = 1$

مثال: برهن أن $1 + q + q^2 + \dots + q^n = 1\left[\frac{(1-q)^1}{1-q}\right]$

البرهان

$$S = 1 + q + q^2 + \dots q^n$$

$$q.S = q + q^2 + q^3 + \dots q^n + q^{n+1}$$

بالطرح $S - qS = 1 - q^{n+1}$

$$S[1-q] = 1 - q^{n+1}$$

$$S = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

المتتالية الحسابية: هي متتالية مجموع عددها جزء من مجموع عدد المتتالية الأساسية

$U_n = n$

$U_0 = 0$

$U_1 = 1$

$U_2 = 2$

$U_3 = 3$

$U_4 = 4$

$U_5 = 5$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

متتالية جزئية منها هي نفرض $n = 2K$

$U_n = U_{2K} = 2K$

$U_0 = U_{2\cdot 0} = 2 \cdot U_4 = 4$ ...

$V_n = V_{2n} = 2n$

ملاحظة في أجل حل متتالية حسابية (هندسية) يمكن إيجاد متتالية جزئية منها حسابية (هندسية)

مثال U_n حسابية فيها $U_7 = 5$ ، $U_{16} = 25$

أوجد $U_7 + U_{10} + U_{13} + U_{16} = 0$

الحل:

$$U_7 + U_{10} + U_{13} + U_{16} = \left(\frac{U_7 + U_{16}}{2}\right)(4)$$

$$= \left(\frac{5 + 25}{2}\right)\left(\frac{4}{2}\right) = 60$$

ملاحظة في كل متتالية حسابية هذه العلاقة $b = \frac{a+c}{2}$

حيث a, b, c حدود متوالية

مثال: U_n حسابية فيها $U_{20} = 5$ أوجد

$U_7 + U_{10} + U_{30} + U_{33}$

الحل: بما أن U_n حسابية فإن: U_7, U_{20}, U_{33}

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

هم حدود متوالية حسابية جزئية من U_n

$\frac{U_7 + U_{33}}{2} = U_{20} \Rightarrow \boxed{U_7 + U_{33} = 2U_{20} = 10}$ ①

أيضاً U_{10} ، U_{20} ، U_{33} حدود

$\frac{U_{10} + U_{30}}{2} = U_{20} \Rightarrow \boxed{U_{10} + U_{30} = 2U_{20} = 10}$ ②

لنفس الأسباب السابقة

وبجمع ① و ②

$U_7 + U_{10} + U_{30} + U_{33} = 20$

الأطوار : المتتالية المتزايدة : نقول عن U_n أنها متزايدة

إذا تحققت $U_{n+1} \geq U_n$

المتتالية المتناقصة : U_n متناقصة إذا تحققت :

$U_{n+1} \leq U_n$

المتتالية الثابتة : U_n ثابتة إذا تحققت

$U_{n+1} = U_n$

نلاحظ من أجل U_n ذات حدود موجبة إذا تحققت

$\frac{U_{n+1}}{U_n} \geq 1$ فهي متزايدة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$\frac{U_{n+1}}{U_n} \leq 1$ وهي متناقصة

$\frac{U_{n+1}}{U_n} = 1$ وهي ثابتة

ملاحظة: هذه المتتاليات التصريحية $U_n = f(n)$

U_n تزايد $\Leftarrow$ (f تزايد على $[0, +\infty[$)

مثال: ادرس اطراد $U_n = \frac{n}{n+1}$

$V_n = -2^n$

$W_n = 2n+1$

الحل: $f(x) = \frac{x}{x+1} \Leftarrow f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} > 0$

U_n متزايدة تماماً $\Leftarrow$

دراسة V_n: نرى 2^n (صيغتها موجبة تماماً) متزايدة

$V_n \rightarrow 2^n \Rightarrow \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 > 1$ متناقصة

$W_n = 2n+1 \quad W_{n+1} = 2n+3$

$W_{n+1} - W_n = 2 > 0 \Rightarrow$ متزايدة

$W_n = f(x) = 2x+1$

$f'(x) = 2 > 0 \Rightarrow$ متزايدة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة