كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة ٣

المحاضرة: الرابعة /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

- المتغيرات العشوائية تقسم إلى قسمين حسب طبيعة التجربة فإذا كانت التجربة تدل على عد مثلاً: عدد الشهادات الظاهرة - عدد المكالمات الهاتفية - عدد الطلاب ... فإن المتغير العشوائي في هذه الحالة هو متغير عشوائي منفصل ومجموعة القيم لهذا المتغير مجموعة منتهية قابلة للعد وتكون قيم المتغير العشوائي قيم حقيقية $\mathbb{R}$.

بينما في التجارب التي تدل على زمن أو على وزن أو على درجة حرارة فإن المتغير العشوائي في هذه الحالة هو متغير قابل للقياس ويوصف تابع ندعوه تابع الكثافة.

- في حالة المتغير العشوائي المنفصل نعرف القانون الاحتمالي له بجدول نسميه جدول القانون الاحتمالي بينما في المتغير العشوائي المستمر نعرف عنه في تابع كثافة.

مثال: التابع

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & x \in [a,b] \\ 0 & x \notin [a,b] \end{cases}$$

① أثبت أنه تابع كثافة وأوجد تابع التوزيع الاحتمالي له.

① $1 - f(x) \geq 0$

$$2 - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{a} f(x)dx + \int_{a}^{b} f(x)dx + \int_{b}^{+\infty} f(x)dx$$

$$= \int_a^b \frac{1}{b-a}\,dx = \left[\frac{1}{b-a}x\right]_a^b$$

$$= \frac{b}{b-a} - \frac{a}{b-a} = \frac{b-a}{b-a} = 1$$ فهو تابع كثافة،

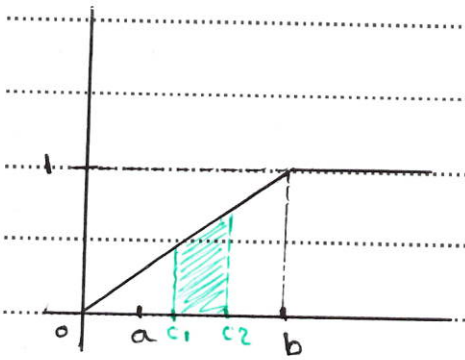
إيجاد تابع التوزيع:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$$

$$= \int_a^x \frac{1}{b-a}\,dt = \left[\frac{1}{b-a}t\right]_a^x = \frac{x-a}{b-a}$$ وهو تابع التوزيع

$$p(c_1 \le x \le c_2) = \int_{c_1}^{c_2} f(x)\,dx = f(c_2) - f(c_1)$$ حساب الاحتمال

رسم الخط البياني لتابع التوزيع.



تمرين: عيّن قيمة الثابت c ليكون التابع التالي تابع كثافة ثم أوجد تابع التوزيع الاحتمالي

$$f(x) = \begin{cases} cx & x \in [0,2] \\ 0 & x \notin [0,2] \end{cases}$$

$f(x) \ge 0$

وبما أن $x \ge 0$ فإن $c \ge 0$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = \int_0^2 cx\,dx = \left[\frac{cx^2}{2}\right]_0^2 = \frac{4}{2}c = 2c$$

$$\Rightarrow 2c = 1 \Rightarrow \boxed{c = \frac{1}{2}}$$

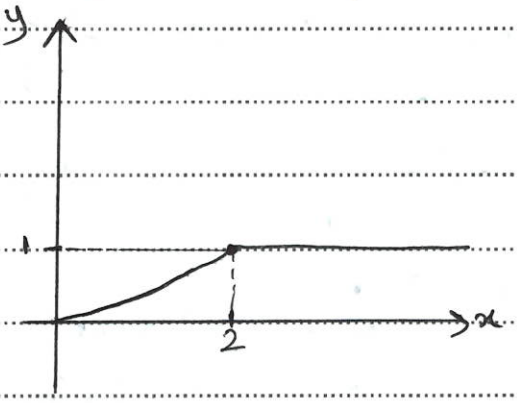
فيصبح التابع

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x & :x\in[0,2]\\ 0 & :x\notin[0,2]\end{cases}$$

إيجاد تابع التوزيع:

$$f(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt=\int_{0}^{x}\frac{1}{2}t\,dt=\left[\frac{t^2}{4}\right]_0^x=\frac{x^2}{4}$$

$$f(x)=\begin{cases}1 & x\geq 2\\ \frac{x^2}{4} & x\in[0,2]\\ 0 & x\leq 0\end{cases}$$



احسب الاحتمال:

$$p(0<x<1)=f(1)-f(0)$$

$$=\frac{1}{4}-0=\frac{1}{4}$$

تطبيقات على المتغير العشوائي المنفصل

① التوقع الرياضي

أ- من حالة المتغير العشوائي المنفصل

x_i	x_1	x_2	———	x_n
$f(x_i)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	———	$f(x_n)$

$$E(x)=\sum_{i=1}^{n} x_i\cdot f(x_i) \qquad p(X=x_i)=f(x_i)$$

مثال: من حالة رمي قطعة نقود ثلاث مرات والمتغير العشوائي يدل على عدد الشعارات

x_i	0	1	2	3
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$$E(x)=0\left(\frac{1}{8}\right)+1\left(\frac{3}{8}\right)+2\left(\frac{3}{8}\right)+3\left(\frac{1}{8}\right)=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

2- في حالة المتغير العشوائي المستمر

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} x\cdot f(x)\,dx$$

مثال: نفرض لدينا تابع:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x & x\in[0,2]\\ 0 & x\notin[0,2]\end{cases}$$

احسب التوقع الرياضي.

$$E(x)=\int_0^2 x\left(\frac{1}{2}x\right)dx \quad =\int_0^2 \frac{1}{2}x^2\,dx$$

$$=\left[\frac{x^3}{8}\right]_0^2 \quad =\frac{8}{6} \quad =\frac{4}{3}$$

مثال:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & x\in(a,b)\\ 0 & x\notin(a,b)\end{cases}$$

$$E(x)=\int_a^b x\frac{1}{b-a}\,dx \quad =\left[\frac{1}{b-a}\frac{x^2}{2}\right]_a^b \quad =\frac{b^2-a^2}{2(b-a)} \quad =\frac{b+a}{2}$$

ملاحظة: في حالة المتغير العشوائي المنفصل إذا كانت الاحتمالات متساوية فحينئذٍ يكون التوقع الرياضي مساوياً للمتوسط الحسابي للقيم.

بعض الخواص للتوقع الرياضي:

① $E(cx)=cE(x)$

② $E(x+y)=E(x)+E(y)$

③ $E(xy)=E(X).E(y)$ إذا كان x و y مستقلين احتمالياً فحينئذٍ يكون التوقع الرياضي

طريقة: عند إلقاء قطعة نرد يكسب اللاعب 20 نقطة إذا ظهر الوجه 2، 40 نقطة إذا ظهر الوجه 4 وخسر 30 نقطة إذا ظهر الوجه 6 بينما لا يخسر ولا يربح عدا ذلك المطلوب: اكتب جدول قانون احتمالي متابع التوزيع ما اسم الخط البياني لتابع التوزيع ما هو التوقع الرياضي.

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z