كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة ٣

المحاضرة: الثالثة /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

3

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

أولاً:

نعلم أنّ كل تجربة احتمالية لها مجموعة منتهية من النتائج وهذه النتائج يمكن تصنيفها وفق صفات نعطيها لها نحن فمثلاً عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات (رمي مكعب)

يمكن تصنيف النتائج وفق عدد الشعارات

HHH → 3
HHT → 2 (HTH, THH) ← تباديل
HTT → 1
TTT → 0

+S
-S

يقسم فضاء العينة إلى أربعة أقسام.

في هذه الحالة تشكل لدينا تابع نسميه متغير عشوائي حقيقي X.

$X : p(\Omega) \to R$

Ω: مجموعة أمثلة التجربة

مجموعة تعريف مجموعة أمثلة التجربة.

ندعو القيم [0,1,2,3] قيم المتحول العشوائي.

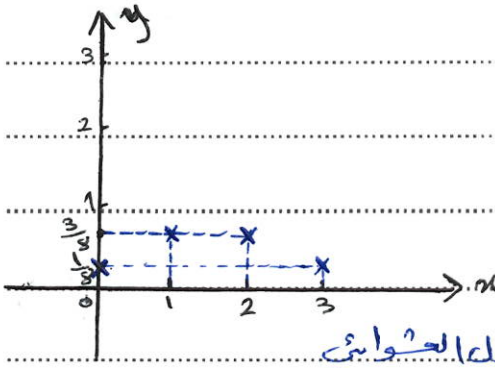
إذا المتغير العشوائي يصف الأمثلة ويصنفها بحيث لا يوجد تقاطع بينها

القانون الاحتمالي

$p(X=0) = \frac{1}{8}$
$p(X=1) = \frac{3}{8}$
$p(X=2) = \frac{3}{8}$
$p(X=3) = \frac{1}{8}$

x	0	1	2	3
$p(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$$\sum p(x=x_i) = 1$$



ندعو X متغيّر عشوائي منفصل بسبب أنّ قيم المتحول العشوائي هي قيم منفصلة وليست مستمرّة.

نعرّف تابع التوزيع الاحتمالي:

$F(X) = p(X \le x)$

$F(0) = p(X \le 0) = 0$

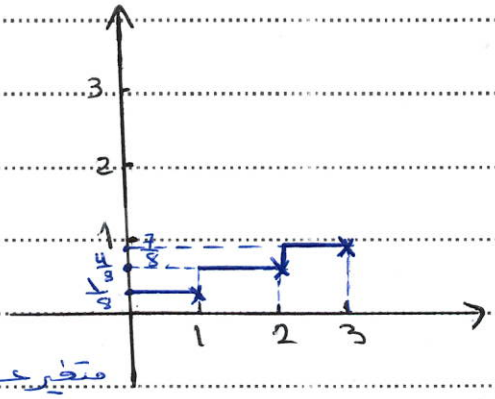
$F(1) = p(X \le 1) = \frac{1}{8}$

$F(2) = p(X \le 2) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$

$F(3) = p(X \le 3) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$

$p(X \ge 3) = 1$

$p(2 < X < 3) = \frac{7}{8}$



متغير عشوائي منفصل.

إذاً:

قد يكون المتغير العشوائي مستمر أي القيم ليست منقطعة وإنما تابع ويعرّف وفق تابع كثافة $f(x)$ ويجب أن يحقق الشروط الآتية:

① أن يكون موجب دوماً $f(x) \ge 0$

② $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2}{9} & ;x\in[0,3]\\ 0 & ;x\notin[0,3]\end{cases}$$

① أثبت أن $f(x)$ تابع كثافة للمتغير العشوائي X.

① $f(x)=\frac{x^2}{9}\geq 0$ مقدار موجب دوماً وهو محقق

② $$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx=\int_{-\infty}^{0} f(x)\,dx+\int_{0}^{3} f(x)\,dx+\int_{3}^{+\infty} f(x)\,dx$$

$$=\int_0^3 \frac{x^2}{9}\,dx=\left[\frac{x^3}{27}\right]_0^3=\frac{27}{27}=1$$

② احسب الاحتمال $p(1<x<2)$

$$=\int_1^2 f(x)\,dx=\int_1^2 \frac{x^2}{9}\,dx=\left(\frac{x^3}{27}\right)_1^2$$

$$=\frac{8}{27}-\frac{1}{27}=\frac{7}{27}$$

تابع التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المستمر يعطى بالعلاقة التالية:

$$F(x)=p(X<x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$$

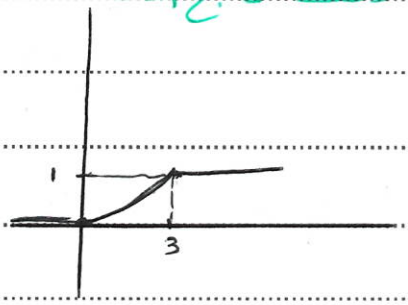
في المثال السابق لدينا تابع التوزيع:

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x}\frac{t^2}{9}\,dt=\left(\frac{t^3}{27}\right)_0^x=\frac{x^3}{27}$$

$$p(a<X<b)=F(b)-F(a)$$

$$p(0<X<2)=F(2)-F(0)=\frac{8}{27}-0=\frac{8}{27}$$

ملاحظة: يكون أيضاً مشتق تابع التوزيع الاحتمالي هو نفسه تابع الكثافة



مثال: لدينا تابع $x \in [a,b]$ $\quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & x \in [a,b] \\ 0 & x \notin [a,b] \end{cases}$

1) أثبت أن التابع هو تابع كثافة.
2) أوجد تابع التوزيع الاحتمالي للمتغير x.
3) ارسم مخططاً بيانياً يمثل تابع التوزيع الاحتمالي.

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z