كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الرابعة**

المادة : انصاف نواقل

المحاضرة : الثانية/نظري/

3-5 آليات إعادة اتحاد الحاملات اللامتوازنة للشحنة:

Recombination Mechanisms of the Charge Non-equilibrium Carriers

- يأخذ طول المسار الحر الوسطي للإلكترونات في أنصاف النواقل قيماً من رتبة 10^{-6} cm عادةً (أي من رتبة $0.01\ \mu m$ أو $10\ nm$)،
- وتبلغ السرعة الحرارية الوسطية في درجة حرارة الغرفة 10^{7} cm/s، بحيث يبلغ الزمن الوسطي بين تصادمين متتالين نحو $10^{-13}\ s = 0.1\ ps$.
- فإذا تعرَّض حامل شحنة **حار** لامتوازن **لألف تصادم** مثلاً، فإن ذلك كافي لتشتيت طاقة زائدة **من رتبة** $1\ eV$، ومن ثمَّ حتى من أجل مثل هذه الطاقة الزائدة الكبيرة، فإن حامل الشحنة الحار، خلال $10^{-10}\ s = 100\ ps$ تقريباً **من بعد** عملية توليده يُصبح "طبيعياً" عند **مستوى حقنٍ منخفضٍ**[1].
- وهذا ما يجعلنا نعتقد أن الحاملات اللامتوازنة للشحنة عند مستو منخفض من الحقن تكون موزعة على طاقاتها بالطريقة التي تتوزع فيها الحاملات المتوازنة.
- وعندما يكون **مستوى الحقن مرتفعاً**، تستطيع الحاملات الحارة أن ترفع درجة حرارة نصف ناقل أو عازل بشكل ملحوظ. وبما أن فترة الحياة للحاملات يمكن أن تكون أكبر بكثير من **دور** "**التأقلم**" المشار إليه، فإننا نفرض أن الحاملات اللامتوازنة للشحنة لا تختلف، خلال كامل فترة حياتها القصيرة نسبياً، عن الحاملات المتوازنة.
- وعند توافر عدة أشكال لمراكز إعادة الاتحاد يمكننا إيجاد فترة الحياة الفعلية للإلكترونات من العلاقة

$$\frac{1}{\tau_n} = \sum_i \frac{1}{\tau_{ni}} . \qquad (78\text{-}5)$$

ولكن جرت العادة، وصف إعادة اتحاد الإلكترونات والثقوب الحرة التي تجري مباشرةً أو عبر محطات بينية (مراكز إعادة الاتحاد). نقدم في الفقرة القادمة وصفاً لإعادة اتحاد أزواج إلكترونية– ثقبية.

---

[1] طبيعياً بمعنى أن درجة حرارته تُصبح من درجة حرارة الشبكة البلّورية

1-3-5 دراسة معامل إعادة اتحاد الحاملات اللامتوازنة للشحنة وفترة حياتها:

Study of Recombination Coefficient of Charge Non-equilibrium Carriers and their Life Time

إن عمليتي توليد حاملات الشحنة وإعادة اتحادها **تتوازن** في شروط التوازن الترموديناميكي **ويساوي** تركيزها اللامتوازن تركيزها المتوازن. فإذا رمزنا لعدد الأزواج الإلكترونية– الثقبية بالرمز G_0 وعدد الأزواج المُعاد اتحادها بالرمز R_0 ، يمكننا كتابة المساواة:

$$G_0 = R_0 \,. \tag{79-5}$$

فضلاً عن أنه يمكننا التعبير عن R_0 بالمعادلة:

$$R_0 = \gamma_r\, n_0 p_0 = \gamma_r\, n_i^2 \,, \tag{80-5}$$

حيث γ_r معامل تناسب، يسمى **معامل إعادة الاتحاد،**

و n_0 و p_0 التراكيز المتوازنة للإلكترونات والثقوب في نصف الناقل، على الترتيب.

لقد ذكرنا سابقاً، أن الحاملات اللامتوازنة للشحنة تُصبح بعد فترة قصيرة من الزمن غير مختلفة عن الحاملات المتوازنة، ولذلك يمكن الاعتقاد بأنها تتصف بمعامل إعادة الاتحاد ذاته، γ_r ، الذي تتصف به الحاملات المتوازنة للشحنة. وحينئذٍ يمكن كتابة **علاقة سرعة إعادة الاتحاد للحاملات اللامتوازنة** للشحنة بالشكل الآتي:

$$R = \gamma_r\, np \,. \tag{81-5}$$

في الواقع، يدخل في هذه العلاقة، الحد المُمثَّل بالمعادلة (5-80)، لأن التركيزان اللامتوازنان n و p يحويان التركيزين المتوازنين n_0 و p_0 ، أي يؤخذ فيهما بالحسبان، إعادة اتحاد الحاملات المتوازنة أيضاً. ولذلك، إذا عُيّنت سرعة إعادة الاتحاد بالمعادلة (5-81) ودُرِست معادلة الاستمرارية في ظروف **غياب** التوليد الخارجي، فلا بد من احتساب التوليد الحراري، G_0 ، في هذه الحالة. **تأخذ معادلة الاستمرارية في غياب التيار الكهربائي** الشكل الآتي:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = G_0 - \gamma_r\, np \,, \tag{82-5}$$

أو بالشكل الآتي:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \gamma_r\, n_0 p_0 - \gamma_r\, np = \gamma_r\, n_0 p_0 - \gamma_r\left(n_0 + \Delta n\right)\left(p_0 + \Delta p\right).$$

$$\therefore\ \frac{\partial n}{\partial t} = -\gamma_r\left(n_0 \Delta p + p_0 \Delta n + \Delta n \Delta p\right). \tag{83-5}$$

وإذا أخذنا بالحسبان أن $\Delta n = \Delta p$ ، في ظروف حقنٍ بمستوٍ منخفضٍ، تُصبح المعادلة (5-83) من الشكل:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\gamma_r\left(n_0 + p_0\right)\Delta n = -\frac{\Delta n}{\tau_n} \,, \tag{84-5}$$

حيث

$$\boxed{\tau_n = \frac{1}{\gamma_r\left(n_0 + p_0\right)}.} \tag{85-5}$$

إن فترة الحياة هذه، **لا تتغيّر** في أثناء عملية إعادة اتحاد الحاملات اللامتوازنة للشحنة، مما يعني أنها توافق إعادة الاتحاد الخطّي التي يُعدُّ التركيز الفائض فيها تابعاً أُسّياً للزمن، وفق المعادلة (5-43)، في الفقرة السابقة:

$$\Delta n = \left(\Delta n\right)_0 \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \,, \tag{86-5}$$

ولكن، **إذا كان** مستوى حقن الحاملات اللامتوازنة **عالياً**، أي إذا تحققت المتراجحة $\Delta n >> (n_0 + p_0)$، نحصل تبعاً للمعادلة (85-5)، على العلاقة الآتية:

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = -\gamma_r (\Delta n)^2 \qquad \text{أو} \qquad \frac{\partial n}{\partial t} = -\gamma_r (\Delta n)^2 \qquad (87\text{-}5)$$

بهذا الشكل، يكون المقدار $\frac{\partial n}{\partial t}$ تابعاً تربيعياً بالنسبة للتركيز الفائض للإلكترونات، Δn، وتدعى إعادة الاتحاد عندها، **بإعادة الاتحاد التربيعية**. وبتكامل طرفي المعادلة (87-5) نحصل على قانون تغيّر Δn الآتي في حالة إعادة الاتحاد التربيعي:

$$\boxed{\Delta n = \frac{(\Delta n)_0}{1 + \gamma_r\, t\, (\Delta n)_0}.} \qquad (88\text{-}5)$$

يأخذ القانون (88-5) **شكل قطع زائد** هنا، يحول إلى شكل أُسّي خلال فترة من الزمن بعد إزالة توليد حاملات الشحنة. إذْ تُخرق المتراجحة $\Delta n >> (n_0 + p_0)$ بعد انقضاء هذه الفترة، أي عندما ينخفض التركيز الفائض إلى قيمةٍ، توافق مستوى الحقن المنخفض.

إذا استخدمنا مفهوم فترة الحياة؛ كخاصية مستمرة لعملية إعادة الاتحاد، يمكننا كتابة العلاقة الآتية، في ظروف حقنٍ عالي المستوى **(**إعادة الاتحاد التربيعي**)** وفق المعادلة (87-5):

$$\frac{\partial(\Delta n)}{\partial t} = -\frac{\Delta n}{\tau_n} = -\gamma_r (\Delta n)^2\ ,$$

حيث

$$\boxed{\tau_n = \frac{1}{\gamma_r\, \Delta n}.} \qquad (89\text{-}5)$$

وهنا فترة الحياة تابعة للزمن، $\tau_n = f(t)$، لأن التركيز الفائض تابع للزمن $\Delta n = f(t)$. وعليه، **تُعيَّنُ فترة الحياة اللحظية** التي يمكن تمثيلها عموماً بشكل مماثلٍ لشكل العلاقة (40-5) في الفقرة 5-2-2، $\tau_n = -\Delta n / (\partial \Delta n / \partial t)$.

وختاماً، تجدر الإشارة إلى أنه يمكن التعبير عن **فترة حياة الإلكترونات**، من أجل مستوٍ منخفضٍ للحقن، على أنها **مقدار يتناسب تناسباً عكسياً مع كلٍ** من **مساحة مقطع اقتناص** الإلكترونات على الثقوب، s_p، **والسرعة** الوسطية للإلكترونات بالنسبة للثقوب، υ_p، **وتركيز الثقوب**، p:

$$\tau_n = \frac{1}{s_p\, \upsilon_p\, p} \approx \frac{1}{s_p\, \upsilon_p\, p_0}. \qquad (90\text{-}5)$$

وفي هذه الحالة، تُمثِّل الكمية $P_n = s_p\, \upsilon_p\, p_0$ **احتمال** اصطدام إلكترون بثقبٍ خلال واحدة الزمن، أي احتمال إعادة اتحاد زوج مؤلف من إلكترون وثقب خلال واحدة الزمن.

من الواضح، أن العلاقتين (85-5) و (90-5) تتطابقان عندما $p >> n$، ثمّ إن معامل إعادة الاتحاد، γ_r، يساوي حاصل ضرب مقطع اقتناص الإلكترونات على الثقوب في السرعة الوسطية للإلكترونات بالنسبة للثقوب، $\gamma_r = s_p\, \upsilon_p$. إذا تم إيقاف الثقوب ببطءٍ، فإن الكمية υ_p ستكون السرعة الحرارية الوسطية للإلكترونات، وحاصل ضرب المقدارين **(**مقطع الاقتناص s_p في السرعة υ_p**)**، $s_p\, \upsilon_p$، احتمال التقاء إلكترونٍ بثقبٍ واحدٍ.

يمكن استخدام علاقات مشابهة للعلاقات السابقة من أجل أنصاف نواقل إلكترونية. فمن أجل حقنٍ بمستوٍ عالٍ، تُستبدل الكميّة p بأخرى Δp ، فتُرصد عندها إعادة الاتحاد التربيعية.

2-3-5 إعادة الاتحاد بين العصابات الطاقية Band-To-Band Recombination:

إذا اقتصرت إعادة الاتحاد على انتقال إلكترون مباشرةً من عصابة الناقلية إلى عصابة التكافؤ وإلغاء إلكترون وثقب؛ كحاملات حرة للشحنة، فإنها تدعى إعادة اتحاد ما بين العصابات الطاقية (أو باختصار إعادة الاتحاد عصابة– عصابة). وهناك إعادة اتحاد تجري على مرحلتين، كما سنرى لاحقاً، تسمى إعادة الاتحاد عبر **حالات طاقية متوضِّعة** *Energetic Localized States* في الفجوة الطاقية (إعادة الاتحاد عبر **المصائد** *Traps*).

- يتعيَّن **تغيّر طاقة الإلكترون** بالفارق الموافق لسويات الطاقة.
- ثم إن **هذا التغيّر**، سواء حدث أثناء إعادة الاتحاد عصابة– عصابة أو عبر المصائد، يمكن **أن يكون مرتبطاً بإصدار** كمَّات ضوءٍ (فوتونات) **أو بنقل** الجزء الموافق من الطاقة إلى الشبكة البلّورية، أي إلى الفونونات.
- فضلاً عن ذلك، في أثناء إعادة الاتحاد عصابة– عصابة يمكن أن ينتقل جزء من الطاقة، خلال التصادمات، إلى حاملٍ حرٍ ثالثٍ للشحنة (في هذه الحالة تدعى **إعادة اتحاد أوجيه أو عمليات أوجيه** *Auger Processes*).
- تُعزى الحالتان الأخيرتان إلى **إعادة الاتحاد اللامُشِّع** *Non-Radiative Recombination*،
- أمَّا إعادة الاتحاد المترافقة بإصدار فوتونات، فتدعى **إعادة اتحادٍ مُشِّعٍ** *Radiative Recombination*.
- لقد ذكرنا، أنه عند إعادة الاتحاد الصدمي بين العصابات (إعادة اتحاد أوجيه) يجري تصادمٌ بين ثلاثة حاملات حرة للشحنة يؤدي إلى اتحاد زوج إلكترون– ثقب وانتقال الطاقة الزائدة إلى حاملٍ ثالثٍ للشحنة. ثمَّ يُقدِّمُ مثل هذا الحامل الحار للشحنة طاقته إلى الشبكة البلّورية (الفونونات).

تُشير الدراسات التجريبية إلى ندرة ملاحظة إعادة الاتحاد الصدمي بين العصابات الطاقية فضلاً عن أنها تُصبح ملحوظةً فقط في درجات الحرارة العالية جداً في أنصاف النواقل ضيقة الفجوات الطاقية (في InSb مثلاً). وعادةً ما يُشار إلى القيمة $\Delta E = 0.3\,\text{eV}$ ، على أنها حدٌّ شرطيٌّ يفصل بين أنصاف النواقل واسعة الفجوات الطاقية وأنصاف النواقل ضيقة الفجوات الطاقية.

بناءً على ما تقدَّم لا تُرصد عمليات أوجيه في أنصاف النواقل واسعة الفجوات الطاقية؛ في Si و Ge مثلاً، إلاّ نادراً جداً. كما يندر فيها رصد إعادة الاتحاد عصابة– عصابة اللامُشِّعة– **إعادة الاتحاد الفونوني** *Phonon Recombination*. فالطاقة العظمى للفونونات لا تتجاوز عادةً $0.1\,\text{eV}$ وطاقاتها الوسطية أقلُّ من ذلك أيضاً. إذن، لحدوث إعادة الاتحاد الفونوني لا بد من إصدار ليس أقل من عشرة فونونات بآنٍ معاً. ولكن احتمال حدوث العمليات متعددة الفونونات صغير ومن ثمَّ، فإن إعادة الاتحاد عصابة– عصابة الفونوني في أنصاف النواقل واسعة الفجوات الطاقية قليلة الاحتمال.

يصدر في أثناء إعادة الاتحاد عصابة– عصابة كمٌّ ضوئيٌّ طاقته

$$h\nu = \Delta E_0 = E_c - E_\upsilon \qquad (91\text{-}5)$$

وعندها، وكما يحدث في حالات أخرى، يبقى قانون انحفاظ الاندفاع مصوناً أيضاً، ولذلك يكون لدينا:

$$P_c - P_\upsilon = \frac{h\nu}{c}\,, \qquad (92\text{-}5)$$

حيث P_c و P_υ كميتا حركة الإلكترون والثقب في قاع وقمة العصابتين الطاقيتين الموافقتين على الترتيب، و $h\nu / c$ كمية حركة الفونون.

بما أن اندفاع الفوتون صغير للغاية، فإننا نستنتج أنه في إعادة الاتحاد عصابة− عصابة المُشِّع يمكن أن تشارك فقط الإلكترونات والثقوب التي لاندفاعاتها الإشارة نفسها ومتساوية بالقيمة عملياً. ومن ثمَّ، تُرصد إعادة الاتحاد المُشِّع عند **الانتقالات الشاقولية (المباشرة)** *Direct (Vertical) Transitions* للإلكترونات من عصابة الناقلية إلى عصابة التكافؤ، وذلك عندما تُمثَّل عصابة التكافؤ في الفراغ− $\vec{k}$، أي أن إعادة الاتحاد هذه تتحقق عملياً من دون أن يتغيّر العدد الموجي k في أثناء الانتقالات المُشار إليها. وخلافاً لذلك، تكون إعادة الاتحاد اللامُشِّع ممكنة فقط عند **الانتقالات اللامباشرة** *Non-direct Transitions* عندما يتغيّر k.

لقد دُرِست سابقاً القوانين الأساسية لإعادة الاتحاد عصابة− عصابة الممثلة بالعلاقات من (5-79) حتى (5-90)؛ إذْ يمكننا أن نجري من أجل حالة إعادة الاتحاد المُشِّع حسابات إضافية؛ كأن نعيّن معامل إعادة الاتحاد آخذين بالحسبان ميكانيكية العمليات المرافقة لذلك.

فإذا كان نصف الناقل في درجة حرارة ثابتة T، فيوجد فيه عدد محدود من كمَّات الضوء الحرة أو يوجد فيه كثافة محدودة من الطاقة الضوئية، وفي درجة حرارة الغرفة لا يكون عدد مثل هذه الكمَّات كبيراً، ولكن من المهم أيضاً الإشارة إلى أنه ليس صفراً.

لنفرض أن جزءاً من كمَّات الضوء المُشِّعة قد أُقتنص أثناء إعادة الاتحاد في نصف الناقل؛ فمن الواضح عندها أن الإشعاع والامتصاص، في حالة التوازن الحراري، يُعدِّلان بعضهما بعضاً. فعلى هذا الأساس يُعيَّنُ معامل إعادة الاتحاد المُشِّع. يمكن تطبيق العلاقة (5-79) على إعادة الاتحاد المُشِّع بحيث يساوي عدد الأزواج المُعاد اتحادها عدد الكمَّات المُشِّعة أثناء إعادة الاتحاد في واحدة الحجم خلال واحدة الزمن.

فضلاً عن ذلك، يمكننا **تعيين عدد الكمَّات** بالشكل الآتي:

من المعلوم أن عدد الحالات الكوانتية من أجل الفوتونات، التي اندفاعاتها تقع في المجال من P إلى $P+dP$، في واحدة الزاوية المجسَّمة، $d\Omega$، يساوي $P^2 dP / h^3$. ومن أجل تعيين **عدد الحالات الكوانتية المشغولة بالفوتونات** يجب ضرب الكمية الأخيرة بتابع **توزّع بوزة− اينشتاين** الآتي:

$$f = \frac{1}{e^{h\nu / k_B T} - 1}\,, \qquad (93\text{-}5)$$

وعندها، يساوي عدد الفوتونات المُشِّعة، التي اندفاعاتها في الزاوية المجسَّمة $d\Omega$ تساوي P:

$$dn_{ph} = \frac{2}{h^3} f\, P^2 dP\,. \qquad (94\text{-}5)$$

يُضاعف الطرف الأيمن من المعادلة (17) لدى أخذ الاستقطابية المختلفة للفوتونات بالحسبان؛ إذن، بالتعويض عن الاندفاع بما يساويه،

$$P = \frac{E}{\upsilon_{ph}} = \frac{h\nu}{\upsilon_{ph}} = \frac{h\nu}{c}\,\overline{n}\,, \qquad (95\text{-}5)$$

حيث $\overline{n}$ قرينة انكسار الوسط المدروس و c سرعة انتشار الضوء في الخلاء.

نستطيع الحصول على العدد الكلّي لكمّات الضوء dN من خلال تكامل طرفي المساواة الأخيرة بالنسبة للزاوية المجسّمة $d\Omega$:

$$dN = \int_0^{4\pi} \frac{2}{h^3} f\, P^2 dP\, d\Omega = \frac{8\pi}{h^3} f\, P^2 dP = \frac{8\pi}{c^3} \frac{\overline{n}^3 \nu^2}{e^{h\nu/k_B T} - 1} d\nu\,, \qquad (96\text{-}5)$$

ولكن، ما يجري هو امتصاص **جزء** من هذه الكمّات. فإذا كان احتمال امتصاص فوتون تواتره ν مساوياً $g(\nu)$ مثلاً، فإن عدد الكمّات، التي يمتصها نصف الناقل في واحدة الحجم، وخلال واحدة الزمن يساوي

$$N = \int_0^{\infty} g(\nu) dN = \frac{8\pi}{c^3} \int_0^{\infty} \frac{\overline{n}^3(\nu) g(\nu) \nu^2}{e^{h\nu/k_B T} - 1} d\nu\,. \qquad (97\text{-}5)$$

يمكننا استبدال الكميّة $g(\nu)$ بأخرى، **بدلالة معامل امتصاص** نصف الناقل $\alpha(\nu)$ **وقرينة انكساره**، بغرض التعبير عن عدد الكمّات الضوئية بدلالة معامل الامتصاص:

$$g(\nu) = \frac{c}{\overline{n}} \alpha(\nu),$$

إذن، في شرط التوازن، لا بد من أن يساوي عدد الكمّات الضوئية الممتصة لعدد الكمّات التي أُعيد اتحادها $R_0 = N$. ومن ثمَّ:

نحصل من المعادلتين (5-97) و (5-80) على العلاقة الآتية:

$$\gamma_r = \frac{8\pi}{c^2 n_i^2} \int_0^{\infty} \frac{\overline{n}^2(\nu) \alpha(\nu) \nu^2 d\nu}{e^{\hbar\nu/k_B T} - 1}\,. \qquad (98\text{-}5)$$

وبما أن معامل إعادة اتحاد الحاملات اللامتوازنة للشحنة يُطابق معامل إعادة اتحاد الحاملات المتوازنة، فيمكن استخدام الكميّة γ_r ، المعرَّفة بالعلاقة (5-98)، من أجل تعيين فترة حياة الحاملات اللامتوازنة في إعادة الاتحاد المشع.

إذن، عندما يكون مستوى الحقن منخفضاً، $\Delta n = \Delta p$ ، حيث تتحقق العلاقة (5-84)، نجد:

$$\frac{1}{\tau_n} = \gamma_r\,(n_0 + p_0) = \frac{8\pi\,(n_0 + p_0)}{c^2 n_i^2} \int_0^{\infty} \frac{\overline{n}^2(\nu) \alpha(\nu) \nu^2 d\nu}{e^{\hbar\nu/k_B T} - 1}\,. \qquad (99\text{-}5)$$

ومن أجل نصف ناقل ثقبي، $n_0 << p_0$ ، تتحقق المساواة

$$\tau_n = \frac{1}{\gamma_r p_0}$$

وعندها، تتحقق المساواة الآتية من أجل نصف ناقل ذاتي:

$$\tau_{ni} = \tau_{pi} = \frac{1}{2\gamma_r n_i} = \frac{1}{2\gamma_r \sqrt{N_c N_v}}\, e^{\Delta E_0/2k_B T}\,. \qquad (100\text{-}5)$$

وبالتالي، في مجال نصف الناقل الثقبي المُطعَّم بذرات آخذة، يكون لدينا $\tau_{ni} >> \tau_n$ ، على اعتبار أن $p_0 >> n_i$ ، في هكذا نصف ناقلٍ مَشوبٍ. وبهذه الطريقة نجد، أنه مع تناقص تركيز الآخذات في نصف الناقل من النوع-p،

أي باقترابه من نصف الناقل الذاتي، تزداد فترة حياة الحاملات اللامتوازنة للشحنة؛ ويمكننا الحصول على استنتاجٍ مماثلٍ من أجل نصف ناقل من النوع-n.

من الواضح أيضاً أن فترة الحياة تتناقص بارتفاع درجة الحرارة، سواء كان نصف الناقل مُطَّعماً أمّ ذاتياً.

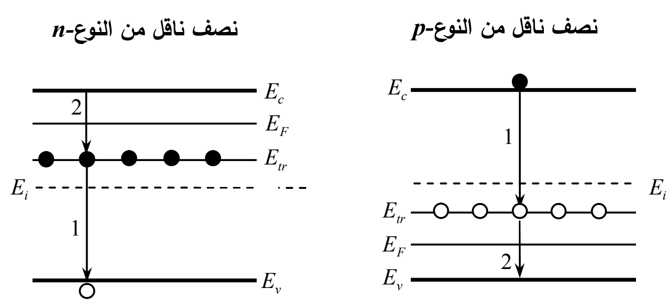
بيَّنت الحسابات التي أُجريت وفقاً لعلاقةٍ من الشكل (5-99) أن قيم τ_n من أجل الجرمانيوم مثلاً، أكبر بثلاث مراتب على الأقل من القيم التي تم الحصول عليها تجريبياً. وهذا يعني أنه، في الحالة الراهنة، لا تُعدُّ إعادة الاتحاد ما بين العصابات الطاقية المُشِّع الآلية الأساسية لإعادة الاتحاد. وخلافاً لذلك، في أنتيموانيد الإنديوم InSb، وفي مجالٍ محددٍ لدرجات الحرارة، يُلاحظ توافق جيد بين قيم τ_n المحسوبة والتجريبية، مما يعني أنه في هذه الحالة، تُسيّطر آلية إعادة الاتحاد المُشِّع.

بهذا الشكل، نرى أن ثمة إمكانية لرصد إعادة الاتحاد المُشِّع الذي يجري بين العصابات الطاقية وكذلك إعادة الاتحاد اللامُشِّع في أنصاف النواقل ضيقة الفجوات الطاقية. أمّا في أنصاف النواقل واسعة الفجوات الطاقية، فنادراً ما تُلاحظ إعادة الاتحاد بين العصابات الطاقية، ولكن إمكانية رصدها ترتفع فقط عندما تكون مستويات الحقن عاليةً جداً. وفيما خصَّ مستوى الحقن المنخفض، فإن إعادة الاتحاد في أنصاف النواقل واسعة الفجوات الطاقية تجري بصورة رئيسة عبر مصائد إعادة الاتحاد المتوزعة في المنطقة المحظورة (الفجوة الطاقية).

5-3-3 إعادة الاتحاد عبر المصائد وفق شوكلي وريد
Shockley-Read Recombination through Traps

تحوي عادةً المواد نصف الناقلة شوائب من عدة أنواع بحيث تُكوِّن كل شائبة منها، في الفجوة الطاقية، سويةً طاقيةً أو عدة مستويات طاقية. نكتفي هنا بدراسة نوعاً واحداً فقط من مستويات الطاقة القادرة على اقتناص حاملات حرة للشحنة. لنرمز لهذا المستوى الطاقي بالرمز E_t، كما يوضح الشكل (5-6). تجري إعادة الاتحاد في نصف ناقل من النوع-n عبر مصائد مشغولة بالإلكترونات:

في البداية، يهبط إلكترون من السوية الطاقية E_t إلى عصابة التكافؤ، مما يعني أن المصيدة اقتنصت ثقباً لامتوازناً، وعلى أثر ذلك، المصيدة التي أصبحت شاغرةً تقتنص إلكتروناً لامتوازناً من عصابة الناقلية، وبهذا تنتهي عملية إعادة اتحاد زوج ثقب عصابة التكافؤ وإلكترون عصابة الناقلية. وكما سنرى لاحقاً، يمكن لفترة حياة حامل الشحنة قبل الفعل الأول (المتمثل في اقتناص مصيدة لحامل شحنة لامتوازن وغير أساسي– ثقب) أن تكون أطول بكثير من فترة الحياة قبل الفعل الثاني (المتمثل في اقتناص مصيدة لحامل شحنة لامتوازن وأساسي– إلكترون). وفي هذه الحالة تتحدد فترة حياة زوج (ثقب– إلكترون) فقط بفترة حياة الحامل اللاأساسي للشحنة قبيل الفعل الأول عملياً، أي بفترة حياته في العصابة الطاقية.



الشكل (5-6): سويات إعادة الاتحاد E_{tr} في نصف ناقل من النوع-n (a) ونصف ناقل من النوع-p (b). تُشير الأسهم المرقمة إلى تسلسل إعادة الاتحاد

أمّا إعادة الاتحاد في نصف ناقل من

النوع-p فتجري عبر بشكلٍ معاكسٍ، أي عبر مصائد شاغرة: في البداية، يُقتنص من قبل المصيدة، حاملٌ للشحنة غير متوازن وغير أساسي− إلكترون من عصابة الناقلية، والمرحلة الثانية من عملية إعادة الاتحاد، تكمن في قنص ثقبٍ غير متوازنٍ من عصابة التكافؤ لإلكترونٍ من المصيدة أو في اقتناص ثقبٍ غير متوازن من قِبلِ مصيدةٍ. وفترة الحياة قبيل الفعل الأول (المتمثل في اقتناص إلكترونٍ) هي التي تُحدد عملياً فترة حياة الزوج (إلكترون−ثقب).

تدعى المصائد المشغولة أو الشاغرة القادرة على اقتناص حاملات شحنة على التعاقب، من هذه أو تلك الإشارة، أي المصائد التي تؤمِّنُ انتقال الإلكترونات من عصابة الناقلية إلى عصابة التكافؤ، مصائد إعادة اتحادٍ. ثمّ إن هذه المصائد يجب أن تكزن متوزعة بجوار منتصف فجوة الطاقة. أضف إلى ذلك، يمكن للمصائد أن تكون قادرة على اقتناص نوع واحد فقط من حاملات الشحنة والتي يمكنها أن تورِّد هذه الحاملات فقط في الاتجاه المعاكس، إلى العصابة الطاقية المسموحة الموافقة. تدعى مثل هذه المصائد، مصائد اقتناصٍ وتكون موزعةً بالقرب من قاع أو سقف العصابات أي المسموحة.

سنستنتج الآن علاقات فترة حياة زوجٍ (إلكترونيٍ− ثقبيٍ) عند حدوث إعادة الاتحاد عبر المصائد **على عدة مراحل:**

المرحلة الأولى:

يمكن التعبير عن معدَّل تغيّر تركيز الإلكترونات الناتج من عمليات الاقتناص على المصائد وعمليات توليدها في عصابة الناقلية المعاكسة بالعلاقتين الآتيتين على الترتيب:

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{tr} = -\gamma_n \, nN_{tr}\left(1 - f_{tr}\right), \qquad (101\text{-}5)$$

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{g} = \beta_n \, N_{tr} f_{tr} \,, \qquad (102\text{-}5)$$

حيث γ_n معامل اقتناص الإلكترونات و β_n معامل توليدها، و N_{tr} تركيز المصائد، و f_{tr} تابع توزّع يصف انشغال المصائد بالإلكترونات.

يجري التعامل مع التابع f_{tr} ، في شروط التوازن، على أنه تابع فيرمي. يُعيِّن المقدار $(1 - f_{tr})$ عدد المصائد الفارغة.

لنوجد الآن العلاقة بين المعاملين γ_n و β_n. إذا درسنا شروط التوازن عوضاً عن شروط عدم التوازن، فيمكننا كتابة المعادلة

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{tr} + \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{g} = 0 \,.$$

أضف إلى ذلك، طالما أن الحاملات اللامتوازنة للشحنة في القسم الأكبر من فترة حياتها لا تختلف عن الحاملات المتوازنة، فإن المعاملين γ_n و β_n يأخذان قيماً متساويةً، سواء من أجل الحاملات اللامتوازنة للشحنة أو من أجل الحاملات المتوازنة. غير أن هذه الحالة محققة من أجل ذلك المستوى من الحقن، عندما لا تُرصد أي عملية تحلل في نصف الناقل.

إذن، في شروط التوازن، لدينا:

$$\gamma_n\, n_0 N_{tr}\left(1-f_{0tr}\right)=\beta_n\, N_{tr} f_{0tr} \qquad (103\text{-}5)$$

ومنه:

$$\beta_n=\gamma_n\, n_0 \frac{1-f_{0tr}}{f_{0tr}}\,. \qquad (104\text{-}5)$$

ثمّ إن تابع التوزع يساوي:

$$f_{0tr}=\frac{1}{\mathrm{e}^{\frac{F_{tr}-E_F}{k_B T}}+1}\,; \qquad (105\text{-}5)$$

ومن ثمَّ

$$\frac{1-f_{0tr}}{f_{0tr}}=\mathrm{e}^{\frac{F_{tr}-E_F}{k_B T}}\,. \qquad (106\text{-}5)$$

ومن ثمَّ

$$\boxed{\beta_n=\gamma_n\, n_0\, \mathrm{e}^{\frac{F_{tr}-E_F}{k_B T}}\,.} \qquad (107\text{-}5)$$

سنرمز للتركيز المتوازن للإلكترونات، n_0، عند انطباق سوية المصيدة على سوية فيرمي بالرمز n_1. في هذه الحالة، يمكن كتابة العلاقة (25-107) بالشكل الآتي:

$$\beta_n=\gamma_n\, n_1\,. \qquad (108\text{-}5)$$

وهكذا نحصل من العلاقات (5-101)، و (5-102)، و (5-108) على المعادلة الآتية:

$$\frac{\partial n}{\partial t}=\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{tr}+\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{g}=\gamma_n\, N_{tr}\left[n\left(1-f_{tr}\right)-n_1\, f_{tr}\right]. \qquad (109\text{-}5)$$

المرحلة الثانية:

يمكن التعبير عن معدَّل تغيّر تركيز الثقوب الناتج من عمليات الاقتناص على المصائد وعمليات توليد الثقوب في عصابة التكافؤ المعاكسة بالشكل الآتي:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{tr}=-\gamma_p\, p\, N_{tr} f_{tr}\,, \qquad (110\text{-}5)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{g}=\beta_p\, N_{tr}\left(1-f_{tr}\right)\,, \qquad (111\text{-}5)$$

حيث γ_p معامل اقتناص الثقوب و β_p معامل توليدها.

لدينا في شروط التوازن الترموديناميكي $\frac{\partial p}{\partial t}=0$، ولذلك نحصل على المعادلة الآتية:

$$\gamma_p\, p_0\, f_{0tr}=\beta_p\, N_{tr}\left(1-f_{0tr}\right) \qquad (112\text{-}5)$$

ومنه وباستخدام تابع التوزيع (25-28) نجد أن:

$$\beta_p=\gamma_p\, p_1\,. \qquad (113\text{-}5)$$

حيث p_1 التركيز المتوازن للثقوب عند تحقق الشرط $F_{tr}=E_F$، أي عند انطباق سوية المصيدة على سوية فيرمي.

وهكذا نحصل من العلاقات (5-110)، و (5-111)، و (5-113) على المعادلة الآتية:

$$\frac{\partial p}{\partial t}=\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{tr}+\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{g}=-\gamma_p\, N_{tr}\left[p\, f_{tr}-p_1\left(1-f_{tr}\right)\right]. \qquad (114\text{-}5)$$

المرحلة الثالثة:

إذا كان تركيز المصائد صغيراً بالمقارنة مع تركيز الحاملات الفائضة للشحنة، بحيث يمكن إهمال كمية الإلكترونات "القابعة" في المصائد، واعتبار أن $\Delta n=\Delta p$ ، فيمكننا كتابة المساواة الآتية:

$$\frac{\partial n}{\partial t}=\frac{\partial p}{\partial t}.$$

وبمقارنة الطرفين اليمينين للمعادلتين (5-109) و (5-114) مع بعضهما البعض نحصل على المساواة:

$$\gamma_n\, N_{tr}\left[n\left(1-f_{tr}\right)-n_1\, f_{tr}\right]=\gamma_p\, N_{tr}\left[p\, f_{tr}-p_1\left(1-f_{tr}\right)\right]. \qquad (115\text{-}5)$$

ومنه نحصل على تابع توزيع المصائد الآتي:

$$f_{tr}=\frac{\gamma_n\, n_1+\gamma_p\, p_1}{\gamma_n\left(n+n_1\right)+\gamma_p\left(p+p_1\right)}. \qquad (116\text{-}5)$$

وبالتعويض عن العلاقة الأخيرة في المعادلة (5-109) أو (5-114) نجد:

$$\frac{\partial n}{\partial t}=\frac{\partial p}{\partial t}=-\gamma_n\, N_{tr}\left[n\left(1-\frac{\gamma_n\, n_1+\gamma_p\, p_1}{\gamma_n\left(n+n_1\right)+\gamma_p\left(p+p_1\right)}\right)-n_1\frac{\gamma_n\, n_1+\gamma_p\, p_1}{\gamma_n\left(n+n_1\right)+\gamma_p\left(p+p_1\right)}\right]$$

ومن ثَمَّ

$$\frac{\partial n}{\partial t}=\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{\gamma_n\,\gamma_p\, N_{tr}\left(np-n_1p_1\right)}{\gamma_n\left(n+n_1\right)+\gamma_p\left(p+p_1\right)}. \qquad (117\text{-}5)$$

وإذا أخذنا بالحسبان المساواة، $n_1p_1=n_i^2=n_0p_0$ ، نحصل على العلاقة الآتية:

$$\boxed{\tau_n=-\frac{\Delta n}{\partial n/\partial t}=\frac{1}{\gamma_p\, N_{tr}}\cdot\frac{n_0+n_1+\Delta n}{n_0+p_0+\Delta n}+\frac{1}{\gamma_n\, N_{tr}}\cdot\frac{p_0+p_1+\Delta p}{n_0+p_0+\Delta p}.} \qquad (118\text{-}5)$$

وبإدخال الرمزين الآتيين

$$\tau_{p0}=\frac{1}{\gamma_p\, N_{tr}} \quad \text{و} \quad \tau_{n0}=\frac{1}{\gamma_n\, N_{tr}} \qquad (119\text{-}5)$$

إلى العلاقة الأخيرة نستطيع إعاد كتابة المعادلة (5-118) لتصبح من الشكل الآتي:

$$\boxed{\tau=\tau_{p0}\frac{n_0+n_1+\Delta n}{n_0+p_0+\Delta n}+\tau_{n0}\frac{p_0+p_1+\Delta p}{n_0+p_0+\Delta p}.} \qquad (120\text{-}5)$$

تعبِّر العلاقة (5-118) أو (5-120) عن فترة حياة زوجٍ (إلكتروني− ثقبيٍ) عند إعادة الاتحاد عبر المصائد، وتسمى **علاقة شوكلي− ريد** *Shockley-Read Relation*.

عندما يكون مستوى الحقن منخفضاً، يمكننا كتابة العلاقة الآتية:

$$\tau=\tau_{p0}\frac{n_0+n_1}{n_0+p_0}+\tau_{n0}\frac{p_0+p_1}{n_0+p_0}. \qquad (121\text{-}5)$$

4-3-5 الدراسة التحليلية– البيانية لآلية إعادة الاتحاد عبر المصائد:

تُعدُّ فترة حياة زوجٍ (إلكتروني– ثقبيٍ) عند إعادة الاتحاد عبر المصائد، كما يتضح من العلاقة (5-120)، تابعاً لمجموعة من الوسطاء:

$$\tau = f\left(n_0,\, p_0,\, n_1,\, p_1,\, \Delta n,\, N_{tr},\, \gamma_n,\, \gamma_p\right). \qquad (122\text{-}5)$$

ومن الواضح، أن فترة الحياة تتعلق بدرجة الحرارة، لأن معظم هذه الوسطاء تُعدُّ توابعاً لدرجة الحرارة.

لنجر الآن دراسة بيانية لآلية إعادة الاتحاد عبر المصائد، باختيار تركيز الحاملات المتوازنة للشحنة ثمّ درجة الحرارة؛ بمثابة متغيِّرين مستقلين.

أولاً– التابعية للتركيز المتوازن لحاملات الشحنة:

يوضح الشكل (5-7) ثلاث تابعيات للتركيز المذكور:

- تابعية مستوى فيرمي $E_F = f\left(n_0\right)$.
- والتابعية $\ln \beta = f\left(n_0\right)$،

حيث يمكن أن ترمز β للتركيز المتوازن للإلكترونات n_0،

وللتركيز المتوازن للثقوب p_0،

ولتركيز المصائد المشغولة بإلكترونات n_{tr}،

ولتركيز المصائد غير المشغولة بإلكترونات (الفارغة)، أي لتركيز الثقوب في المصائد p_{tr}.

من المعلوم، أن التركيز المتوازن من أجل نصف ناقل غير متحلل مرتبط بسوية فيرمي بالعلاقة

$$n_0 = N_c\, \mathrm{e}^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}}\,, \qquad (123\text{-}5)$$

ومن ثمَّ

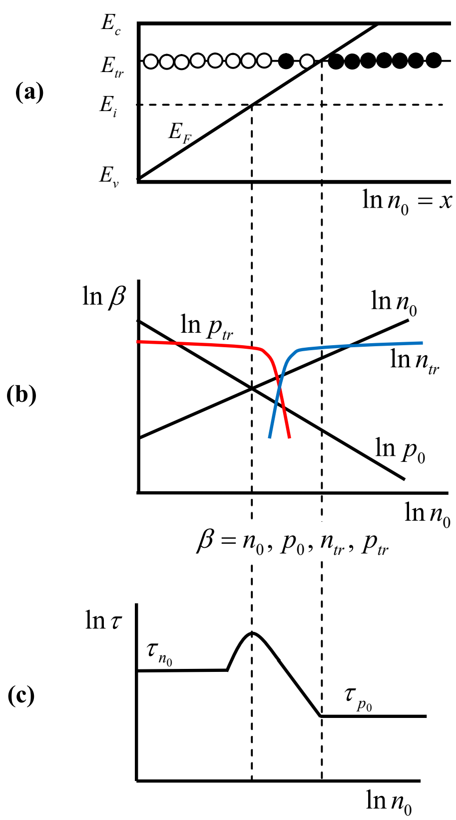
$$\ln n_0 = \ln N_c - \frac{E_c}{k_B T} + \frac{E_F}{k_B T}\,, \qquad (124\text{-}5)$$

تُعدُّ التابعية $E_F = f\left(\ln n_0\right)$، عند ثبات درجة الحرارة ووفقاً للعلاقة الأخيرة، خطِّية وهذا ما يوضحه الشكل (7a-5). تُعيَّن أصغر قيمة للتركيز المتوازن n_0 وأكبر قيمة له من العلاقة (5-124) بوضع $E_F = E_\upsilon$ و $E_F = E_c$ على الترتيب: في المجال الأيمن من مخطط عصابات الطاقة لنصف ناقل من النوع-n في الشكل (7a-5)، عندما تقع سوية فيرمي فوق السوية الطاقية للمصائد، E_{tr}، يجب أن تكون كل المصائد مشغولة بإلكترونات، أمّا من أجل نصف ناقل من النوع-p (الجزء الأيسر من الشكل (7a-5)) فعلى العكس من ذلك، عندما يكون مستوى فيرمي أخفض من مستوى المصائد بشكلٍ ملحوظٍ، تبدو هذه المصائد فارغةً. إذن، شرطا إعادة اتحاد الحاملات اللامتوازنة وغير الأساسية للشحنة (الأقليّة)، في نصف ناقل من النوع-n ومن النوع-p، مختلفان بهذا المعنى. ففي الحالة الأولى، إعادة اتحاد الثقوب والإلكترونات اللامتوازنة تجري عبر مصائد مشغولة، أمّا في الحالة الثانية، تجري إعادة اتحاد الإلكترونات والثقوب عبر مصائد فارغة.

يوضح الشكل (7b-5) تمثيلاً لتركيز الإلكترونات والثقوب في المصائد من خلال المنحنيين $\ln n_{tr}$ و $\ln p_{tr}$ على الترتيب، على فرض أن تركيز المصائد ثابت على كامل الطول، x، بحيث تأخذ الكميتان $\ln n_{tr}$ و $\ln p_{tr}$ قيماً متساويةً في المجالين؛ الإلكتروني والثقبي على الترتيب.

ومن أجل مستوى تطعيم ضعيف، تنخفض التراكيز المشار إليها هنا. وهذا ما أُخذ بالحسبان على شكل فارق في كثافتي الإلكترونات والثقوب في المستوى الطاقي، E_{tr}، المشار إليه في الشكل (6a-5). فالتابعيتان $\ln n_0 = f(\ln n_0)$ و $\ln p_0 = f(\ln p_0)$ خطِّيتان وتتقاطعان في نقطةٍ، توافق نصف ناقل ذاتي.

ويظهر في الشكل (7c-5) تابعية فترة حياة زوجٍ (إلكتروني− ثقبي)، τ، للتركيز، وفقاً للعلاقة (120-5) والإحداثيات لوغاريتمية، كما في الشكل (7b-5) في كلا المحورين.



الشكل (7-5): تابعية المتحولات الآتية للتركيز المتوازن للإلكترونات الحرة n_0: سوية فيرمي E_F في مخطط عصابات الطاقة (a)؛ والتركيز المتوازن للإلكترونات والثقوب وتركيز المصائد المشغولة والفارغة (b)؛ وفترة حياة الأزواج الإلكترونية− الثقبية τ (c) (لم يوضع تدريج المحاور ومبدأ الإحداثيات لكون المنحنيات تملك هنا شكلاً وصفياً لاكمياً).

I. تتحقق من أجل **نصف ناقل إلكتروني ومستوٍ منخفضٍ للحقن** المتراجحات الآتية:

$$n_0 >> p_0; \quad n_0 >> n_1;$$
$$n_0 >> p_1; \quad n_0 >> \Delta p \,;$$

ومن ثمَّ

$$\frac{p_0 + p_1 + \Delta p}{n_0 + p_0 + \Delta p} << 1 \qquad (125\text{-}5)$$

$$\frac{n_0 + n_1 + \Delta n}{n_0 + p_0 + \Delta n} \cong 1 \qquad (126\text{-}5)$$

وعندها، يمكن كتابة العلاقة (25-43) بشكل تقريبي وفق الآتي:

$$\boxed{\tau = \tau_{p0} = \frac{1}{\gamma_p N_{tr}}.} \qquad (127\text{-}5)$$

إذن تتعين فترة حياة ثقب− إلكترون في نصف ناقل غير متحلل من النوع الإلكتروني بفترة حياة الثقب قُبيل اقتناصه في المصيدة. وتُحدِّدُ الكمية $\gamma_p N_{tr}$ احتمال اقتناص الثقب من قبل المصيدة ويمثل مقلوبها فترة حياة الثقب عند اقتناصه. والعلاقة (127-5) تشابه العلاقة (90-5) ويمكن التعبير عن معامل اقتناص الثقوب على المصائد، γ_p، كحاصل ضرب المقطع الفعال لمراكز إعادة الاتحاد s_n في سرعة الثقوب υ_{ptr} بالنسبة لهذه المراكز، أمّا تركيز المراكز N_{tr} فيشابه تركيز حاملات الشحنة بإشارة مخالفة في العلاقة (90-5).

وهكذا نجد أنه في نصف ناقل من النوع-n، تُعرَّف فترة حياة زوج ثقبي− إلكتروني بفترة حياة الثقب في عصابة التكافؤ قبل أن تقتنصه المصيدة. بتعبير آخر، يجب أن نأخذ بالحسبان هنا فقط المرحلة الأولى لإعادة الاتحاد (اقتناص حامل شحنة غير أساسي على المصيدة). والمرحلة الثانية من عملية إعادة الاتحاد تكون قصيرةً جداً عملياً، ولا توجد ضرورة لأخذها بالحسبان. ويُفسَّر ذلك، بأن عدد الإلكترونات في عصابة الناقلية كبير جداً،

وحالما تتحرر المصيدة (بمعنى تُصبح شاغرةً وتقتنص ثقباً)، فإنها تنشغل مباشرةً بأحد إلكترونات الناقلية ذات الأعداد الكبيرة.

.II أمّا من أجل نصف **ناقل ثقبي ومستوٍ منخفضٍ للحقن** فيكون لدينا:

$$p_0 >> n_0; \quad p_0 >> p_1; \quad p_0 >> n_1; \quad p_0 >> \Delta n;$$

ومن ثمَّ

$$\frac{p_0 + p_1 + \Delta p}{n_0 + p_0 + \Delta p} \cong 1 \qquad (128\text{-}5)$$

$$\frac{n_0 + n_1 + \Delta n}{n_0 + p_0 + \Delta n} << 1 \qquad (129\text{-}5)$$

وعندها، تُصبح علاقة فترة حياة زوج إلكتروني– ثقبي من الشكل الآتي:

$$\boxed{\tau = \tau_{n0} = \frac{1}{\gamma_n N_{tr}}.} \qquad (130\text{-}5)$$

إذن **تتعين فترة حياة زوج إلكتروني– ثقبي في نصف ناقل غير متحلل من النوع الثقبي بفترة حياة إلكترونٍ في عصابة الناقلية قُبيل اقتناصه في المصيدة** المُمثَّلة بالكمية τ_{n0}.

ويمكننا على غرار ما فعلناه في الحالة السابقة، أن نجري تشابهاً مع العلاقات التي تُعيّنُ فترة الحياة بدلالة عدد الاصطدامات الممكنة. فهنا تُعيّنُ فترة حياة الزوج بفترة حياة الحاملات غير الأساسية (الأقلية) للشحنة– الإلكترونات، أي إنها تتعلق بالمرحلة الأولى فقط من عملية إعادة الاتحاد عبر المصائد الفارغة.

تكون عادةً $\tau_{n0} >> \tau_{p0}$، وهذا مرتبط بالعلاقة العكسية لمعاملات إعادة الاتحاد الموافقة، $\gamma_n < \gamma_p$.

ومن أجل نصف ناقل من النوع-n، **مطعَّم بشكل ضعيف**، عندما $E_{tr} >> E_F$، يكون لدينا:

$$n_0 >> p_1 \qquad و \qquad n_0 >> p_0$$

ولكن $n_0 < n_1$، ومن ثمَّ:

$$\tau = \tau_{p0} \frac{n_1}{n_0}. \qquad (131\text{-}5)$$

وبما أن:

$$n_0 = N_c \, \mathrm{e}^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}}; \qquad (132\text{-}5)$$

$$n_1 = N_c \, \mathrm{e}^{-\frac{E_c - E_{tr}}{k_B T}}, \qquad (133\text{-}5)$$

نحصل على العلاقة الآتية:

$$\tau = \tau_{p0} \, \mathrm{e}^{\frac{E_{tr} - E_F}{k_B T}}. \qquad (134\text{-}5)$$

ومع انخفاض سوية فيرمي في نصف ناقل من النوع-n، تنخفض درجة انشغال المصائد بالإلكترونات، مما يؤدي إلى زيادة فترة حياة الأزواج الثقبية– الإلكترونية غير المتوازنة، وهذا ما ينتج من العلاقة (134-5).

تبلغ τ، قيماً قصوى، عندما يكون نصف الناقل ذاتياً. وفي هذه الحالة، يُبدي كلا الحدّين في العلاقة (119-5) تأثيراً قوياً على τ، وهذا ما يظهر في الشكل (7c-5).

إذا وقعت السوية الطاقية الموافقة للمصيدة، E_{tr} ، تحت السوية الطاقية الموافقة لكون نصف الناقل ذاتي، E_i ، فإن كل الاستنتاجات تكون متشابهة.

ونحصل من أجل الحالة، التي يكون فيها **مستوى الحقن عالياً**، حيث حصلنا على العلاقة (5-116) على المعادلة الآتية:

$$\tau = \tau_{p0} + \tau_{n0} = \frac{\gamma_n + \gamma_p}{\gamma_n \gamma_p N_{tr}} , \qquad (135\text{-}5)$$

وهذا يعني، أن فترة حياة زوج (إلكترون− ثقب)، τ ، في حالة التطعيم العالي لنصف الناقل المدروس، لا تتعلق بالتراكيز المتوازنة للإلكترونات، n_0 ، والثقوب، p_0 ، وتتعيَّن فقط بتركيز المصائد ومعاملات اقتناص الإلكترونات والثقوب على المصائد.

وتتغير القيم العددية لفترة الحياة هذه τ في أنصاف النواقل المختلفة بشكل كبير. فمثلاً في الجرمانيوم والسيلكون تتغيّر القيمة τ ، تبعاً لتركيز الشوائب، من ميلي ثانية حتى أجزاء من الميكروثانية.

ثانياً− التابعية لدرجة الحرارة:

سندرس الآن نصف ناقل متجانس من النوع-n، حيث يوضح الشكل (5-8a) تابعية سوية فيرمي لمقلوب درجة الحرارة المطلقة، والشكل (5-8b) التابعيات $\ln n_0 = f(1/T)$ ، و $\ln n_d = f(1/T)$ ، و $\ln p_d = f(1/T)$ ، والشكل (5-8c) التابعية $\tau = f(1/T)$.

- لدينا في درجة الحرارة المنخفضة، عندما تقع سوية فيرمي فوق السوية الطاقية للشائبة، E_d ، المتراجحات الآتية:

$$n_0 >> n_1 \quad \text{و} \quad n_0 >> p_1 \quad \text{و} \quad n_0 >> p_0$$

ومن ثمَّ تتحقق المساواة $\tau = \tau_{p0}$ ، في المجال-n قبل نفاد الشوائب.

- ومع ارتفاع درجة الحرارة تنخفض سوية فيرمي في مجال استنفاد الشوائب وتتغيّر في حدود المجال $E_d > E_F > E_i$.
- إذا توضَّعت سوية المصائد، E_{tr} ، كما تظهر في الشكل (5-7a)، بين E_d و E_i ، فإننا سنلاحظ في مجال استنفاد الشوائب تغيّراً في مسار التابعية $\tau = f(1/T)$:

فعندما $E_F > E_{tr}$ ، نجد $\tau = \tau_{p0}$ ، ولكن عندما $E_F < E_{tr}$ ، يبدو أن $n_1 > n_0 = N_d$. وطالما أن:

$$n_1 = N_c \, \mathrm{e}^{-\frac{E_c - E_{tr}}{k_B T}} ,$$

نجد:

$$\tau = \tau_{p0} \frac{n_1}{n_0} = \tau_{p0} \frac{N_c}{N_d} = \mathrm{e}^{-\frac{E_c - E_{tr}}{k_B T}} . \qquad (136\text{-}5)$$

وهذا يعني، أنه في المجال $E_{tr} > E_F > E_i$ ، تزداد قيمة فترة الحياة τ مع ارتفاع درجة الحرارة أُسِّياً، وفقاً للمعادلة (5-136).

- وعند الانتقال إلى الناقلية الذاتية تبلغ τ قيمة قصوى، ولكن بمواصلة رفع درجة الحرارة، تنخفض على أثر انشغال المصائد بالإلكترونات بسبب التركيز العالي للحاملات الحرة للشحنة. وفي هذه الحالة، نجد:

$$\tau = \tau_{p0}\frac{n_i + n_1}{2n_i} + \tau_{n0}\frac{n_i + p_1}{2n_i} \qquad (137\text{-}5)$$

فضلاً عن ذلك، إذا أخذنا بالحسبان سوية فيرمي من أجل نصف ناقل ذاتي، $E_F = E_i$ ، نحصل على العلاقات الآتية:

$$n_i = N_c\, \mathrm{e}^{-\frac{E_c - E_i}{k_B T}}\ ; \qquad (138\text{-}5)$$

$$p_1 = N_\upsilon\, \mathrm{e}^{-\frac{E_{tr} - E_\upsilon}{k_B T}}\ ; \qquad (139\text{-}5)$$

$$n_i = p_i = N_\upsilon\, \mathrm{e}^{-\frac{E_i - E_\upsilon}{k_B T}}\ . \qquad (140\text{-}5)$$

ومن ثمَّ، يكون لدينا:

$$\tau = \frac{\tau_{p0}}{2}\left(1 + \mathrm{e}^{\frac{E_{tr} - E_i}{k_B T}}\right) + \tau_{n0}\left(1 + \mathrm{e}^{-\frac{E_{tr} - E_i}{k_B T}}\right). \qquad (141\text{-}5)$$

إذا تحققت المتراجحة، $k_B T << \left(E_{tr} - E_i\right)$ ، في بداية مجال الناقلية الكهربائية الذاتية، فيمكننا إهمال الواحد بالمقارنة مع التابع الأُسِّي في القوسين؛ في الحد الأول، يمكننا إهمال الواحد بالمقارنة مع التابع الأُسِّي، وعلى العكس من ذلك في الحد الثاني، سيكون التابع الأُسِّي صغيراً، ومن ثمَّ يمكن إهماله بالمقارنة مع الواحد ضمن القوسين. وفي نهاية المطاف، يمكن إهمال الحد الثاني بشكل عام، ونحصل على العلاقة الآتية:

$$\tau = \frac{\tau_{p0}}{2}\, \mathrm{e}^{\frac{E_{tr} - E_i}{k_B T}}\ . \qquad (142\text{-}5)$$

وبمواصلة رفع درجة الحرارة ستُرصد المتراجحة المعاكسة:

$$k_B T >> \left(E_{tr} - E_i\right) \qquad (143\text{-}5)$$

وعندما تتحقق هذه الأخيرة، المعادلة (5-143)، يمكن عدَّ المقدار الواقع ضمن القوسين في الحد الثاني في المعادلة (5-141) مساوياً الواحد، وعندها يمكن كتابة العلاقة الآتية:

$$\boxed{\tau = \tau_{p0} + \tau_{n0} = \frac{\gamma_n + \gamma_p}{\gamma_n\, \gamma_p N_{tr}}\ ,}$$

ومن ثمَّ، نحصل **في مجال الناقلية الذاتية من أجل مستوي حقنٍ عالٍ** على شاكلة المجموع في العلاقة (134-5). وأخيراً، نلاحظ عدم وجود نهاية حديّة في مجال الناقلية الذاتية في حالة تحقق المساواة $E_{tr} = E_i$. كما أننا نلاحظ في حالة إعادة الاتحاد بين العصابات الطاقية أن التابعية الحرارية تأخذ شكلاً مغايراً للشكل الذي ذُكر مؤخراً. ثم إن سلوك إعادة الاتحاد المُشِّع وإعادة الاتحاد اللامُشِّع يمكن رصده في إعادة الاتحاد بين العصابات الطاقية، وفي إعادة الاتحاد عبر المصائد المدروسة في هذه الفقرة.

4-5 أشباه سوية فيرمي وسويات الفصل الطاقية: Fermi Quasi-Levels and Demarcation Levels

أصبح لدينا قناعة تامة بأن عدداً كبيراً من الظواهر يمكن وصفها بالاعتماد على سوية فيرمي. ومن المهم جداً هنا لفت الانتباه إلى خاصية مهمة جداً لسوية فيرمي من أجل أي جسمين صلبين متماسين مع بعضهما البعض: ففي شروط التوازن، تكون سوية فيرمي واحدة في أية جملة أجسام واقعة في حالة تماسٍ مع بعضها البعض أو جملة مجالي أجسام صلبة متماسين مع بعضها البعض، (راجع الفقرة 1). وهذا السلوك صحيح من أجل وصلة معدن– نصف ناقل (عازل)، أو وصلة نصف ناقل– نصف ناقل، أو تماس حبيبات Grain Contacts منفصلة، أو وصلة بين مجالات متماسة مع مجالات أخرى مشابهة أو مخالفة لها. وحتى عند توافر شحنات حجمية في اللاتجانسيات Non-homogeneous الموضعية والحدود الفاصلة، تكون سوية فيرمي، في شروط التوازن الترموديناميكي الراسخ في الجملة المدروسة، ثابتة في كل مكان منها. ولكن يُلاحظ، في هذه الحالة، تقوسٌ (انحناءٌ) لعصابات الطاقة، يوافق انحراف تركيز حاملات الشحنة عن التركيز المتوازن المُميَّز من أجل درجة حرارة وتركيز شوائب مُحددتان.

يمكن أن نُدخل، في شروط عدم التوازن، كميّة فيزيائية تشبه سوية فيرمي والتعامل معها على أنها سوية فيرمي. إذن، نُدخل ما يسمى شبه– سوية فيرمي المماثل لسوية فيرمي والذي نعرِّفه بالشكل الآتي:

بدايةً، يمكننا كتابة علاقات مشابهة للعلاقتين (3-31) و (3-49) من الشكل الآتي:

$$n = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N_c \; \Phi_{1/2}\left(\xi^*\right), \qquad (144\text{-}5)$$

حيث

$$\xi^* = -\frac{E_c - E_{Fn}}{k_B T} \qquad (145\text{-}5)$$

و

$$p = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N_\upsilon \; \Phi_{1/2}\left(\eta^*\right), \qquad (146\text{-}5)$$

حيث

$$\eta^* = -\frac{E_{Ep} - E_\upsilon}{k_B T} \qquad (147\text{-}5)$$

يسمى المقداران E_{Fn} شبه– سوية فيرمي من أجل الإلكترونات

و E_{Fp} شبه– سوية فيرمي من أجل الثقوب.

ويكون لدينا في حالة أنصاف نواقل غير متحللة العلاقتين المشابهتين للعلاقتين (3-35) و (3-55):

$$n = N_c \, \mathrm{e}^{-\frac{E_c - E_{Fn}}{k_B T}} \; ; \qquad (148\text{-}5)$$

$$p = N_\upsilon \, \mathrm{e}^{-\frac{E_{Ep} - E_\upsilon}{k_B T}} \; . \qquad (149\text{-}5)$$

1-4-5 علاقات تربط تركيز حاملات الشحنة بالتركيز المتوازن في أنصاف النواقل غير المتحللة:

تُطبَّق في العديد من الحسابات علاقات تربط تركيز حاملات الشحنة بالتركيز الذاتي لها. فإذا أخذنا بالحسبان العلاقتين (3-35) و (5-138) نحصل على المعادلة الآتية:

$$n_0 = n_i \ \mathrm{e}^{\frac{E_F - E_i}{k_B T}} \ . \qquad (150\text{-}5)$$

ونحصل، تبعاً للعلاقة (3-55)، عندما $E_F = E_i$ ، على المعادلة الآتية:

$$p_i = N_\upsilon \ \mathrm{e}^{-\frac{E_i - E_\upsilon}{k_B T}} = n_i \ . \qquad (151\text{-}5)$$

ومن ثمَّ، نحصل، تبعاً للعلاقتين (3-55) و (5-151) على المعادلة الآتية:

$$p_0 = n_i \ \mathrm{e}^{-\frac{E_F - E_i}{k_B T}} \ . \qquad (152\text{-}5)$$

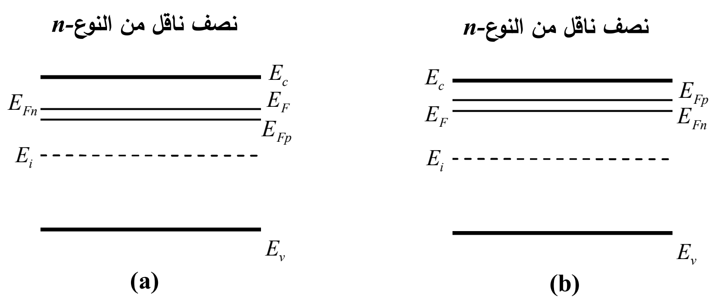
تُستخدم العلاقتين (5-150) و (5-152) على نطاقٍ واسعٍ من أجل حسابات مختلفة. ويختلف الطرفان الأيمنان لهاتين العلاقتين عن بعضهما بعضاً، فقط بإشارة الأُسّ. وفي هذه الحالة، يُطبَّق قانون الكتل الفعَّالة، $n_0 p_0 = n_i^2$.

إن العلاقتين (5-148) و (5-149) محققتان من أجل التراكيز اللامتوازنة، ولذلك، يمكننا كتابة العلاقتين الآتيتين:

$$n = n_i \ \mathrm{e}^{\frac{E_{Fn} - E_i}{k_B T}} \ ; \qquad (153\text{-}5)$$

$$p = n_i \ \mathrm{e}^{-\frac{E_{Fp} - E_i}{k_B T}} \ . \qquad (154\text{-}5)$$

وهنا حاصل الضرب np ، لا يساوي n_i^2 ، لأن شبه– سوية فيرمي من أجل الإلكترونات لا ينطبق على شبه– سوية فيرمي من أجل الثقوب، $E_{Fn} \neq E_{Fp}$. وهكذا نرى أن الاختلاف بين العلاقتين اللتين تحسبان n_0 و p_0 والعلاقتين اللتين تحسبان n و p يكمن في استبدال سوية فيرمي العامة والمشتركة من أجل الإلكترونات والثقوب المتوازنة بشبيهي سوية فيرمي المختلفين من أجل الإلكترونات والثقوب اللامتوازنة.



الشكل (5-8): موضع شبيهي سوية فيرمي من أجل الإلكترونات E_{Fn} والثقوب E_{Fp} عند حقن الثقوب (a) وإخراجها (b) في نصف ناقل من النوع-*n*.

5-4-2 العلاقة بين شبيهي سوية فيرمي في حالتي حقنٍ منخفضٍ لحاملات الشحنة واستخراجها في نصف ناقل إلكتروني غير متحللٍ:

لندرس نصف ناقل من **النوع-*n*** يوضح الشكل (5-8) مخططاً لعصاباته الطاقية.

يكون **مستوى الحقن منخفضاً** إذا تحققت المتراجحة $\Delta n << n_0$ ، وهذا بدوره يعني أن $n \approx n_0$ ، وبالتالي $E_{Fn} = E_F$. إذن شبه سوية فيرمي ينطبق على سوية فيرمي من أجل الإلكترونات؛ غير أن الوضع يختلف من أجل الحاملات غير الأساسية للشحنة (الأقلية– الثقوب). إذْ من غير الممكن إهمال التركيز الفائض لحاملات الشحنة. ومن ثمّ:

$$\frac{p}{p_0} = 1+\frac{\Delta p}{p_0} \qquad \text{أو} \qquad p = p_0 + \Delta p \qquad (155\text{-}5)$$

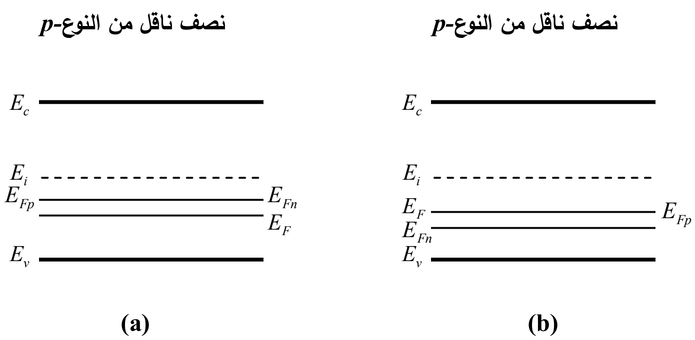
وبالتعويض في الطرف الأيسر من العلاقة الأخيرة (5-155) عن p_0 و p بقيمتيهما من العلاقتين (5-152) و (5-154) نحصل على المساواة الآتية:

$$\mathrm{e}^{\frac{E_F - E_{Fp}}{k_B T}} = 1+\frac{\Delta p}{p_0}. \qquad (156\text{-}5)$$

ومنه نحصل على المعادلة الآتية:

$$\boxed{E_F - E_{Fp} = k_B T \ln\left(1+\frac{\Delta p}{p_0}\right).} \qquad (157\text{-}5)$$

إذن، تسمح العلاقة (5-157) بكتابة علاقةٍ تُعبِّر عن انزياح شبه– سوية فيرمي E_{Fp} بالنسبة لسوية فيرمي E_F. وكما يتضح من هذه العلاقة، فإن شبه– سوية فيرمي E_{Fp}، في حالة الحقن، **ينزاح نحو عصابة الحاملات الأساسية** للشحنة (الثقوب هنا)، كما يظهر في الشكل (5-8a): في الواقع، **كلما ازداد تركيز حاملات الشحنة من الإشارة المعطاة اقترب موضع شبه– سوية فيرمي من العصابة الموافقة لتلك الإشارة.**



الشكل (5-9): موضع شبيهي سوية فيرمي من أجل الإلكترونات E_{Fn} والثقوب E_{Fp} عند حقن الإلكترونات (a) وإخراجها (b) في نصف ناقل من النوع-*p*.

إذا فرضنا الآن، أنه حصل استخراج للثقوب عوضاً عن حقنها في نصف الناقل الإلكتروني، فيجب أن نعدَّ $\Delta p < 0$. وعندها تبقى العلاقة (5-157) كما هي، مع الأخذ بالحسبان أن $\Delta p < 0$ ليس أكثر. ولكن، بما أنه لدينا مقدار أقل من الواحد ضمن القوسين، في الطرف الأيمن من المعادلة (5-157)، فإن لوغاريتمه مقدارٌ سالبٌ، وبالتالي $E_{Fp} > E_F$، كما يظهر في الشكل (5-8b).

5-4-3 العلاقة بين شبيهي سوية فيرمي في حالتي حقنٍ منخفضٍ لحاملات الشحنة واستخراجها في نصف ناقل ثقبي غير متحلل:

لندرس الآن نصف ناقلٍ من النوع-*p*، الشكل (5-9). بما أن مستوى الحقن منخفض، فإن $p \approx p_0$ ومن ثمَّ $E_{Fp} = E_F$. وهذا يعني أن شبه– سوية فيرمي من أجل الثقوب ينطبق على سوية فيرمي. فمن أجل الحاملات غير الأساسية للشحنة– الإلكترونات، يكون لدينا العلاقة الآتية:

$$\frac{n}{n_0} = 1+\frac{\Delta n}{p_0} \qquad \text{أو} \qquad n = n_0 + \Delta n \qquad (158\text{-}5)$$

وبالتعويض عن n_0 و n بقيمتيهما من العلاقتين (5-150) و (5-153) في العلاقة الأخيرة (5-158) نحصل على المساواة الآتية:

$$\mathrm{e}^{\frac{E_{Fn}-E_F}{k_B T}} = 1+\frac{\Delta n}{n_0}. \qquad (159\text{-}5)$$

ومنه نحصل على المعادلة الآتية:

$$E_{Fn} - E_F = k_B T \ln\left(1+\frac{\Delta n}{n_0}\right). \qquad (160\text{-}5)$$

ويمكن الحصول من العلاقة الأخيرة على E_{Fn} وانزياحه بالنسبة لسوية فيرمي E_F. من الواضح، أنه مع وجود حقنٍ للإلكترونات، فإن E_{Fn} ينزاح نحو العصابة الطاقية للحاملات الأساسية للشحنة (الإلكترونات هنا)، كما يوضح الشكل (5-8a). وعلى العكس من ذلك، عند استخراج الإلكترونات من نصف ناقل ثقبي، عندما $\Delta n < 0$، فإن الطرف الأيمن من المساواة (5-160) يبدو سالباً، مما يعني أن $E_{Fn} < E_F$، أي إن شبه− سوية فيرمي من أجل الإلكترونات، ينزاح نحو الأسفل مبتعداً عن عصابة الحاملات الأساسية للشحنة، كما يوضح الشكل (8b-5).

5-4-4 سويات الفصل الطاقي Energetic Distinguishing Levels:

سويات الفصل الطاقي هي سويات طاقة تفصل بين مصائد اقتناص حاملات الشحنة ومصائد إعادة اتحادها. لندخل إلى الدراسة هنا معاملاً نرمز له بالرمز k_n؛ إذْ يساوي نسبة احتمال اقتناص ثقبٍ على مصيدةٍ مشحونةٍ سلبياً إلى احتمال القذف الحراري لإلكترونٍ إلى عصابة الناقلية:

تتعيَّن سرعة اقتناص ثقوب على مصيدة بالعلاقة (5-110) من الفقرة السابقة، أمّا سرعة التوليد الحراري للإلكترونات إلى عصابة الناقلية، فيمكن تعيينها من العلاقتين (5-102) و (5-108) من خلال الجداء $\gamma_n N_{tr} f_{tr} n_1$. إذن،

$$k_n = \frac{\gamma_p N_{tr} f_{tr} p}{\gamma_n N_{tr} f_{tr} n_1} = \frac{\gamma_p p}{\gamma_n n_1}. \qquad (161\text{-}5)$$

تسمى المصائد التي من أجلها $k_n > 1$، **مصائد إعادة اتحاد** *Recombination Traps*، لأنه في هذه الحالة، يكون احتمال إعادة الاتحاد أكبر من احتمال التهيّج الحراري، والمصائد التي من أجلها $k_n < 1$، فتسمى **مصائد قنصٍ** *Capture Traps*. فضلاً عن ذلك، تسمى سوية الطاقة التي من أجلها $k_n = 1$، أي عندما يتساوى احتمال إعادة الاتحاد مع احتمال التوليد الحراري، **سوية فصلٍ إلكترونيٍ**، E_{dn}.

يمكننا إيجاد موضع هذه السوية الطاقية من شرط المساواة الآتي:

$$\gamma_p p = \gamma_n n_1, \qquad (162\text{-}5)$$

إذْ نستبدل هنا تركيز الثقوب، p، بالكمية المعرَّفة بالعلاقة (5-149) ونعبِّر عن التركيز المتوازن للإلكترونات، n_1، بالعلاقة الآتية:

$$n_1 = N_c\, \mathrm{e}^{-\frac{E_c-E_{dn}}{k_B T}} \qquad (163\text{-}5)$$

لأن هذا التركيز، n_1، يتعيَّن عند تحقق الشرط $E_F = E_{dn}$. إذن، بالتعويض عن العلاقتين (5-149) و (5-163) في العلاقة (5-162) نحصل على المعادلة الآتية:

$$\gamma_p N_\upsilon \, e^{-\frac{E_{Fp}-E_\upsilon}{k_B T}} = \gamma_n N_c \, e^{-\frac{E_c - E_{dn}}{k_B T}} , \qquad (162\text{-}5)$$

ومنه:

$$E_c - E_{dn} = \left(E_{Fp} - E_\upsilon\right) + k_B T \ln\left(\frac{\gamma_n N_c}{\gamma_p N_\upsilon}\right). \qquad (163\text{-}5)$$

يتضح من العلاقة (5-163) أن موضع سوية الفصل الطاقي الإلكتروني يتعلق بمجموعة وسطاء: فعند زيادة مستوى الحقن، يقترب شبه− سوية فيرمي، E_{Fp}، نحو حدّ عصابة التكافؤ، E_υ، مما يؤدي إلى تناقص الفارق $\left(E_c - E_{dn}\right)$، وهذا بدوره يعني ارتفاع سوية الفصل الطاقي (أي اقترابه من قاع عصابة الناقلية). وعليه، فإن جزءاً من مصائد القنص يتحوّل إلى مصائد إعادة اتحاد.

كما يتضح من العلاقة (5-163) أن إشارة المقدار، $\ln\left(\frac{\gamma_n N_c}{\gamma_p N_\upsilon}\right)$، تتعلق بقيمة النسبة، $\gamma_n N_c / \gamma_p N_\upsilon$، مع الأخذ بالحسبان أن معاملي اقتناص الإلكترونات، γ_n، والثقوب، γ_p، على المصائد يتعلقان بموضع سوية المصائد. تتحدد التابعية الحرارية للفارق $\left(E_c - E_{dn}\right)$بالتابعية الحرارية لشبه− سوية فيرمي، E_{Fp}، وبالتابعية الخطّية للحد الأخير في الطرف الأيمن من العلاقة (5-163).

إن السويات الطاقية المتوضِّعة فوق سوية الفصل الإلكتروني، E_{dn}، توافق مصائد قنصٍ للإلكترونات، وتلك المتوضِّعة تحته مصائد إعادة اتحاد.

لندخل الآن إلى الدراسة، المعامل k_p الذي يُحدِّدُ سوية الفصل الطاقي الثقبي، E_{dp}. وبشكل مشابه، لتعريف المعامل k_n، نعرّف المعامk_pل بالعلاقة الآتية:

$$k_p = \frac{\gamma_p N_{tr} f_{tr} n}{\gamma_n N_{tr} f_{tr} p_1} = \frac{\gamma_p n}{\gamma_n p_1}. \qquad (164\text{-}5)$$

ومن أجل سوية فصلٍ ثقبيةٍ يكون لدينا:

$$\gamma_n n = \gamma_p p_1 , \qquad (165\text{-}5)$$

أضف إلى ذلك، نأخذ العلاقتين الآتيتين بالحسبان

$$p_1 = N_\upsilon \, e^{-\frac{E_{dp}-E_\upsilon}{k_B T}} \qquad \text{و} \qquad n = N_c \, e^{-\frac{E_c - E_{Fn}}{k_B T}}$$

فنحصل، تبعاً للمعادلة (26-165)، على المعادلة الآتية:

$$E_{dp} - E_\upsilon = \left(E_c - E_{Fn}\right) + k_B T \ln\left(\frac{\gamma_p N_\upsilon}{\gamma_n N_c}\right). \qquad (166\text{-}5)$$

توافق السويات الواقعة تحت السوية E_{dp} مصائد قنصٍ للثقوب، أمّا السويات الواقعة فوق E_{dp}، فتوافق مصائد إعادة اتحادٍ.

يمكننا استناداً إلى المعادلتين (5-165) و (5-166) كتابة العلاقتين الآتيتين:

$$E_{dn} = E_c - \left(E_{Fp} - E_\upsilon\right) + k_B T \ln\left(\frac{\gamma_n N_c}{\gamma_p N_\upsilon}\right); \qquad (167\text{-}5)$$

$$E_{dp} = E_c - \left(E_{Fn} - E_\upsilon\right) - k_B T \ln\left(\frac{\gamma_n N_c}{\gamma_p N_\upsilon}\right). \qquad (168\text{-}5)$$

فإذا فرضنا أن المعاملين γ_n و γ_p مستقلان عن موضع السويات الطاقية في فجوة الطاقة (المنطقة المحظورة)، يمكننا التعبير عن الفارق الطاقي، $\left(E_{dn} - E_{dp}\right)$، بالشكل الآتي:

$$E_{dn} - E_{dp} = E_{Fn} - E_{Fp} . \qquad (169\text{-}5)$$

غير أنه، من الضروري ملاحظة أن بعض مصائد القنص تؤدي أحياناً دور مصائد إعادة اتحاد (لأن هذا الدور يتحدد باحتمال حصول عمليات إعادة الاتحاد والقنص)، وبشكلٍ عامٍ، تمتلك سويات الفصل الطاقي هنا سلوكاً مشروطاً إلى حدٍ ما.