كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الرابعة

المادة : انصاف نواقل

المحاضرة : الاولى/نظري/

الحاملات اللامتوازنة للشحنة في أنصاف النواقل والعوازل الثلاثاء في 2024/5/14

Chapter 5: Non-equilibrium Charge Carriers in Semiconductors and Dielectrics

1-5 دراسة ظاهرة استرخاء مكسويل في أنصاف النواقل والعوازل وطول حجب ديباي:

Study of Maxwell Relaxation Phenomenon in Semiconductors and Dielectrics - Debye Length

تمت الإشارة في الفصل الرابع لدى دراستنا للظواهر الحركية إلى أنه عند جريان تيار كهربائي، فإن **حالة** حاملات الشحنة الكهربائية تختلف عن حالتها اللامتوازنة. فإذا كانت الحقول الكهربائية المطبقة على المواد النصف ناقلة أو العازلة **ضعيفةً**، فإن تركيز حاملات الشحنة **يبقى متوازناً** على الرغم من أن توزّعها على الحالات الطاقية يوصف بتابعٍ غير متوازنٍ. ولقد دُرس في بعض الحالات، ذلك الوضع الذي يكون فيه تركيز حاملات الشحنة مختلفاً عن التراكيز المتوازنة n_0 و p_0 ، حتى أنه تتكوَّن شحنات حجمية، مما يعني خرقاً للاعتدال الكهربائي في بعض حجوم (أعماق) نصف الناقل أو العازل. ولكن حتى في تلك الحالات كانت التراكيز المتوازنة متوافرة وعمليتا توليد الحاملات اللامتوازنة وإعادة اتحادها لم تُدرسا بعدْ على الرغم من ذكرهما في أكثر من مكان. وتمت الإشارة، على وجه الخصوص، إلى تطبيق معادلة الانتثار ومعادلة اينشتاين على الحاملات المتوازنة والحاملات اللامتوازنة على حدٍ سواء.

إذا جرى توليد حاملات الشحنة في عيّنة نصف ناقلة أو عازلة بطرائق أخرى، عدا الحركة الحرارية، على حساب عوامل أخرى؛ كأن تُعرَّض العيّنة لأشعة ضوئية أو لجسيمات (كأن تكون إلكترونات أو نترونات مثلاً) أو بإدخال حاملات شحنة من الخارج من خلال تطبيق حقل كهربائي، الخ، فإن تركيز حاملات الشحنة سيختلف عن تركيزها **المتوازن الذي** يُلاحظ في شروط التوازن الترموديناميكي. سندرس في البداية استرخاء التركيز اللامتوازن.

1-1-5 استرخاء مَكسويل (استرخاء العازلية) Maxwell (Permittivity) Relaxation:

لنفرض أن شحنة حجمية لجسيمات حرة بإشارة معيّنة قد تشكّلت في حجم (عمق) نصف ناقل أو عازل ما. في هذه الحالة، تتصرف حاملات الشحنة بالطريقة التي تناسبها على اعتبار أن الشيء الوحيد الذي يؤثر فيها هو **حقل هذه الشحنة الحجمية فقط.**

ومن المعلوم أن معادلة الاستمرارية تأخذ الشكل الآتي:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho\vec{\upsilon} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0 \,, \qquad (1\text{-}5)$$

حيث ρ كثافة الشحنة الحجمية، و $\vec{\upsilon}$ سرعة انتقال الشحنة، و $\vec{j}$ كثافة التيار الكهربائي.

فضلاً عن أن:

$$\operatorname{div} \vec{j} = \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} \,.$$

إذن، لدينا من المعادلة (1-5) ما يأتي:

$$\boxed{\operatorname{div} \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}.} \qquad (2\text{-}5)$$

ومن جهة أخرى، نحصل من تطبيق قانون أوم، على المساواة الآتية:

$$\operatorname{div} \vec{j} = \operatorname{div} \sigma \vec{\mathrm{E}} = \sigma \operatorname{div} \vec{\mathrm{E}} = -\sigma \operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = -\sigma \Delta \varphi \,. \qquad (3\text{-}5)$$

يُعيِّن المقدار $\Delta\varphi$ في هذه المعادلة؛ كمؤثر لابلاس للكمون الكهراكدي φ:

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} . \tag{4-5}$$

ولكن تبعاً لمعادلة بواسون المعروفة في مقرر الكهرباء والمغناطيسية الآتية:

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0} \tag{5-5}$$

نحصل بعد تعويض المعادلة (5-5) في المعادلة (3-5) على المساواة الآتية:

$$\boxed{\operatorname{div}\vec{j} = \sigma\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0} .} \tag{6-5}$$

ومن مقارنة طرفي المعادلتين (2-5) و(6-5) مع بعضهما البعض نجد أن:

$$\frac{\partial\rho}{\rho} = -\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}\partial t . \tag{7-5}$$

ومن ثمَّ نحصل بعد مكاملة طرفي المعادلة الأخيرة على المعادلة الآتية:

$$\ln\rho = -\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}t + C . \tag{8-5}$$

وإذا فرضنا أن $t = 0$ نحصل على ثابت التكامل C، حيث نجد:

$$C = \ln\rho_0 ,$$

حيث ρ_0 كثافة الشحنة الحجمية في لحظة البدء.

وبالتعويض عن قيمة الثابت C في المعادلة (8-5) نجد:

$$\ln\rho = -\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}t + \ln\rho_0 .$$

ومن ثمّ:

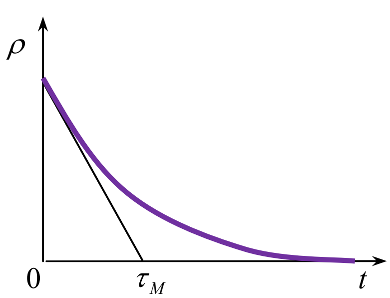
$$\boxed{\rho = \rho_0\, e^{-t/\tau_M} ,} \tag{9-5}$$

قانون استرخاء مَكسويل

حيث يسمى المقدار

$$\tau_M = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\sigma} = \varepsilon\varepsilon_0\rho_V \tag{10-5}$$

بزمن استرخاء العازلية و ρ_V المقاومة الحجمية النوعية لنصف الناقل أو العازل المدروس.



الشكل (1-5): تابعية كثافة الشحنة الحجمية للزمن عند استرخاء مكسويل

بهذه الطريقة نكون حصلنا على قانون استرخاء مَكسويل (المُمثَّل بالمعادلة (9-5)) والذي ينص على "أن الشحنة الحجمية في العيّنة المدروسة تسترخي وفق القانون الأسّي (9-5) ويسمى الزمن المميز لعملية الاسترخاء، τ_M، زمن مكسويل للاسترخاء، الشكل (1-5)، **وهو الزمن اللازم لعودة الشحنات الكهربائية إلى وضعها الأصلي الموافق لحالة عدم الاضطراب**. يمكن أيضاً دراسة عملية تعديل شحنة حجمية مقيّدة أو متحركة ما بشحنات متحركة؛ كاسترخاء مكسويل.

تطبيق عددي:

إذا فرضنا $\rho_V = 10\ \Omega \cdot \text{cm}$ و $\varepsilon = 16$ (الموافقة لبلّورة الجرمانيوم **النصف ناقلة**) نجد $\tau_M \cong 10^{-11}\ \text{s} = 10\ \text{ps}$ على اعتبار أن $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-14}\ \text{F/cm}$.

نستنتج من ذلك، أن زمن استرخاء مكسويل في أنصاف نواقل من نوع Ge صغير للغاية. وهذا يؤدي إلى ما يأتي:

- عند توليد موضعي **لحاملات أساسية فقط** للشحنة في نصف ناقل أو إدخالها إليه، فإن شحناتها الحجمية تتعرَّض لاسترخاء مكسويل **من دون أن تلْحق تأمين** ورود الحاملات غير الأساسية (التي تراكيزها قليلة) **إلى منطقة الشحنة الحجمية**.
- وإذا تشكَّل في نصف الناقل تركيز موضعي فائض من **حاملات غير أساسية فقط**، فإن شحناتها الحجمية، بفضل استرخاء مكسويل، ستُعدَّل بحاملات أساسية للشحنة خلال زمن مكسويل، τ_M. وهذه الحالة، تتحقق عندما يكون **مستوى الحقن منخفضاً** أي عندما يكون التركيز المُضاف للحاملات اللاأساسية أقل بكثير من تركيز الحاملات الأساسية للشحنة.
- ولاحقاً سيتوفر تركيز إضافي من الحاملات الأساسية واللاأساسية للشحنة بآنٍ معاً خلال فترة حياة τ الحاملات اللاأساسية التي تفوق زمن مكسويل بعدة مراتب $(\tau >> \tau_M)$.
- وهكذا نجد أن كلاً من الحاملات اللاأساسية والأساسية اللامتوازنة تؤدي في الحقيقة دوراً مختلفاً تماماً في تغيير الخصائص الفيزيائية لنصف الناقل، ولهذا السبب، يدور الحديث عادةً فقط عن **حقن** *Injection* **الحاملات الأساسية للشحنة واستخراجها** *Extraction*.
- ولكن، ثمة طريقة أخرى تُستخدم في هذا الإطار، تدرس عمليتي توليدٍ وحقنٍ ثنائي القطبية وعمليتي انتشارٍ وانسياقٍ ثنائي القطبية. سنعود إلى هذه المسائل لاحقاً.

يمكن أن يكون زمن استرخاء مكسويل **للمواد العازلة** كبيراً جداً: فإذا كانت $\rho_V = 10^{16}\ \Omega \cdot \text{cm}$ و $\varepsilon = 10$ نحصل على القيمة $\tau_M \cong 10^4\ \text{s}$.

نلاحظ أيضاً، أنه يمكن النظر إلى الزمن τ_M على أنه ثابت الزمن RC، لأن $[RC] = \frac{\text{V}}{\text{A}} \frac{\text{C}}{\text{V}} = \text{s}$.

في الواقع، وانطلاقاً من العلاقة (5-10) والأخذ بالحسبان سعة مكثِّفة مستوية، نستطيع كتابة العلاقة

$$\tau_M = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} R = RC . \qquad (11\text{-}5)$$

إن **استرخاء مكسويل** أي "**تلاشي**" الشحنة الحجمية أو تعديلها بسبب انتقال الشحنات من منطقةٍ لأخرى **يُعدُّ** إحدى أكثر العمليات العامة التي تجري في أنصاف النواقل والعوازل.

2-1-5 دراسة استرخاء مكسويل عند توليد حاملات الشحنة بقطبية وحيدة ضوئياً:

Maxwell Relaxation at Monopolar Generation of Carriers by Light

لندرس بمثابة مثالٍ، **نصف ناقلٍ مانحٍ في مجال درجات حرارة ما دون درجة حرارة استنفاد الشوائب**، حيث تُعدُّ الإلكترونات هنا حاملات أساسية للشحنة وتركيز الثقوب ليس كبيراً.

لنفرض أن نصف الناقل **تعرَّض لضوءٍ** فولَّد في الطبقة تحت السطحية حاملات لامتوازنة للشحنة من نوع واحد فقط– إلكترونات نتيجةً لتأين جزءٍ من المانحات إلى جانب التوليد الحراري. في هذه الحالة، يُعطى تركيز الإلكترونات في الطبقة السطحية حيث تغلغلت كمَّات الضوء بالعلاقة

$$\boxed{n = n_0 + \Delta n \,,} \qquad (12\text{-}5)$$

حيث $\Delta n > 0$.

ولكن، **ينشأ** في هذه الحالة تيار انتشارٍ للإلكترونات بحيث تبتعد إلى عمقٍ ما، في العيّنة، **فيتكوّنُ** عند هذا العمق **شحنة حجمية سالبة**. وعندها، لن يُخرق شرط الاعتدال الكهربائي للعيّنة **ككل**، طالما بقيت في الطبقة تحت السطحية مانحات تأيّنت إيجابياً ووهبت إلكترونات نتيجة تعرُّضها للضوء، مما يعني هنا، أن اعتدال نصف الناقل كهربائياً– **ككل**، محكومٌ بمساواة القيم المطلقة لشحنة الإلكترونات التي ذهبت إلى العمق والشحنة اللامتحركة للمانحات المقيّدة في الطبقة تحت السطحية.

- إذا استمرت إضاءة نصف الناقل لفترة طويلة من الزمن يحصل فيه توازن ديناميكي. إذْ أن الإلكترونات المشاركة في تيار **الانتشار**، كما ذكرنا، تكوّنُ شحنات حجمية، **يُعاكس تأثير حقلها** عملية الانتشار؛ فيظهر تيار انسياق في اتجاه معاكس لاتجاه الانتشار، وتُصبح الجملة ككل متوازنة، بحيث يؤول التيار الكليّ إلى الصفر.
- **ولكن**، إذا **فُصلت الإضاءة** في لحظة زمنية ما، أي توقف توليد الإلكترونات ضوئياً، فإن الشحنة الحجمية المتحركة للإلكترونات تتعرَّض لاسترخاء مكسويل، أي إنها تتناقص أُسّياً، تبعاً للمعادلة (5-9)، ومن ثمَّ تُلاحظ في الحالة المدروسة هنا حركة غمامات من الإلكترونات اللامتوازنة نحو السطح (تحت تأثير الحقل الموجب ذاتي التشكل للأيونات الموجبة) حيث تُعدِّلُ الشحنة الحجمية الموجبة اللامتحركة. وعلى أثر ذلك، **تجري عملية إعادة اتحاد أحادية القطبية** (أي إشغال المانحات المتأينة بالإلكترونات) **تتصف** بفترة حياة معيَّنة؛ إذْ عادةً $\tau_M << \tau_n$.

ومرةً أخرى، نؤكد أن الحديث هنا يدور عن توليد وإعادة اتحاد أحادي القطبية لحاملات أساسية لامتوازنة للشحنة. يصف زمن استرخاء مكسويل سرعة عملية تشكُّل وفناء شحنة حجمية متحركة لحاملات أساسية لامتوازنة. إذا قسَّمنا طرفي المعادلة (5-9) على قيمة الشحنة الأولية، e، فيمكننا إعادة كتابة المعادلة (5-9) من أجل نصف ناقل إلكتروني بالشكل

$$\Delta n = (\Delta n)_0 \, \mathrm{e}^{-t/\tau_M} \,, \qquad (13\text{-}5)$$

حيث Δn التركيز الفائض للإلكترونات في "عمق" نصف الناقل

و $(\Delta n)_0$ التركيز الفائض عند طبقته السطحية.

3-1-5 طول حجب ديباي Debye Screen Length:

عند إضاءة سطح نصف ناقل معزول يقع في حالة مستقرة حيث تتحقق المتراجحة

$$\Delta n << n_0 \qquad (14\text{-}5)$$

فإن حالة التوازن ستُستعاد وتُصبح الكثافة الكليّة للتيار مساويةً للصفر:

$$j = en\mu_n \mathrm{E}_i + eD_n \frac{\partial n}{\partial x} = 0\,, \qquad (15\text{-}5)$$

حيث $\mathrm{E}_i = \mathrm{E}_x$ في هذه العلاقة، لأن المحور x موجَّهٌ عمودياً على السطح.

وباستخدام علاقة اينشتاين نحصل على علاقة الحقل الداخلي:

$$enD_n \frac{e}{k_\mathrm{B}T}\mathrm{E}_i + eD_n \frac{\partial n}{\partial x} = 0$$

ومن ثمَّ

$$\mathrm{E}_i = -\frac{k_B T}{en}\frac{\partial n}{\partial x}\,. \qquad (16a\text{-}5)$$

ولكن، طالما أن

$$\partial(n) = \partial(n_0 + \Delta n) = \partial(\Delta n)\,, \qquad (17\text{-}5)$$

فإن

$$\mathrm{E}_i = -\frac{k_B T}{e(n_0 + \Delta n)}\frac{\partial(\Delta n)}{\partial x} \cong -\frac{k_B T}{e\,n_0}\frac{\partial(\Delta n)}{\partial x}\,. \qquad (16b\text{-}5)$$

وذلك بحكم المعادلة (5-14)، $\Delta n << n_0$ ، ومن ثمَّ يمكن إيجاد تدرج الحقل E_i :

$$\frac{\partial \mathrm{E}_i}{\partial x} = -\frac{k_B T}{e\,n_0}\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2}\,. \qquad (18\text{-}5)$$

وطالما، جرى اختيار المحور x عمودياً على سطح نصف الناقل، فلدينا:

$$\frac{\partial \mathrm{E}_{iy}}{\partial y} = \frac{\partial \mathrm{E}_{iz}}{\partial z} = 0$$

ونحصل من تطبيق معادلة الاستمرارية من أجل نصف الناقل المدروس على المعادلة

$$\operatorname{div}\mathrm{E}_i = \frac{\partial \mathrm{E}_{ix}}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0} = -\frac{e\Delta n}{\varepsilon\varepsilon_0}\,. \qquad (19\text{-}5)$$

وبمقارنة طرفي المعادلتين (5-18) و (5-19) نحصل على المعادلة الآتية:

$$\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2} = \frac{e^2 n_0}{\varepsilon\varepsilon_0 k_B T}\Delta n\,. \qquad (20\text{-}5)$$

وبإدخال الرمز الآتي في المعادلة الأخيرة

$$\boxed{L_D = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0 k_B T}{e^2 n_0}}} \qquad (21\text{-}5)$$

تؤول المعادلة (5-20) إلى الشكل الآتي:

$$\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2}-\frac{\Delta n}{L_D^2}=0\,. \qquad (22\text{-}5)$$

يمكن تصور الحل العام للمعادلة المتجانسة الأخيرة بالشكل

$$\Delta n=C_1\,e^{\frac{x}{L_D}}+C_2\,e^{-\frac{x}{L_D}}\,. \qquad (23\text{-}5)$$

ومن أجل مجالٍ غير مضاءٍ في نصف الناقل، تتناقص الكميّة Δn عند الابتعاد نحو عمق نصف الناقل، وبالتالي لا بد من وضع $C_1=0$ ؛ وعندها يُصبح الحل (5-23) من الشكل

$$\Delta n=C_2\,e^{-\frac{x}{L_D}}\,. \qquad (24\text{-}5)$$

عندما $x=0$ يكون لدينا $\Delta n=(\Delta n)_0=C_2$ ، ولذلك نحصل على العلاقة الآتية:

$$\boxed{\Delta n=(\Delta n)_0\,e^{-\frac{x}{L_D}}\,.} \qquad (25\text{-}5)$$

وهكذا نجد، في حالة توافر ناقلية كهربائية أحادية القطبية، أن التركيز الفائض للحاملات **اللامتوازنة (الأساسية)** للشحنة تتناقص عند الابتعاد عن المجال المُضاء، أُسِّياً، بثابت تناقص، L_D ، يدعى **طول (أو نصف قطر) الحجب لديباي.**

يتضح من العلاقة (21-23) أن طول ديباي للحجب يتعلق بدرجة الحرارة والتركيز المتوازن لحاملات الشحنة الكهربائية (T و n_0). يصف طول حجب ديباي، كما سنرى لاحقاً، تغيّر الكمون في الطبقات تحت السطحية.

تجدر الإشارة هنا إلى أن مقارنة المعادلتين (5-13) و (5-25) مع بعضها البعض تجعلنا نستنتج أن امتداد حاملات الشحنة، في حالة ناقلية كهربائية أحادية القطبية، لمسافة تساوي لطول الحجب L_D ، يتحقق خلال زمن استرخاء مكسويل τ_M الذي يُعدُّ، في الحالة الراهنة، زمناً فعَّالاً لاستعادة **التوازن الانتثاري– الانسياقي.**

إن قيمة L_D من رتبة $(10^{-4}-10^{-6})\text{cm}=(1-0.01)\mu\text{m}$ في أنصاف النواقل وهي قيمة صغيرة جداً. ويُعتقد أنه على الرغم من حصول فصلٍ للشحنات وتشكُّل شحنات حجمية، في حالة توليد حاملات أحادية القطبية، إلاَّ أنه عملياً، يحصل تركيز مرتفع للحاملات اللامتوازنة للشحنة في تلك المنطقة التي تجري فيها عملية توليدها، مما يعني حدوث عمليتي توليد حاملات بقطبية وحيدة وإعادة اتحادها في المجال ذاته من نصف الناقل.

2-5 دراسة معادلة الاستمرارية Study of the Continuity Equation:

سندرس في وقت لاحق من الآن آلية إعادة اتحاد حاملات لامتوازنة للشحنة، وفي الوقت الراهن، نتوقف عند المعادلة العامة للاستمرارية من أجل تركيز حاملات الشحنة الكهربائية وبعض حالاتها الخاصة، مما يسمح لنا بإعطاء تعريفات لفترة حياة **الحاملات اللامتوازنة** للشحنة، وعمق **تغلغلها**، ومواصفات أخرى لها.

1-2-5 الحالة العامة لمعادلة للاستمرارية General Case of Continuity Equation:

لنعيد كتابة العلاقة (5-2) بالشكل

$$\boxed{\frac{\partial\rho}{\partial t}=-\operatorname{div}\vec{j}} \qquad (26\text{-}5)$$

ومن أجل الإلكترونات نحصل على الشكل

$$\frac{\partial n}{\partial t}=\frac{1}{e}\operatorname{div}\vec{j}_n \quad ; \quad (\rho=-en) \qquad (27\text{-}5)$$

ومن أجل الثقوب $(\rho = +en)$ على الشكل

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{e}\operatorname{div}\vec{j}_p; \qquad (28\text{-}5)$$

وفي كلتا الحالتين تدخل في العلاقتين (5-27) و (5-28) القيم المطلقة للشحنة، أي أن $e > 0$.

لا بد أن نلاحظ أن معادلة الاستمرارية المكتوبة بالشكل (5-26) محققة في الحالة العامة، ولكن إذا كُتِبت هذه المعادلة من أجل نوع واحد من حاملات الشحنة (إلكترونات أو ثقوب) (أي بالشكل (5-27) أو بالشكل (5-28) مثلاً)، فتُصبح حالة خاصة عملياً. في الواقع، يمكن أن تتشكل الشحنة الحجمية، ρ، في المعادلة (5-26) من حاملات شحنة بإشارات مختلفة، ويمكن أن يتغيّر تعداد كل نوع منها في هذه المعادلة. ولذلك، تدخل كل عمليات تغير التركيز في الكمية $\frac{\partial \rho}{\partial t}$، وعندها يؤخذ في الحسبان تغير التركيز على حساب تفرق كثافة التيار $\vec{j}$ فقط، كما في العلاقتين (5-27) و (5-28).

لجعل المعادلتين (5-27) و (5-28) أكثر تعميماً، أي للتعبير عن كل العمليات المختلفة التي يمكن أن تخضع لها حاملات الشحنة من النوع المدروس، لا بد من الأخذ بالحسبان إمكانية حصول عمليات التوليد وإعادة الاتحاد.

ينتج في الحالة العامة، تغير تركيز حاملات الشحنة من **حدّ** توليد الإلكترونات G_n أو حدّ توليد الثقوب G_p، **وحدّ** إعادة اتحادها، **وحدّ** تفرق كثافة التيار كلٍ منها. ولذلك نستطيع كتابة المعادلة الآتية:

الشكل العام لمعادلة الاستمرارية من أجل الإلكترونات

$$\boxed{\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - \frac{\Delta n}{\tau_n} + \frac{1}{e}\operatorname{div}\vec{j}_n\,;} \qquad (29\text{-}5)$$

الشكل العام لمعادلة الاستمرارية من أجل الثقوب

$$\boxed{\frac{\partial p}{\partial t} = G_p - \frac{\Delta p}{\tau_p} - \frac{1}{e}\operatorname{div}\vec{j}_p\,,} \qquad (30\text{-}5)$$

حيث

$$\Delta p = p - p_0 \quad \text{و} \quad \Delta n = n - n_0 \qquad (31\text{-}5)$$

- لقد أُخذ **الحدّان الأوليّان** للمعادلتين (5-29) و (5-30) اللذان يُحددان تغير التراكيز على حساب التوليد بإشارة موجبة، لأن عملية توليد حاملات الشحنة تؤدي إلى زيادة تراكيزها.
- أمّا **الحدّ الثاني** في كل من هاتين المعادلتين، فأُخذ بإشارة سالبة، لأن عملية إعادة اتحاد حاملات الشحنة تؤدي إلى تناقص تراكيزها.
- ويسمى المقداران τ_n و τ_p **فترتي حياة (عمر)** الإلكترونات والثقوب اللامتوازنة على الترتيب.

تُعدُّ معادلتا الاستمرارية **بشكلهما العام** معادلتين أساسيتين لنظرية أنصاف النواقل وتُطبَّقان على نطاق واسع في مختلف الحسابات. فعند تعيين المقدارين $\operatorname{div}\vec{j}_n$ و $\operatorname{div}\vec{j}_p$ تُستخدم المعادلتان:

$$\vec{j}_n = en\mu_n\vec{E} + eD_n\overrightarrow{\text{grad}}\,n = -en\mu_n\overrightarrow{\text{grad}}\,\varphi + eD_n\overrightarrow{\text{grad}}\,n\,;$$

$$\vec{j}_p = ep\mu_p\vec{E} - eD_p\overrightarrow{\text{grad}}\,p = -ep\mu_p\overrightarrow{\text{grad}}\,\varphi - eD_p\overrightarrow{\text{grad}}\,p\,;$$

وفي هذا السياق، نذكِّر بعلاقة التحليل المتجه التي يمكن تطبيقها في الحالة الراهنة:

$$\operatorname{div}\left(\mathrm{a}\vec{\mathrm{b}}\right) = \mathrm{a}\operatorname{div}\vec{\mathrm{b}} + \vec{\mathrm{b}}\,\overrightarrow{\text{grad}}\,\mathrm{a} \qquad (32\text{-}5)$$

فمن أجل كثافة التيار $\vec{j}_n$ نحصل على المساواة:

$$\operatorname{div}\vec{j}_n = e\mu_n n \operatorname{div}\vec{\mathrm{E}} + e\mu_n \vec{\mathrm{E}}\cdot\overrightarrow{\operatorname{grad}} n + eD_n \operatorname{div}\overrightarrow{\operatorname{grad}} n , \qquad (33\text{-}5)$$

أو المساواة:

$$\operatorname{div}\vec{j}_n = -e\mu_n n \Delta\varphi + e\mu_n \vec{\mathrm{E}}\cdot\overrightarrow{\operatorname{grad}} n + eD_n \Delta n . \qquad (34\text{-}5)$$

وبشكل مشابه يمكن الحصول على الكمية $\vec{j}_p$. ولكن يمكن لبعض الحدود أن تؤول إلى الصفر في شروط معيَّنة، مما يؤدي إلى تبسيط العلاقات الناتجة.

5-2-2 دراسة إعادة الاتحاد الخطّي وإعادة الاتحاد التربيعي:

Study of the Linear and Square Recombination

لنفرض أن تركيزاً فائضاً قد تشكَّل في نصف الناقل بطريقة ما. لتوصيف كمية الحاملات اللامتوازنة للشحنة نُدخل في الدراسة كميةً تدعى مستوى الحقن– حقن حاملات الشحنة اللامتوازنة (سنعطي تعريفاً محدداً للحقن لاحقاً).

- يُعدُّ **مستوى الحقن** **منخفضاً** *Low-Level-Injection*، إذا كان التركيز الفائض أقل بكثير من التركيز المتوازن للحاملات الأساسية للشحنة. إذن، يكون مستوى الحقن في نصف ناقل من النوع-p منخفضاً، إذا تحققت المتراجحة

$$\Delta n << p_0 \qquad (35\text{-}5)$$

كما يُعدُّ مستوى الحقن منخفضاً، حتى عندما يفوق التركيز الفائض تركيز الحاملات اللاأساسية للشحنة، أي عندما

$$\Delta n > n_0 \ . \qquad (36\text{-}5)$$

إذن، من الواضح أنه يمكن كتابة معيار مستوى الحقن المنخفض تأسيساً على اللامساواة (5-35)، والأخذ بالحسبان أن $p_0 >> n_0$ ، بالشكل الآتي:

$$\Delta n << \left(p_0 + n_0\right). \qquad (37\text{-}5)$$

- كما يُعدُّ **مستوى الحقن** في نصف ناقل من النوع-p **عالياً** *High-Level-Injection*، إذا تحققت المتراجحة

$$\Delta n >> \left(p_0 + n_0\right). \qquad (38\text{-}5)$$

يمكن كتابة معايير مشابهة من أجل نصف ناقل إلكتروني، ثمّ إنه يمكن تطبيق المتراجحتين (5-37) و (5-38) من دون تمييز نوع نصف الناقل، لأن $\Delta n = \Delta p$ عادةً.

تدعى إعادة الاتحاد التي تُرصد من أجل مستوٍ منخفضٍ للحقن إعادة اتحاد **خطّي** ومن أجل مستوٍ مرتفع للحقن إعادة اتحاد **تربيعي**. **وتُعدُّ فترة** حياة الحاملات اللامتوازنة للشحنة عند إعادة الاتحاد الخطّي **مقداراً ثابتاً**، يُحافظ على قيمته خلال كامل عملية إعادة الاتحاد، في حين فترة الحياة (اللحظية)، في حالة إعادة الاتحاد **التربيعي، تتعلق** بالتركيز الفائض وتُعدُّ **مقداراً متغيراً.**

لنفرض **عدم وجود توليد** لحاملات الشحنة $\left(G_n = 0\right)$ في الحجم المدروس من نصف الناقل **والتيارات فيه غير متوافرة** في لحظة المراقبة $\left(j_n = 0\right)$. في هذه الحالة، يكون لدينا تبعاً للمعادلة (5-30) المساواة الآتية:

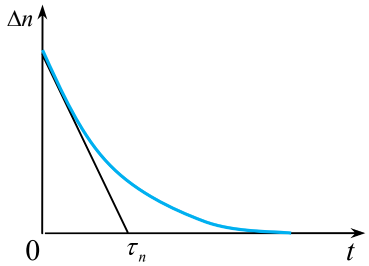
$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\Delta n}{\tau_n} . \qquad (39\text{-}5)$$

وبما أن $\partial n = \partial(\Delta n)$، نحصل على العلاقة

$$\boxed{\tau_n = -\frac{\Delta n}{\partial(\Delta n)/\partial t}} \qquad (40\text{-}5)$$

التي تُحدد **فترة الحياة** اللامتوازنة للإلكترونات.

- وهذا المقدار **ثابت** خلال كامل زمن عملية إعادة الاتحاد الخطّية، ولذلك فإن الكمية $\partial(\Delta n)/\partial t$ تابع خطّي بالنسبة لـ Δn.
- وفي حالة إعادة الاتحاد التربيعي، تُحدد المساواة (40-5) **فترة الحياة اللحظية** للإلكترونات التي تُعدُّ تابعاً للزمن t.
- بهذا الشكل يمكن دراسة العلاقة (40-5)؛ كأحد تعريفات فترة حياة الإلكترونات.
- وبشكل مشابه يمكن كتابة تعريف فترة الحياة من أجل الثقوب اللامتوازنة.



الشكل (2-5): تابعية التركيز الفائض من حاملات الشحنة في نصف الناقل للزمن عند إعادة الاتحاد الخطّي.

إذا جرت عملية إعادة الاتحاد عبر ارتباط مباشر بين **إلكترون وثقب غير متوازنين**، فيمكننا كتابة المعادلة الآتية:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\Delta p}{\tau_p}, \qquad (41\text{-}5)$$

ولذلك، فإن الإلكترونات والثقوب تملك فترة الحياة ذاتها:

$$\tau_n = \tau_p\ . \qquad (42\text{-}5)$$

يمكننا الحصول على قانون إعادة الاتحاد **الخطّي** بالشكل التكاملي بسهولة من المعادلة (39-5):

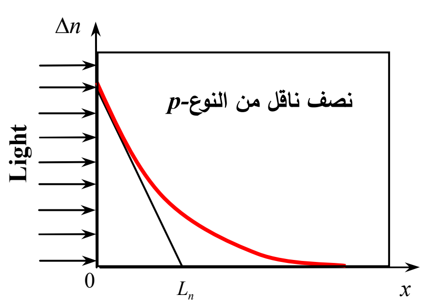
$$\boxed{\Delta n = (\Delta n)_0\ \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau_n}}\ .} \qquad (43\text{-}5)$$

بهذا الشكل، نجد أن فترة حياة الحاملات اللامتوازنة للشحنة تساوي عند إعادة الاتحاد الخطّي زمن الاسترخاء للتركيز الفائض، كما يوضح الشكل (2-5).

2-2-5 طول الانتشار Diffusion Length:

لندرس عيّنة نصف ناقلة **من النوع-p**، تُضاء جانبياً، كما يظهر في الشكل (3-5)، ونفرض أن **مستوى الحقن منخفض**.

إن **الضوء** المُسلَّط على العيّنة المدروسة هنا **يولِّدُ** إلكترونات وثقوب على حساب تأيّن المادة الأساسية للعينة، أي نتيجةً لانتقال الإلكترونات عبر الفجوة الطاقية (المنطقة المحظورة). وبسبب الاختلاف الكبير في تركيز الحاملات اللاأساسية للشحنة (**الإلكترونات** هنا) عند سطح نصف الناقل وفي عمقها يُلاحظ **انتشارها** نحو عمق نصف الناقل، وهذا يؤدي إلى ظهور شحنة حجمية سالبة في عمقه، ولكن في الوقت ذاته يجري انجذابٌ للثقوب إلى ذلك العمق بسبب استرخاء مكسويل.



الشكل (3-5): تابعية التركيز الفائض من حاملات الشحنة Δn في نصف ناقل من النوع-p للبعد x بغياب تيار التوليد والانسياق (عند $x \neq 0$)

ولذلك، فإن الحاملات اللاأساسية للشحنة (الإلكترونات) تجذب معها في أثناء انتثارها إلى عمق نصف الناقل كمية من الحاملات الأساسية للشحنة (الثقوب)، ومن ثمَّ يُصان شرط الاعتدال الكهربائي في عمق نصف الناقل؛ فمع اقتراب الإلكترونات والثقوب من عمق نصف الناقل سيُعاد اتحادها، ومن ثمَّ ستتناقص تراكيزها.

لنوجد الآن **قانون** تغيّر تركيز الحاملات **اللاأساسية** اللامتوازنة للشحنة تأسيساً على معادلة الاستمرارية:
في الحالة الراهنة، لا يوجد توليد للحاملات اللامتوازنة للشحنة $G_n = 0$ في عمق نصف الناقل (من أجل $x \neq 0$)، كما تغيب الحقول الكهربائية $(\mathrm{E} = 0)$. أضف إلى ذلك، طالما تبقى الإضاءة ثابتة (متواصلة)، يمكننا وضع $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$ في أي مقطع، $x \neq 0$، في عمق نصف الناقل. ومن ثمَّ تؤول معادلة الاستمرارية (5-29)، $\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - \frac{\Delta n}{\tau_n} + \frac{1}{e} \operatorname{div} \vec{j}_n$، من أجل الحالة المدروسة إلى الشكل الآتي:

$$\frac{\Delta n}{\tau_n} = \frac{1}{e}\left(eD_n \nabla^2 n\right). \qquad (44\text{-}5)$$

تم الحصول على الطرف الأيمن في المعادلة الأخيرة من المعادلة (5-34) على اعتبار أن $\nabla^2 \varphi = 0$. وبما أن

$$\nabla^2 n = \frac{\partial^2 (\Delta n)}{\partial x^2}$$

تُصبح المعادلة (5-44) من الشكل

$$\frac{\Delta n}{\tau_n D_n} = \frac{\partial^2 (\Delta n)}{\partial x^2} \quad \text{أو} \quad \frac{\partial^2 (\Delta n)}{\partial x^2} - \frac{\Delta n}{\tau_n D_n} = 0 . \qquad (45\text{-}5)$$

ولهذه المعادلة حل عام من الشكل

$$\boxed{\Delta n = C_1\, \mathrm{e}^{\frac{x}{\sqrt{D_n \tau_n}}} + C_2\, \mathrm{e}^{-\frac{x}{\sqrt{D_n \tau_n}}} .} \qquad (46\text{-}5)$$

ولكن، بما أن $\Delta n \to 0$ مع ازدياد x، فمن الواضح أن $C_1 = 0$.
وعيه فإن:

$$\Delta n = C_2\, \mathrm{e}^{-\frac{x}{\sqrt{D_n \tau_n}}} . \qquad (47\text{-}5)$$

نوجد قيمة الثابت C_2، بوضع $x = 0$ في المعادلة الأخيرة، فنجد أن قيمته تساوي $(\Delta n)_0$، $C_2 = (\Delta n)_0$.
وفي هذه الحالة، نستطيع كتابة العلاقة الآتية:

$$\Delta n = (\Delta n)_0\, \mathrm{e}^{-\frac{x}{\sqrt{D_n \tau_n}}} , \qquad (48\text{-}5)$$

حيث يدعى المقدار الآتي:

$$\boxed{L_n = \sqrt{D_n \tau_n}} \qquad (49\text{-}5)$$

طول انتثار *Diffusion Length* الحاملات اللاأساسية واللامتوازنة في نصف الناقل **الثقبي**.

يمكن تقييم قيمة L_n من أجل Ge مثلاً، حيث نجد $L_n \cong 10^{-2}$ cm، عندما $D_n = 100\,\mathrm{cm^2/s}$ و $\tau_n = 10^{-6}\,\mathrm{s} = 1\,\mu\mathrm{s}$.

يمكن تعريف طول الانتثار، $L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$، بأنه المدى الذي يتناقص خلاله التركيز الفائض من الحاملات اللاأساسية **واللامتوازنة** للشحنة (الإلكترونات في الحالة الراهنة) بمقدار e مرة.

وهكذا نجد أنَّ التركيز الفائض يتناقص شيئاً فشيئاً مع الابتعاد عن سطح نصف الناقل (المُضاء من جهة هذا السطح) تبعاً للقانون الأُسّي (5-48). ويجدر بالذكر هنا أنه يمكن دراسة تغير تركيز الحاملات اللاأساسية للشحنة في الجزء المتبقي من السطح، في حالة الإضاءة الموضعية، بطريقة مشابهة للطريقة المذكورة أعلاه؛ بتعبير آخر، يمكن حساب **كلٍ من x وطول الانتثار** في السطح نفسه عند توافر بقعة ضوئية (على شكل نقطة أو شريط ضوئي) على سطح نصف الناقل. وعادةً يمكن، في حالة التابعية الأُسّية، إزاحة مبدأ الحساب بالنسبة للموضع x في هذا أو ذاك الاتجاه.

يمكننا الحصول على استنتاجات مماثلة لما سبق من أجل أنصاف نواقل **من النوع-n**. في هذه الحالة، يكون لدينا:

$$\Delta p = (\Delta p)_0 \, e^{-\frac{x}{L_p}} \; ; \quad \text{التركيز الفائض للثقوب} \qquad (50\text{-}5)$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} \, . \quad \text{طول انتثار الثقوب} \qquad (51\text{-}5)$$

5-2-3 طول الجذب (عمق الجذب):

لنفرض الآن وجود حقل كهربائي $(\mathrm{E} \neq 0)$ في نصف الناقل المدروس؛ تأخذ معادلة الاستمرارية (5-29) في هذه الحالة الشكل الآتي:

$$D_n \frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2} + \mu_n \mathrm{E} \frac{\partial(\Delta n)}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau_n} = 0 \, ;$$
$$\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2} + \frac{\mu_n \mathrm{E} \tau_n}{D_n \tau_n} \frac{\partial(\Delta n)}{\partial x} - \frac{\Delta n}{D_n \tau_n} = 0 \, . \qquad (52\text{-}5)$$

نرمز **لطول انسياق** *Drift Length* **الإلكترونات** بالرمز L_{E} ونعبِّر عنه بالمساواة:

$$\boxed{L_{\mathrm{E}} = \mu_n \mathrm{E} \tau_n \, .} \qquad (52'\text{-}5)$$

إن الحل العام للمعادلة (5-52) يأخذ الشكل الآتي:

$$\Delta n = C_1 \, e^{\alpha_1 x} + C_2 \, e^{\alpha_2 x} \, , \qquad (53\text{-}24)$$

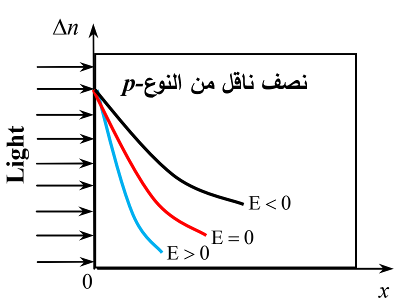
حيث C_1 و C_2 ثابتان، يُعيَّنان من الشروط الحدّية، و α_1 و α_2 جذرا المعادلة الجبرية:

$$\alpha^2 + \frac{L_{\mathrm{E}}}{L_n^2} \alpha - \frac{1}{L_n^2} = 0 \, , \qquad (54\text{-}5)$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{-L_{\mathrm{E}} \mp \sqrt{L_{\mathrm{E}}^2 + 4L_n^2}}{2L_n^2} = \frac{1}{L_{1,2}} \, . \qquad (55\text{-}5)$$

إن المقدار Δn (التركيز الفائض للإلكترونات اللاأساسية واللامتوازنة هنا) يتناقص عند الابتعاد عن المجال المُضاء من العيّنة النصف ناقلة، كما يوضح الشكل (5-4):

- يوافق أحد جذري المعادلة (5-55) (الجذر السالب) اتجاهاً موافقاً لاتجاه الحقل E، والذي من أجله يكون لدينا، بوضع $x > 0$، المساواة الآتية:



الشكل (5-4): تابعية التركيز الفائض من حاملات الشحنة Δn في نصف ناقل من النوع-p للبعد x بوجود (أو غياب) حقل كهربائي E وإضاءة متواصلة لطرف نصف الناقل $(x \neq 0)$.

$$\Delta n = C_1\, e^{-\frac{x}{L_1}} = (\Delta n)_0\, e^{-\frac{x}{L_1}}\,; \tag{56-5}$$

$$L_1 = \frac{2L_n^2}{\sqrt{L_E^2 + 4L_n^2} + L_E} < L_n \tag{57-5}$$

نتجت العلاقة الأخيرة ، $L_1 < L_n$ ، لأن الحقل E يؤثر في اتجاه معاكسٍ لاتجاه انتشار الإلكترونات (مما يعني أن الحقل **يُقلل** من **مفعول الانتشار**).

- يوافق الجذر الثاني (الجذر الموجب) اتجاهاً معاكساً لاتجاه الحقل E ، والذي من أجله يكون لدينا، بوضع $x < 0$ ، المساواة الآتية:

$$\Delta n = C_2\, e^{\frac{x}{L_2}} = (\Delta n)_0\, e^{\frac{x}{L_2}}\,; \tag{58-5}$$

$$L_2 = \frac{2L_n^2}{\sqrt{L_E^2 + 4L_n^2} - L_E} > L_n. \tag{59-5}$$

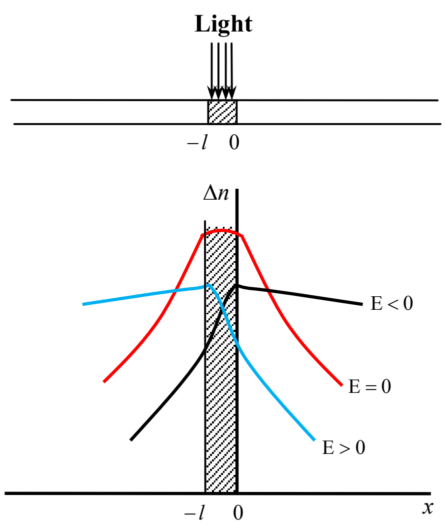
نتجت العلاقة الأخيرة، $L_2 > L_n$ ، لأن الحقل E ينقل الإلكترونات، في هذه الحالة، في اتجاه الانتشار (مما يعني أن الحقل **يُعزِّز مفعول الانتشار**)؛ ووفق هذا التفسير تُحدَّدُ إشارة x تبعاً لاتجاه الحقل E .

يدعى المقدار L_1 **طول جذب الإلكترونات أو عمق جذبها** في اتجاه **الحقل** الكهربائي، و L_2 **طول جذب الإلكترونات أو عمق جذبها** في اتجاه معاكس **له**.

وعندما ينعدم طول انسياق الإلكترونات، $L_E = 0$ ، نحصل من جملة المعادلتين (5-57) و (5-59) على المساواة $L_1 = L_2 = L_n$.

إذا طبَّقنا إضاءة جانبية موضعية على عيّنة رقيقة من مادة نصف ناقلة من النوع-p، على فرض أن الضوء يتغلغل في كامل سماكة العيّنة (أي يخترقها تماماً)، وأن الحقل الكهربائي الخارجي يُطبَّق على طول العيّنة، فيمكننا استخدام العلاقات والمنحنيات التي تم الحصول عليها في هذه الفقرة لدراسة هذه الحالة (بما أن التعيين التجريبي يحصل بمساعدة القياسات على سطح العيّنة، فإنه توجد طبقة سطحية عملياً).

إذا كانت النهاية اليمنى للمجال المُضاء عند $x = 0$ ، فإن النهاية اليسرى تُعيَّنُ عند $x = -l$ ، كما يظهر في الشكل (5-5)، وعندها يوافق الحل (5-56) المجال $x \ge 0$ والحل (5-58) المجال $x \le -l$. ثمّ إن مبدأ حساب x يقع عند القيمة $(-l)$. ولكن يمكن الحصول على مسار المنحنيات Δn في الاتجاهات المعاكسة أيضاً حيث يوضح الشكل (5-5) توزّع الإلكترونات الفائضة بغياب الحقل E .



الشكل (5-5): تابعية التركيز الفائض من حاملات الشحنة Δn في عيّنة نصف ناقل من النوع-p للبعد x عند الإضاءة الموضعية الجانبية. بسبب تأثير الحقل الكهربائي E في الطبقة المضاءة تبقى قيم $(\Delta n)_0$ أقل من قيمها بدون الحقل (وهذا ما لم يؤخذ بالحسبان في الرسم السابق في الشكل (5-4)).

4-2-5 مفعول الحقن Injection Effect

عند تطبيق حقل كهربائي شديد، تتحقق المتراجحة

$$L_{\mathrm{E}}^2 >> 4L_n^2 \tag{60-5}$$

أو المتراجحة

$$(\mu_n \,\mathrm{E}\, \tau_n)^2 >> 4D_n \tau_n \tag{61-5}$$

وفي هذه الحالة، يمكن أن نحصل من المعادلة (24-34) على المساواة التقريبية الآتية:

$$L_2 = \frac{2L_n^2}{L_{\mathrm{E}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+4L_n^2/L_{\mathrm{E}}^2}-1} \approx \frac{2L_n^2}{L_{\mathrm{E}}} \cdot \frac{1}{4L_n^2/2L_{\mathrm{E}}^2} = L_{\mathrm{E}} \,. \tag{62-5}$$

مما يعني أن عمق جذب الإلكترونات وعمق الانسياق متطابقان عملياً. وعندها نحصل على المعادلة الآتية، عندما $x<0$:

$$\Delta n = (\Delta n)_0 \,\mathrm{e}^{x/L_{\mathrm{E}}} = (\Delta n)_0 \,\mathrm{e}^{x/\mu_n \mathrm{E} \tau_n} \;;$$

وعندما $x>0$ ، نحصل على المعادلة الأساسية

$$\Delta n = (\Delta n)_0 \,\mathrm{e}^{-x/L_{\mathrm{E}}} \,. \tag{63-5}$$

وهكذا، نجد أنه بمرور تيارٍ ناتجٍ من تطبيق حقلٍ كهربائيٍ شديدٍ، عندما $\upsilon_{dr} >> \upsilon_{dif}$ ، فإن تركيزاً فائضاً سينجذب إلى عمق نصف الناقل، بحيث تُرصد في ذلك العمق، كميات كبيرة جداً من الحاملات اللامتوازنة للشحنة بالمقارنة مع الحالة الموافقة لانعدام الحقل $\mathrm{E}=0$. تدعى هذه الظاهرة **بالحقن**: يُلاحظ حقن الإلكترونات عندما $\mathrm{E}<0$ ، الشكلان (5-4) و (5-5)، وحقن الثقوب عندما $\mathrm{E}>0$.

2-2-5 إخراج حاملات الشحنة واستبعادها وتراكمها:

Extraction, Exclusion, and Accumulation of Charge Carriers

لنفرض أن المتراجحة $(\Delta n)_0 < 0$ محققة في مبدأ الإحداثيات: في هذه الحالة نحصل تبعاً للمعادلة (24-38)، من أجل $\mathrm{E}>0$ ، على ظاهرة **إخراج الإلكترونات**، أي على إفقار حجمٍ أو عمقٍ ما من نصف الناقل المدروس بالحاملات اللامتوازنة– اللاأساسية للشحنة. ونحصل على ظاهرة اقتلاع الثقوب عندما $\mathrm{E}<0$.

وعندما تتحقق المتراجحة (24-35)، فإن **عمق جذب الإلكترونات** يساوي:

$$L_1 = \frac{2L_n^2}{L_{\mathrm{E}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+4L_n^2/L_{\mathrm{E}}^2}+1} \approx \frac{2L_n^2}{L_{\mathrm{E}}} \cdot \frac{1}{2+2L_n^2/L_{\mathrm{E}}^2} = \frac{L_n^2}{L_{\mathrm{E}}} \,. \tag{64-5}$$

ومن هنا، يتضح أنه مع ازدياد القيمة المطلقة للحقل E ، يسعى المقدار L_1 ، وفق المعادلة ($52'$ -24)، إلى الصفر، $L_1 \to 0$. وعندها، وفي حالة $(\Delta n)_0 > 0$ ، يُصبح التركيز الفائض لحاملات الشحنة، تبعاً للمعادلة (56-5)، أقل شيئاً فشيئاً كلما ابتعدنا عن سطح نصف الناقل؛ تسمى هذه الظاهرة **الاستبعاد** *Exclusion*.

وعندما $(\Delta n)_0 < 0$ يزداد التركيز الفائض لحاملات الشحنة مع الابتعاد عن سطح نصف الناقل، وهذا ما يدعى **تراكماً** *Accumulation* للحاملات اللاأساسية للشحنة، ولكن نادراً ما تحدث هذه الظواهر، لأن $L_1 \to 0$.

6-2-5 معاملا الانتثار والانسياق ثنائيي القطبية: The Bipolar Diffusion and Drift Coefficients

مطالعة

لندرس عيّنة الناقلية الكهربائية فيها مختلطة، توضع في حقل كهربائي خارجي، E، موجَّه على طول المحور x مثلاً. إذن، يوجد في هذا الاتجاه، تدرج لتركيز الإلكترونات وتركيز الثقوب؛ وعندها يمكن كتابة المعادلتين الآتيتين:

$$\frac{\partial(\Delta n)}{\partial t}=-\frac{\Delta n}{\tau_n}+\frac{1}{e}\frac{\partial j_n}{\partial x}; \qquad (65\text{-}5)$$

$$\frac{\partial(\Delta p)}{\partial t}=-\frac{\Delta p}{\tau_p}-\frac{1}{e}\frac{\partial j_p}{\partial x}. \qquad (66\text{-}5)$$

ولنفرض أن الأزواج الإلكترونية– الثقبية تنتقل معاً، بحيث يمكن كتابة المساواة $\tau_n=\tau_p=\tau$.

وبتطبيق معادلات الانتشار يكون لدينا:

$$\frac{\partial(\Delta n)}{\partial t}=-\frac{\Delta n}{\tau_n}+D_n\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2}+\mu_n\,\mathrm{E}\frac{\partial(\Delta n)}{\partial x}; \qquad (67\text{-}5)$$

$$\frac{\partial(\Delta p)}{\partial t}=-\frac{\Delta p}{\tau_p}+D_p\frac{\partial^2(\Delta p)}{\partial x^2}-\mu_p\,\mathrm{E}\frac{\partial(\Delta p)}{\partial x}. \qquad (68\text{-}5)$$

نضرب الآن طرفي المعادلة (67-5) بالكمية σ_p وطرفي المعادلة (68-5) بالكمية σ_n، ثمّ نجمعهما طرفاً إلى طرف، ونأخذ بالحسبان أن $\Delta n=\Delta p$ و $\frac{\partial(\Delta n)}{\partial t}=\frac{\partial(\Delta p)}{\partial t}$، فنحصل على المعادلة الآتية:

$$\frac{D_n\sigma_p+D_p\sigma_n}{\sigma_p+\sigma_n}\cdot\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2}+\frac{\mu_n\sigma_p-\mu_p\sigma_n}{\sigma_p+\sigma_n}\cdot\mathrm{E}\frac{\partial(\Delta n)}{\partial x}-\frac{\Delta n}{\tau}=\frac{\partial(\Delta n)}{\partial t} \qquad (69\text{-}5)$$

وفي الحالة المستقرة، حيث $\frac{\partial(\Delta n)}{\partial t}=0$، تؤول المعادلة (69-5) إلى الشكل الآتي:

$$\frac{D_n\sigma_p+D_p\sigma_n}{\sigma_p+\sigma_n}\cdot\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2}+\frac{\mu_n\sigma_p-\mu_p\sigma_n}{\sigma_p+\sigma_n}\cdot\mathrm{E}\frac{\partial(\Delta n)}{\partial x}-\frac{\Delta n}{\tau}=0. \qquad (70\text{-}5)$$

وهي معادلة تفاضلية متجانسة من الدرجة الثانية بالنسبة لتركيز الإلكترونات الفائض.

بمقارنة المعادلة (70-5) مع المعادلة (67-5)، والأخذ بالحسبان أن $\frac{\partial(\Delta n)}{\partial t}=0$، نجد أنهما متطابقتان شكلاً (أي ما عدا المشتقين الأول والثاني)، وعليه إذا رمزنا لهذه العوامل (الأمثال) بالرموز

$$D=\frac{D_n\sigma_p+D_p\sigma_n}{\sigma_p+\sigma_n}=\frac{n_0+p_0}{n_0/D_p+p_0/D_n}=\frac{k_BT}{e}\cdot\frac{n_0+p_0}{n_0/\mu_p+p_0/\mu_n}; \qquad (71\text{-}5)$$

$$\mu_{\mathrm{E}}=\frac{\mu_n\sigma_p-\mu_p\sigma_n}{\sigma_p+\sigma_n}=\frac{p_0-n_0}{p_0/\mu_n+n_0/\mu_p}, \qquad (72\text{-}5)$$

نحصل على تطابقٍ شكليٍ للمعادلات.

تُعيِّنُ العلاقة (5-71) **معامل الانتشار ثنائي القطب** والعلاقة (5-72) **الحركيّة الانسياقية ثنائية القطب.**
وباستعمال علاقة اينشتاين يمكننا كتابة العلاقة

$$D = \frac{k_B T}{e} \mu_D \qquad (73\text{-}5)$$

التي يمكن مقارنتها بالعلاقة (24-46)، وكذلك كتابة المساواة الآتية:

$$\mu_D = \frac{n_0 + p_0}{n_0 / \mu_p + p_0 / \mu_n}. \qquad (74\text{-}5)$$

يدعى المقدار μ_D ، **الحركيّة الانتثارية ثنائية القطب.**

يتضح من العلاقة (5-72) الحركيّة الانسياقية ثنائية القطب، μ_{E} ، يمكن أن تكون موجبة ويمكن أن تكون سالبة:

I. في حالة الناقلية الكهربائية الذاتية $\mu_{\mathrm{E}} = 0$ و

$$\mu_D = 2\frac{\mu_p \mu_n}{\mu_p + \mu_n}; \qquad (75\text{-}5)$$

$$D = 2\frac{D_n D_p}{D_n + D_p} = \frac{k_B T}{e} \cdot \frac{\mu_p \mu_n}{\mu_p + \mu_n}. \qquad (76\text{-}5)$$

II. وفي نصف ناقل مشوب يتعيَّن الانتثار والانسياق بالحاملات الأساسية للشحنة، لأنه من أجل نصف ناقل ثقبي، مثلاً

$$\mu_D = |\mu_{\mathrm{E}}| = \mu_n \quad \text{و} \quad D = D_n \qquad (77\text{-}5)$$

وهكذا نجد أنه في أنصاف النواقل المشوبة يجب تعيين وسطاء الحاملات اللامتوازنة– الأساسية للشحنة، وهذا ما تم ذكره عند دراسة استرخاء مكسويل.