كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثالثة**

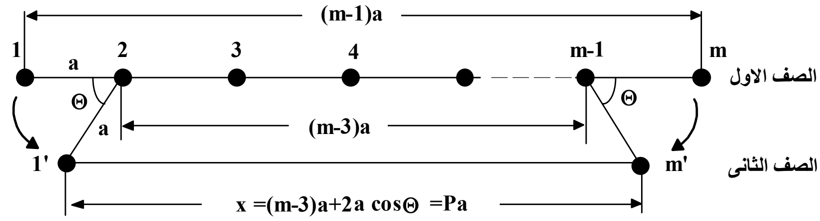
المادة : حالة صلبة١

المحاضرة: الثالثة/نظري/

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Z مكتبة

بزاوية θ فإنها تصبح في الصف الثاني عند موضع الذرة رقم (′1)، كما يتضح فى الشكل.



الشكل 2-24 شبيكة نقطية في بعدين.

بالمثل، إذا دارت الذرة (m) مع عقارب الساعة حول الذرة رقم (m-1) بنفس الزاوية θ فإنها تصبح في الصف الثاني عند موضع الذرة رقم (m’). وبالتالي تكون المسافة x بين الذرتين (′1) و (′m) مساوية للمقدار Pa، حيث P عدد صحيح. ومن الشكل السابق نجد أن،

$$x = (m - 3)a + 2a\cos\Theta = Pa$$
$$\therefore \cos\Theta = \frac{3 + (P - m)}{2} \quad ,$$

حيث P < m. وبما أن P عدد صحيح و m عدد صحيح أيضا، إذن (P-m) يكون عدد صحيح. لا تتحقق المعادلة السابقة خلال دورة كاملة إلا في الحالات الآتية المبينة بالجدول (2-2).

الجدول 2-2

(P-m)	Cos θ	θ	رتبة الدوران n
-1	1	0°	1
-2	½	π/3=60°	6
-3	0	π/2=90°	4
-4	-1/2	2π/3=120°	3
-5	-1	π=180°	2

ويمكن تمييز الفصائل البلورية السبعة طبقا لمحاور التماثل التي تخص كل منها

فقط كما يلي:

1- فصيلة المكعبى وتتميز بوجود أربعة محاور ثلاثية.

2- فصيلة الرباعي وتتميز بوجود محور ثلاثي واحد يميل بمقدار ثابت على المحاور البلورية.

3- فصيلة المستطيل القائم وتتميز بوجود ثلاث محاور ثنائية فقط.

4- فصيلة الثلاثي وتتميز بوجود محور رباعي واحد فقط.

5- فصيلة أحادى الميل وتتميز بوجود محور ثنائي واحد فقط ولا يوجد محور تماثل برتبة اكبر من ذلك.

6- فصيلة ثلاثي الميل وتتميز بعدم وجود أي محور تماثل.

7- فصيلة السداسي وتتميز بوجود محور سداسي واحد فقط.

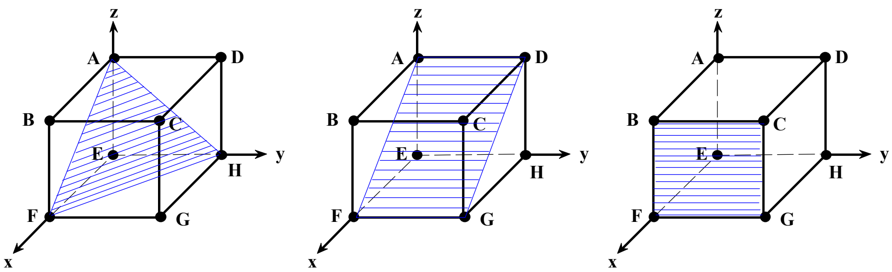
2-7 أنظمة المستويات المهمة في فصيلة المكعبى

IMPORTANT PLANE SYSTEMS IN A CUBIC CRYSTALS

يوجد في فصيلة المكعبى ثلاث أنظمة من المستويات الذرية المهمة، حيث تتميز بأنها غنية جدا بالذرات وبالتالي يكون انعكاس الأشعة السينية (طبقا لقانون براج) على هذه المستويات أكثر كثافة لانعكاس الأشعة من غيرها من المستويات، كما سنبين فى باب لاحق. يتكون كل نظام من هذه الأنظمة من مجموعة من المستويات المتوازية تنفصل عن بعضها بمسافة ثابتة تعتمد على أبعاد البلورة وتختلف من مجموعة مستويات إلى مجموعة أخرى، كما هو مبين بالشكل 2-25. تتلخص خصائص مجموعات المستويات المهمة في

المكعب في الأتي:

(أ)– المجموعة الأولى: تتكون من أسطح المكعب (مثل المستوى ABCD على سبيل المثال) والمستويات التي توازيها، كما هو موضح بالجزء (أ) من الشكل. تكون المسافة بين هذه المستويات هي $d_1 = a$، حيث a هو طول ضلع المكعب.



(ج) (ب) (أ)

الشكل 2–25 المستويات المهمة في فصيلة المكعبى

(ب)– المجموعة الثانية: هي مجموعة المستويات المتوازية التي تمر بمركز المكعب وتصل بين حرفين متقابلين في المكعب، مثل AFGD كما هو موضح بالجزء (ب) من الشكل. تميل هذه المستويات بزاوية 45° على المستويات المناظرة في المجموعة الأولى. تكون المسافة بين هذه المستويات هي d_2.

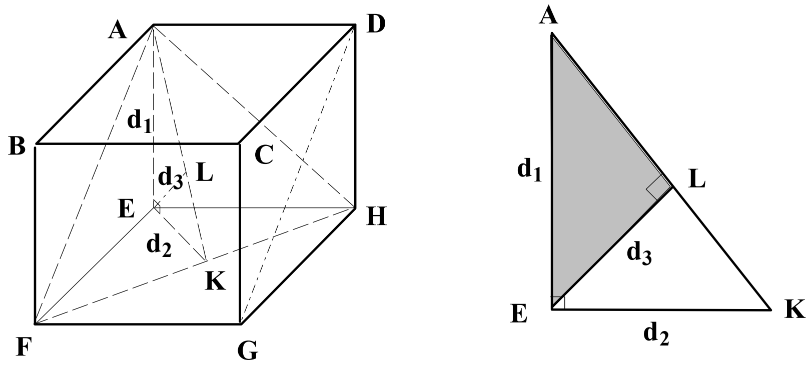
(ج)– المجموعة الثالثة: هي مستويات مثلثية متوازية مثل المستويات التي توازى المستوى AFH المبين في الجزء (ج) من الشكل. المسافة بين هذه المستويات تساوى d_3.

يمكن تعيين المسافات d_1، d_2 و d_3، بالرجوع إلى الشكل 2–26، على النحو التالي : بما أن المسافة بين مستويات الأوجه مثل ABCD و EFGH هي d_1 فإن المسافة

بين المستويات المتوازية مثل AFGD والتي تميل بزاوية 45° على مستويات المجموعـــة الأولى هي d_2، حيث

$$d_2 = \frac{d_1}{\sqrt{2}}\,.$$

2-3



الشكل 2−26 إيجاد المسافات بين المستويات.

يمثل المثلث AFH مستويات المجموعة الثالثة حيث تكون المسافة بين مســـتويات هذه المجموعة المتوازية هي d_3. يمكن إيجاد المسافة d_3 برسم المثلث AEK كما بالشكل السابق، حيث EK يكون عمودي على FH، و $\mathrm{EL} = d_3$ يكون عمودي على AK.

من تشابه المثلثين ELK و AEK نجد أن

وبالتالي

$$\frac{\mathrm{EL}}{\mathrm{EK}} = \frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AK}}$$

أو

$$\frac{d_3}{d_2} = \frac{d_1}{\sqrt{\left(d_1^2 + d_2^2\right)}}$$

$$d_3 = \frac{d_1 d_2}{\sqrt{\left(d_1^2 + d_2^2\right)}}$$

$$\because d_2 = \frac{d_1}{\sqrt{2}}$$

مما سبق نحصل على

$$d_3 = \frac{d_1^2}{\sqrt{2}.\sqrt{\left(d_1^2 + \frac{1}{2}d_1^2\right)}} = \frac{d_1}{\sqrt{3}} \qquad 4\text{-}2$$

ويمكن كتابة النسب بين المسافات الثلاثة d_1 و d_2 و d_3 على النحو الآتي،

$$\frac{1}{d_1} : \frac{1}{d_2} : \frac{1}{d_3} = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} \qquad 5\text{-}2$$

وبنفس الطريقة السابقة، في حالة المكعب المتمركز الجسم، BCC، يمكن إثبات أن

$$\frac{1}{d_1} : \frac{1}{d_2} : \frac{1}{d_3} = 1 : \frac{1}{\sqrt{2}} : \sqrt{3} \qquad 6\text{-}2$$

وفى حالة المكعب المتمركز الأوجه، FCC، يمكن إثبات أن

$$\frac{1}{d_1} : \frac{1}{d_2} : \frac{1}{d_3} = 1 : \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad 7\text{-}2$$

وقد تمكن العالم براج بواسطة تجارب تشتت الأشعة السينية باستخدام بلورات مختلفة من إثبات صحة العلاقات السابقة، وقد استخدمت هذه العلاقات للتعرف على شكل الخلايا المكعبة وتحديد ما إذا كانت خلايا بسيطة أم متمركزة الجسم أو الأوجه.

8-2 أدلة ميلر MILLER'S INDICES

تختلف الظواهر الفيزيقية في المواد البلورية (وبالتالي الخصائص) تبعا لاختلاف الاتجاهات أو المستويات البلورية وذلك نظرا لعدم تجانس خواص البلورة في الأبعاد الثلاثة. لذلك، فإنه من المهم عند وصف ظاهرة فيزيقية معينة أن نحدد الاتجاهات أو المستويات البلورية التى تقاس فيها الظاهرة. وقد أمكن وصف المستويات البلورية والاتجاهات بأدلة عددية تسمى أدلة ميلر (نسبة العالم الانجليزى ميلر ويشار إلى هذه الأدلة أحياناً بالمعاملات أو القرائن). سنعرض فيما يلى طريقة تعيين أدلة ميلر وسنبين

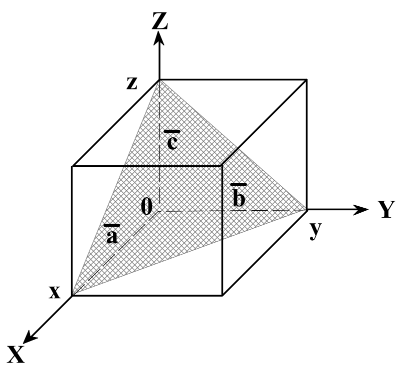
كيف أنه بواسطة هذه الأدلة، يمكن رسم أو تمييز مستوى معين فى البلورة عن مســـتوى أخر.

2-8-1 أدلة ميلر للمستويات البلورية MILLER'S INDICES FOR CRYSTAL PLANES

يمكن وصف المستويات البلورية بواسطة مجموعة من الأدلة العددية وضعها العالم الأنجليزى ميلر عام 1800. يمكن تعريف أدلة ميلر للمستوى بأنها مجموعة مكونة مــن ثلاثة أرقام تصف مكان واتجاه المستوى في البلورة. يمكن تعيــين أدلــة ميلــر بإتبــاع الخطوات التالية وبالإشارة إلى الشكل 2-27 :-

1- نفترض أن المحاور الكارتيزية تتطابق مع متجهات الأساس للبلورة (أحرف البلورة) ويكون رأس البلورة هو بمثابة نقطة الأصل للمحاور، كما بالشكل.

2- نفترض أن نقاط تقاطع المستوى مع المحاور على امتداد متجهات الأساس $\vec{c},\vec{b},\vec{a}$ هي x و y و z. تكون x عبارة عن مضاعف كسرى من a وتكون y عبارة عن مضاعف كسرى من b وتكون z عبارة عن مضاعف كسرى من c.

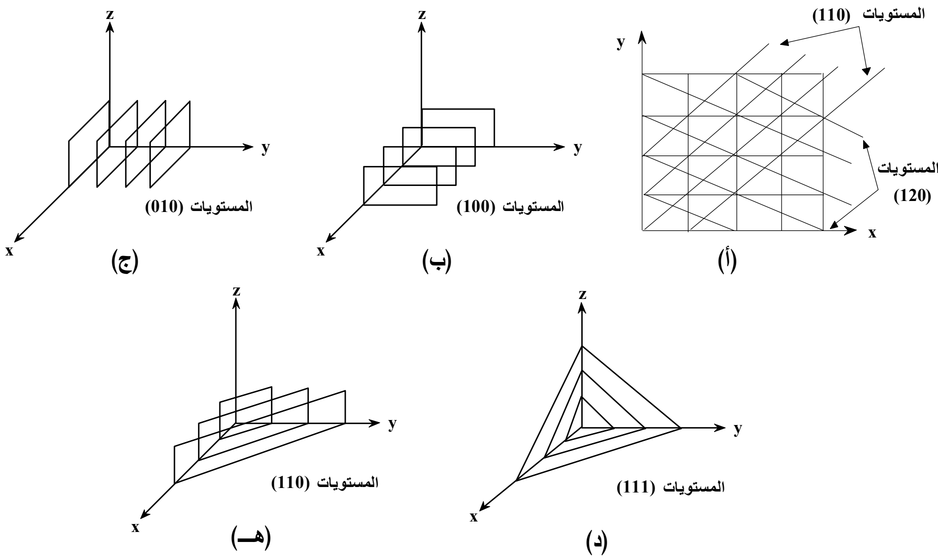


الشكل 2-27

3- نكون مجموعة الأعداد الكسرية على النحو $(\frac{z}{c}$ و $\frac{y}{b}$ و $\frac{x}{a})$.

4- نأخذ مقلوب مجموعة الأعداد السابقة لنحصل على ($\frac{c}{z}$ و $\frac{b}{y}$ و $\frac{a}{x}$)، ثم نختزل هذه المجموعة إلى اصغر قيم للإعداد وذلك بالضرب في اصغر عامل مشترك للمقام.

5- تسمى المجموعة الأخيرة التي نحصل عليها بأدلة ميلر للمستوى وتكتب على الصورة (hkl). يبين الشكل 2-28 العديد من الأمثلة لتعيين أدلة ميلر للمستويات البلورية الموضحة بالشكل.



الشكل 2-28 أمثلة لتعيين أدلة ميلر لمستويات بلورية.

عند وصف المستويات البلورية بواسطة أدلة ميلر يجب اخذ الملاحظات الآتية في الاعتبار :

1- جميع الخواص تكون متساوية بين المستويات المتوازية ذات اتجاه معين ويكون لها نفس أدلة ميلر.

2- لا تحدد أدلة ميلر مستوى معين فقط بل تصف أيضا مجموعة المستويات الموازية له.

3- المستوى الموازى لأي إحداثي والذي له فاصل يساوى ∞ يكون له معامل ميلر على هذا المحور يساوى صفر.

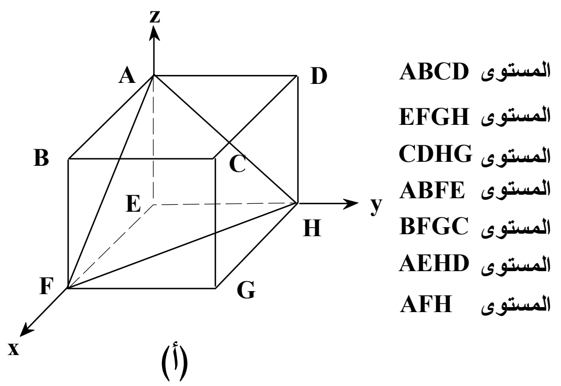
4- النسبة بين الأدلة هي العامل المهم وليس قيمة المعامل نفسه، فالمستوى (622) هو نفسه المستوى (311).

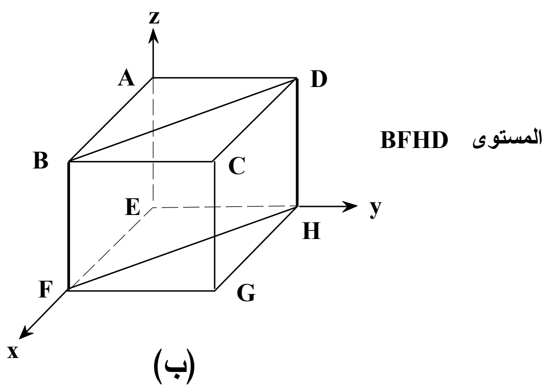
5- تقطع المستويات المتوازية والموازية لمستوى معين المحاور الثلاثة في مضاعفات صحيحة لتقاطع هذا المستوى، وبالتالي يكون لهذه المستويات نفس أدلة ميلر للمستوى الأول وتكتب على الصورة $\langle hkl \rangle$.

6- تدل الإشارة السالبة التي توضع أعلى المعامل على أن الأجزاء المقطوعة من المحاور تكون في الاتجاه السالب من نقطة الأصل.

مثال 2-2

عين أدلة ميلر للمستويات المبينة في الشكل 2-29.

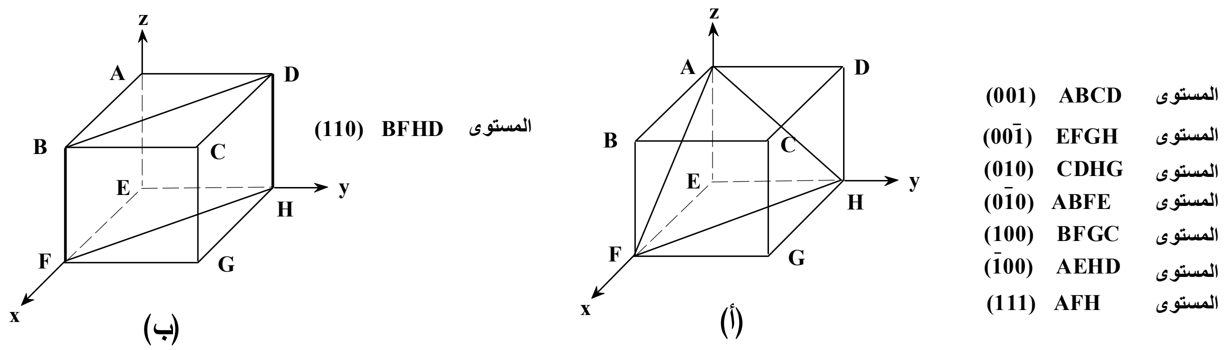




الشكل 2-29

الحل

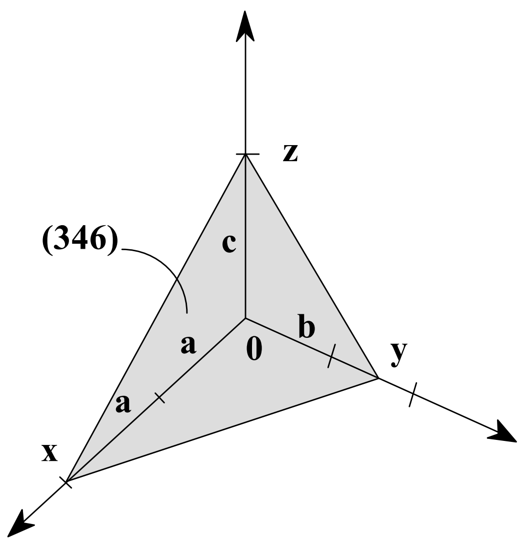
بإتباع نفس الخطوات المذكورة في السابق يمكن تعيين أدلة ميلر على النحو المبين في الشكل 2–30.



الشكل 2–30

مثال 2–3

عين أدلة ميلر للمستوى المبين في الشكل 2–31.



الشكل 2–31

الحل

بالرجوع إلى الشكل 2–31 نجد أن $x = 2a$ و $y = \frac{3}{2}b$ و $z = c$. لتعين أدلة ميلـــر

(hkl) للمستوى المبين، نكون أولا مجموعة الأعـــداد $\left(\frac{x}{a},\frac{y}{b},\frac{z}{c}\right)=\left(2,\frac{3}{2},1\right)$، ثـــم نعكســـها فنحصل على $\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3},1\right)$، وأخيرا نضربها في اصغر عامل مشترك للمقام (وهو 6) نحصل على أدلة ميلر للمستوى على النحو $(hkl)=(346)$.

مثال 2-4

إذا كان مستوى يقطع المحاور الثلاثة عند القيم $\frac{a}{2},\frac{b}{2},\frac{3c}{4}$، أوجد أدلة ميلـــر لهـــذا المستوى.

الحل

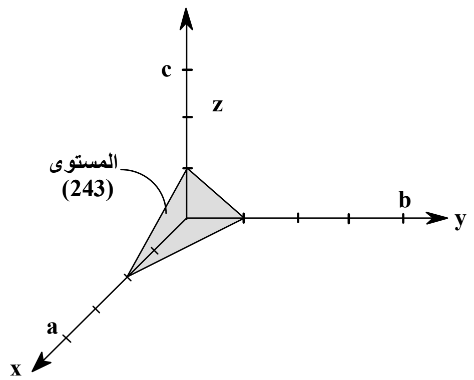
تكون النسب العددية هي $\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{3}{4}$ وتكون مقلوبات هذه النسب هي $2,2,\frac{4}{3}$ أو (664) وهى تكافئ (332)، وتكتب أدلة ميلر لهذا المستوى على الصورة (332).

مثال 2-5

إذا قطع مستوى ما فى البلورة نصف وحده خلية في اتجاه محور الأساس a و ربع وحده خلية في اتجاه محور الأساس b و ثلث وحده خلية في اتجاه محور الأساس c. أرسم هذا المستوى ثم أوجد أدلة ميلر له.

الحل

تكون الأجزاء المقطوعة من المحاور الثلاثـــة هـــي $\frac{1}{2}a,\frac{1}{4}b,\frac{1}{3}c$، وبإتبـــاع نفـــس الخطوات المذكورة في المثال السابق، تكون الأدلة العددية هي $2,4,3$ وبذالك تكون أدلـــة ميلر هي (243). يبين الشكل 2-32 رسما للمستوى المطلوب.



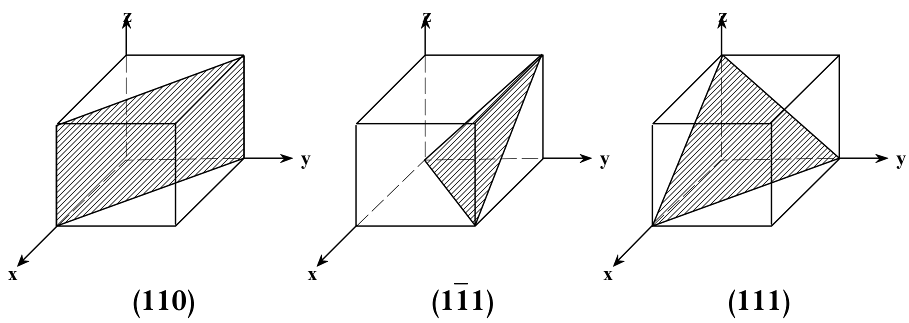
الشكل 2– 32 رسم للمستوى (243).

مثال 2–6

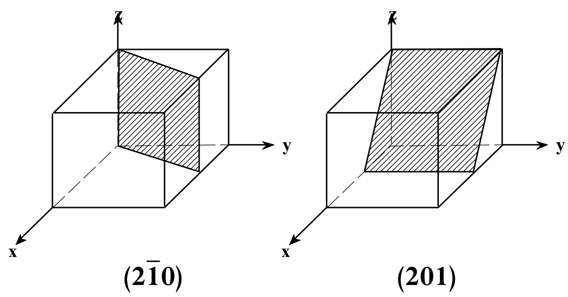
أرسم المستويات (110)، ($1\bar{1}1$)، (111)، ($2\bar{1}0$)، و (201) فـــي خليـــة المكعـــب البسيط.

الحل

تكون المستويات المطلوبة كما هي مبينة في الشكل 2–33.



الشكل 2–33 رسم للمستويات المطلوبة في المثال 2–6.



تابع الشكل 2–33 رسم للمستويات المطلوبة في المثال 2–6.

مثال 2-7

وضعت بلورة احد الخامات من فصيلة المكعبى في مطياف الأشعة السينية فكانــت فواصل (المسافات الفاصلة بين) أوجه البلورة c,b,a مقاسه بالانجســترووم علـــى النحـــو المبين بالجدول 2-3. أوجد أدلة ميلر لهذه الأوجه.

الجدول 2-3

الأوجه	a	b	c
1	0.287	1.0	0.251
2	-0.287	1.0	∞
3	∞	3.0	0.125
4	0.287	∞	∞
5	0.899	2.0	0.125
6	0.574	∞	0.125

الحل

نظرا لأن فواصل أوجه البلورة تكون مضاعفات أو قواسم للمســتوى العشــوائي (111) فإنه تكون الفواصل a,b,c للبلورة هي 0.287 و 1.0 و 0.251 على نحو الترتيب ويمكن، كالعادة، كتابة الفواصل a,b,c المسجلة في الجدول السابق على النحو التالي فـــي الجدول 2-4.

الجدول 2-4

الأوجه	a	b	c
1	1	1	1
2	-1	1	∞
3	∞	3.0	½
4	1	∞	∞
5	3	2.0	½
6	2	∞	½

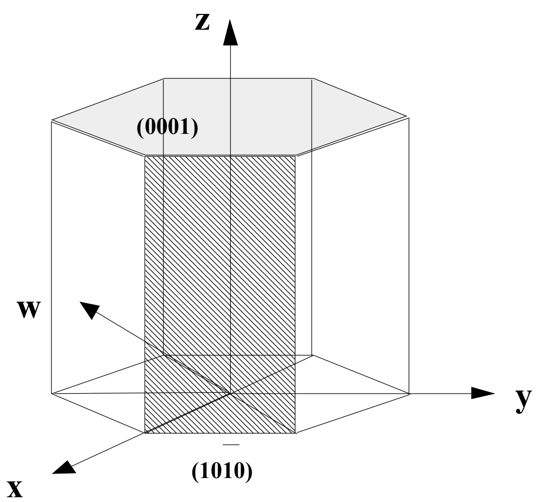
وتكون مقلوبات هذه الأرقام والتي تمثل أدلة ميلر على النحو التالي:

الأوجه	a	b	c	أدلة ميلر
1	1	1	1	(111)
2	-1	1	0	$(\bar{1}10)$
3	0	1/3	2	(016)
4	1	0	0	(100)
5	1/3	$1/2$	2	$(23\ 12)$
6	$1/2$	0	2	(104)

2-8-2 أدلة ميلر في فصيلة السداسي

لفصيلة السداسي أربعة محاور بلورية: ثلاث منها في مستوى واحد (مستوى السطح العلوي أو مستوى القاعدة) والمحور الرابع عمودي على هذا المستوى. وبالتالي يرسم الشكل السداسي في الفراغ بدلالة محاور أربعة هي x و y و w و z وتكتب أدلة ميلر على الصورة $(hkil)$. الأدلة h و k و i و l تمثل المحاور x و y و w و z على وجه الترتيب. وحيث انه يمكن إثبات العلاقة $h+k+i=0$، وأن السطح العلوي للشكل السداسي يقطع المحاور x, y, w في ما لانهاية ويقطع محور z بمقدار وحدة الخلية، فإن أدلة ميلر لهذا السطح تكون (0001). وعلى سبيل المثال، تكون أدلة ميلر لهذا السطح السفلى (القاعدة) هي $(000\bar{1})$، كما هو مبين بالشكل 2-34.

الوجه الجانبي المظلل في الشكل يقطع المحاور x, y, w, z في $1, \infty, -1, \infty$ على وجه الترتيب، ولهذا فإن أدلة ميلر لهذا الوجه تكون $(10\bar{1}0)$.



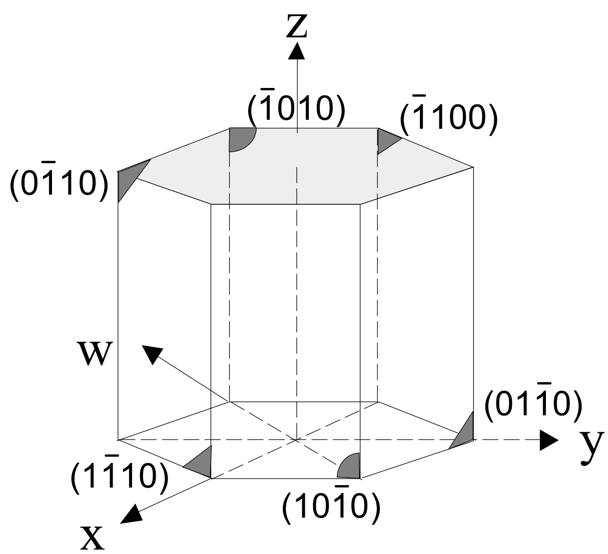
الشكل 2-34 أدلة ميلر لفصيلة السداسي.

مثال 2-8

عين أدلة ميلر للأوجه الستة الرأسية للشكل السداسي.

الحل

بإتباع نفس الطريقة السابقة تكون أدلة ميلر للأوجه الرأسية في الشكل السداسي كما هي مبينة في الشكل 2-35.



الشكل 2-35

مثال 2-9

أثبت أنه عند استخدام أدلة ميلر لفصيلة السداسي (hkil) يكون $h+k+i=0$.

الحل

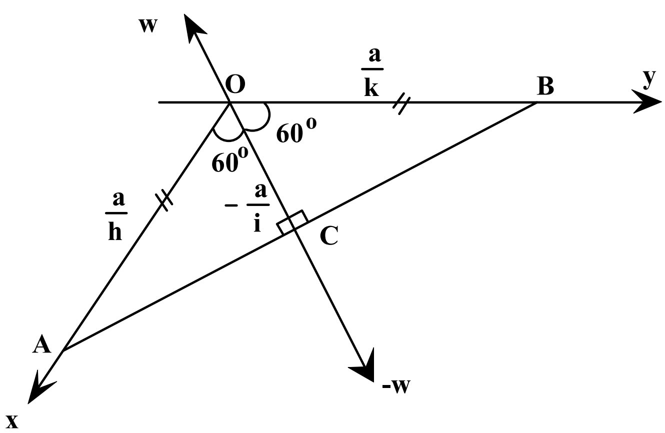
بالرجوع إلى الشكل 2-36 يتضح أن، مساحة المثلث OAC + مساحة المثلث OBC = مساحة المثلث OAB (باستخدام حساب المتجهات، حيث أن مساحة المثلث المتكون من متجهين $\vec{A} \,\&\, \vec{B}$ بينهما زاوية θ تساوى $\frac{1}{2}\left|\vec{A}\wedge\vec{B}\right| = \frac{1}{2}\left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right| \operatorname{Sin}\theta$) فإننا نحصل على،

$$\therefore \frac{1}{2}\left(-\frac{a}{i}\right)\left(\frac{a}{h}\right).\operatorname{Sin}60^{\circ} + \frac{1}{2}\left(-\frac{a}{i}\right)\left(\frac{a}{k}\right)\operatorname{Sin}60^{\circ} = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{k}\right)\left(\frac{a}{h}\right)\operatorname{Sin}120^{\circ}.$$

$$\therefore -\frac{1}{i}\left[\frac{1}{h}+\frac{1}{k}\right] = \frac{1}{hk}$$

بالضرب في ihk نحصل على $\therefore h+k+i=0$

ويمكن الحصول على نفس النتيجة عند تصور أن طول الضلع OC يساوى $-\frac{a}{i}$ لأنه على امتداد المحور W في الاتجاه السالب.



الشكل 2-36