كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الاولى**

المادة : هندسة تحليلية

المحاضرة : الثالثة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

السؤال الأول: أوجد معادلة المستوي المار بالنقطة $A(5,-3,2)$ والعامودي على المتجه $B(6,2,1)$

الحل:

$P: a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)$

$=6(x-5)+2(y+3)+1(z-2)$

$=6x-30+2y+6+z-2=0$

$=6x+2y+z-26=0$

السؤال الثاني: أوجد معادلة المستوي المار بالنقطة $(1,-1,1)$ والعامودي على المتجه $(2,1,2)$

الحل:

$P: a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)$

$=2(x-1)+1(y-1)+2(z+1)$

$=2x-2+y-1+2z+2$

$=2x+y+2z-1=0$

السؤال الثالث :-

أوجد معادلة المستوي بالشكل الناظمي واحسب بعد ٥ عن النقطة الأصل

علماً أن $\rho: 3x+6y+5z+10=0$

$w=(3,6,5)$

$|w| = \sqrt{a^2+b^2+c^2} = \sqrt{9+25+36}$

$= \sqrt{70}$

$\rho: \frac{a}{|w|}x + \frac{b}{|w|}y + \frac{c}{|w|}z + \frac{h}{|w|} = 0$

$\rightarrow \rho: \frac{3}{\sqrt{70}}x + \frac{6}{\sqrt{70}}y + \frac{5}{\sqrt{70}}z + \frac{10}{\sqrt{70}} = 0$

وهي معادلة المستوي بالشكل الناظمي

بعد ٥ عن النقطة الأصل h هو $\frac{10}{\sqrt{70}}$

السؤال الرابع: ليكن

$\rho: x - y + 3z + 10 = 0$

أوجد المعادلة الناظمية للمستوي ρ $w=(1,-1,3)$

$|w| = \sqrt{1^2+1^2+3^2} = \sqrt{11}$

$\rightarrow \rho: \frac{a}{|w|}x + \frac{b}{|w|}y + \frac{c}{|w|}z + \frac{h}{|w|}$

$= \frac{1}{\sqrt{11}}x - \frac{1}{\sqrt{11}}y + \frac{3}{\sqrt{11}}z + \frac{10}{\sqrt{11}} = 0$

$h = \frac{-10}{\sqrt{11}}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

السؤال الثاني:

أوجد معادلة المستوي المار بالنقطة $M(5,2,-1)$ المتوازي المتجهين $\vec{v}(2,0,-1)$ و $\vec{u}(1,1,1)$

الحل:

لإيجاد أي مستوي نحتاج إلى نقطة

النقطة M_0 معلومة سنبحث عن متجه الناظم

$$\vec{N} = |\vec{v} \wedge \vec{u}| = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$$

$M(5,2,-1)$ بالتالي

$$P: a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)$$

$$P: -1(x-5)-3y+6+2z+2=0$$

$$\Rightarrow -x-3y+2z+3=0$$

التمرين السادس:

أوجد معادلة المستوي المار بالنقطة $M_0(1,2,3)$

ومعاكس المستويين

$$P_1: 2x-y+z-1=0$$

$$P_2: -x+2y-4z+5=0$$

الحل نعاكد P مع P_1 و P_2 بمعنى أن الناظم للمستوي P

$\vec{N}$ يوازي P

$$\vec{N_1}(2,-1,1)$$

$$\vec{N_2}(-1,2,-4)$$

$$\vec{N_3} = |\vec{N_1} \wedge \vec{N_2}| \rightarrow \vec{N} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -4 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -4 \end{vmatrix}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\vec{N} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -4 \end{vmatrix} = i\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} - j\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -4 \end{vmatrix} + k\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= i(4-2) - j(-8+1) + k(4-1)$$

$$= 2i + 7j + 3k$$

$$N(2, 7, 3)$$

$$\beta: a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0)$$

$$= 2(x-1) + 7(y-2) + 3(z-3)$$

$$= 2x - 2 + 7y - 14 + 3z - 9$$

$$= 2x + 7y + 3z - 25 = 0$$

مثال: لتكن لدينا النقاط $M_1(3,1,-1)$ $M_2(2,1,-1)$ $M_3(1,0,1)$

أكتب معادلة المستوي المار بالنقطة M_2 و M_1 و M_3

الحل: يلزم ناظم و نقطة.

النقطة هي أحد النقاط M_1 و M_2 و M_3

$$N = \overrightarrow{M_1M_2} \wedge \overrightarrow{M_1M_3}$$

$$\overrightarrow{M_1M_2} = \begin{bmatrix} x_{M_2} - x_{M_1} \\ y_{M_2} - y_{M_1} \\ z_{M_2} - z_{M_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \\ -1 & +1 \end{bmatrix} = (-1, 0, 0)$$

$$\overrightarrow{M_1M_3} = \begin{bmatrix} x_{M_3} - x_{M_1} \\ y_{M_3} - y_{M_1} \\ z_{M_3} - z_{M_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \\ 1 & +1 \end{bmatrix} = (-2, 1, 2)$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\vec{N} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2\vec{j} - \vec{k} \Rightarrow (0, 2, -1)$$

$$\rightarrow P: a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0)$$

$$= 2(y-1) - 1(z+1) = 0$$

$$= 2y - 2 - z - 1 = 0$$

$$= 2y - z - 3 = 0$$

سؤال: اثبت:

أ) جد معادلة مستوى عامل النقطة M_1, M_2 ومنه $M(1,-1,2)$

$\vec{AB}(1,-3,2)$ ومعامل $M_2(5,1,2)$

الحل: نلزمنا ناظم و نقطة نختار واحدة من النقطتين M_1, M_2

$$N = \vec{M_1M_2} \wedge \vec{AB}$$

$$\vec{M_1M_2} = \begin{vmatrix} x_{M_2} - x_{M_1} \\ y_{M_2} - y_{M_1} \\ z_{M_2} - z_{M_1} \end{vmatrix} = (-1, 2, 4)$$

$$\vec{N} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = -16\vec{i} - 6\vec{j} - \vec{k}$$

$$P: a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0)$$

$$= 16(x-1) - 6(y+1) - 1(z+2)$$

$$\rightarrow 16x + 16 - 6y - 6 - z - 2 = 0$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$P_1 = x - y + z - 2 = 0$

$P_2 = 2x + y - 3 = 0$

الحل :

$$\cos\theta = \frac{N_1 \cdot N_2}{|N_1||N_2|}$$

$|N_1| = \sqrt{3}$ $\quad N_2 = \sqrt{6}$

$N_1 N_2 = 2 - 1 + 1 = 2$

$$\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z