



كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الثالثة

المادة : بنى جبرية ٣

المحاضرة : التاسعة / نظري

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z : Facebook Group

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

الدكتور:

المحاضرة:

و نظري:



القسم: الرياضيات

السنة: الثالثة

المادة: بنى جبرية (3)

التاريخ: / /

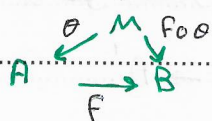
A to Z Library for university services

زمير الهومومورفيزمات:

ليكن لدينا $(R, +, \cdot)$ حلقة واحدة وليكن لدينا A و B مودولين فوق R وليكن:

$f \in \text{Hom}_R(A, B)$ وليكن M مودول فوق R عندئذ نسيق التطبيق:

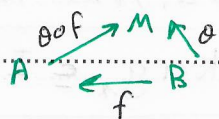
$f_* \theta = f \circ \theta$ العرف بالشكل $f_*: \text{Hom}(M \rightarrow A) \rightarrow \text{Hom}(M, B)$



بالهومومورفيزم الناتج عن f

والتطبيق:

$f^*(\theta) = \theta \circ f$ العرف بالشكل $f^*: \text{Hom}(B, M) \rightarrow \text{Hom}(A, M)$



ب. الهومومورفيزم الناتج من f

انظرية: ليكن لدينا $(R, +, \cdot)$ حلقة واحدة ونفرض لدينا المتتالية $0 \rightarrow A' \xrightarrow{f} A \xrightarrow{g} A'' \rightarrow 0$

متتالية من المودولات فوق R والهومومورفيزمات خارج المتتاليتين:

$$0 \rightarrow \text{Hom}(M, A') \xrightarrow{f_*} \text{Hom}(M, A) \xrightarrow{g_*} \text{Hom}(M, A'')$$

$$0 \rightarrow \text{Hom}(A'', M) \xrightarrow{g^*} \text{Hom}(A, M) \xrightarrow{f^*} \text{Hom}(A', M)$$

تامتين؟

الاثبات: f متباين و g خارج و $g \circ f = 0$ و $\text{Im} f = \text{Ker} g$

f_* هو تطبيق متباين لأن: $\forall \theta \in \text{Ker} f_* \Rightarrow f_*(\theta) = 0 \Rightarrow f \circ \theta = 0$

ليكن f متباين $\Leftarrow \theta = 0 \Leftarrow \text{Ker} f_* = \{0\}$

إذا f تطبيق متباين

الاثبات أن المتتالية $0 \rightarrow \text{Hom}(M, A') \xrightarrow{f_*} \text{Hom}(M, A)$

$$\text{Im} f_* = \text{Ker} g_* \quad \text{لأنه لنثبت أن:}$$

$$\forall \theta \in \text{Im} f_* \Rightarrow \exists \theta_1 \in \text{Hom}(M, A') ; \theta = f_* (\theta_1) \quad \theta = f \circ \theta_1$$

$$g_* (\theta) = g \circ \theta = g \circ (f \circ \theta_1) = (g \circ f) \circ \theta_1 = 0 \Rightarrow \theta \in \text{Ker} g_*$$

$$\boxed{\text{Im} f_* \subseteq \text{Ker} g_*} \quad (*)$$

$$\forall \theta \in \text{Ker} g_* \Rightarrow g_* (\theta) = 0 \Rightarrow g \circ \theta = 0 \Rightarrow (g \circ \theta)(x) = 0 ; \forall x \in M$$

$$\Rightarrow g(\theta(x)) = 0 \Rightarrow \theta(x) \in \text{Ker} g \Rightarrow \theta(x) \in \text{Ker} g = \text{Im} f$$

$$\exists a' \in A' ; \theta(x) = f(a')$$

$$f(a') = \theta(x) \quad \text{بما أن } f \text{ حقبة} \quad \Leftarrow \text{نوجد } a' \text{ و } \theta(x) \text{ في صورة } f$$

$$\theta(x) = a' \quad \text{لنعرّف التطبيق:} \quad \text{نضع } \theta_1: M \rightarrow A'$$

$$\Rightarrow \theta_1 \in \text{Hom}(M, A')$$

$$\theta(x) = f(a') = f(\theta_1(x)) = (f \circ \theta_1)(x) \Rightarrow \theta = f \circ \theta_1 = f_* (\theta_1)$$

$$\Rightarrow \theta \in \text{Im} f_* \Rightarrow \boxed{\text{Ker} g_* \subseteq \text{Im} f_*} \quad (**)$$

$$\text{Ker} g_* = \text{Im} f_* \quad \text{من العلاقات (*) و (**) نجد أن:}$$

$$\text{إذاً المتكافئة المفروضة صحيحة}$$

$$\bullet \text{ المتكافئة الثانية وفرضية}$$

$$\text{انتهى الشرح}$$



فرع 1
تجمع الكليات (كلية العلوم)
فرع 2

الكورنيش الشرقي جانب MTN

مكتبة



طباعة محاضرات - قرطاسية

Mob: 0931 497 960

