كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : معادلات تفاضلية جزئية

المحاضرة : الاولى/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z




يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

مقدمة: معظم الظواهر الفيزيائية سواء كانت في الميكانيك الصرف أو سريان الحرارة يمكن أن توصف بمعادلات تفاضلية جزئية partial differential equations

تذكرة: المعادلة التفاضلية الجزئية: هي معادلة تحوي على تابع ومشتقاته مستقلة (اثنان على الأقل) والمشتقات الجزئية للتابع بالنسبة للمتحولات المستقلة

مثال: $u_t + 2u_{xx} = 0$ أو $\sin x$

ملاحظة: إذا كان عدد المتحولات المستقلة واحدة فقط فإن المعادلة ستكون معادلة تفاضلية عادية

* أمثلة عن المعادلات التفاضلية الجزئية:

1- معادلة الحرارة في البعد الواحد: من الشكل: $u_t = c\,u_{xx}$ $\quad u_t = c\Delta u$

$u(x,t)$ $u$ حرارة في الموضع $x$ واللحظة $t$

2- معادلة الحرارة في البعدين من الشكل: $u_t = a^2 u_{xx} + u_{yy}$ $\quad \Delta u = 0$

3- معادلة بلاس $u_{xx} + u_{yy} = 0$

4- معادلة الإرسال البرقي: $u_{tt} = u_{xx} + \alpha u_t + \beta u$

$\beta, \alpha$ ثوابت وسنعتبر $u$ المتغير التابع و $x$ و $y$ و $t$ المتغيرات المستقلة

## * تصنيف المعادلات التفاضلية الجزئية *

تصنف المعادلات التفاضلية الجزئية بناءً على اعتبارات عدة وهذا التصنيف له دلول مهم لأن طرق الحل المستخدمة لصنف من المعادلات يمكن أن تستخدم لحل معادلات من الصنف نفسه

تصنف حسب مايلي :

1- رتبة المعادلة التفاضلية الجزئية order : وهي رتبة أعلى مشتقة جزئية في المعادلة مثال مرتبة ثالثة $U_t = C\,U_{xxx}$

مرتبة ثانية $U_{tt} = U_{xx} + \alpha U_t + \beta U$

2- عدد المتغيرات المستقلة : مثال ثلاث متحولات $U_t = C\Delta y$

مثال: ثلاث متحولات $U_t = U_{rr} + \frac{1}{r} U_r + \frac{1}{r^2} U_{\theta\theta}$

3- صفة خطية : a وتسمى المعادلة التفاضلية الجزئية خطية Line partial differential equation إذا كان متغير التابع U وجميع مشتقاته الجزئية تظهر بصورة خطية (أي أن أمثالها في المعادلة تكون تابعة فقط للمتغيرات المستقلة)

مثال المعادلة التفاضلية الجزئية الخطية من المرتبة الأولى :

$$A(x,y)\,U_x + B(x,y)\,U_y + C(x,y)\,U = R(x,y)$$

A و B و C و R توابع لـ x و y فقط



TEL:0931497960 - Facebook Group : A to Z مكتبة

مثال: المعادلة التفاضلية الجزئية الخطية من المرتبة الثانية:

$$A(x,y)u_{xx} + B(x,y)u_{xy} + C(x,y)u_{yy} + D(x,y)u_x + E(x,y)u_y + F(x,y)u = R(x,y)$$

A، B، C، D، E، F، R توابع لـ x، y فقط

b- سمى المعادلة التفاضلية الجزئية شبه خطية quasilinear partial differential equation

إذا كانت خطية بالنسبة لأعلى مشتق يوجد المعادلة بغض النظر عن خطية المشتقات من مرتبة أقل (درجة أعلى مشتق واحد)

مثال: المعادلة التفاضلية الجزئية شبه الخطية من المرتبة الثانية

$$A(x,y,u,u_x,u_y)u_{xx} + B(x,y,u,u_x,u_y)u_{xy} + C(x,y,u,u_x,u_y)u_{yy} = R(x,y,u,u_x,u_y)$$

c- سمى المعادلة التفاضلية الجزئية نصف الخطية:

Semilinear

إذا كانت شبه خطية وأمثال أعلى مشتق من المعادلة يكون تابع فقط للمتحولات المستقلة

مرتبة أولى: $A(x,y)u_x + B(x,y)u_y = R(x,y,u)$

مرتبة ثانية: $A(x,y)u_{xx} + B(x,y)u_{xy} + C(x,y)u_{yy} = R(x,y,u,u_x,u_y)$

الجزئية

d- سمى المعادلة التفاضلية غير خطية:

nonLinear

إذا لم تكن خطية



TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

النمذجة الرياضية: كما حنا حالة المعادلات التفاضلية العادية هنا ان المسائل التطبيقية هي المصدر الأساسي للمعادلات التفاضلية الجزئية يوجد مسألة حاتي الميزياء أو الهندسة أو ...

نبدأ في بناء نموذج رياضي يمثل بصورة جيدة الحالة الحقيقية وذلك من خلال إيجاد العلاقة بين المتغيرات التفاضلية للمسألة وتحديد الشروط الملائمة (شروط ابتدائية أو حدية أو ابتدائية حدية) بعد ذلك يصوغ المسألة رياضيا فنتوصل إلى مسألة قيم ابتدائية

معادلة تفاضلية + شروط ابتدائية (من أعلى مشتق بالبنية الزمن)

2- مسألة قيم حدية: معادلة تفاضلية + شروط حدية

3- مسألة قيم ابتدائية حدية: معادلة تفاضلية + شروط ابتدائية + شروط حدية (من أعلى مشتق بالمعادلة)

بعد صياغة المسألة رياضيا نبحث فيما إذا كان:

1- الحل موجود أصلا (يوجد طرق ونظريات لإثبات وجود الحل)

2- إذا كان الحل موجود فهل هو وحيد

3- إذا كان الحل موجود ووحيد فما هو هذا الحل

وعلينا تحديد حل واحد يحقق المعادلة والشروط ويتفق مع التجربة أو الرصد وإلا فإنه علينا تعديل المعادلات

النمذجة الرياضية: استنتاج المعادلة التفاضلية التي تمثل الحالة الميزيائية وتزويدها بشروط ملائمة



TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z