كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : برمجة رياضية

المحاضرة : التاسعة/نظري/

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Zمكتبة

لحل المعادلات الجبرية نستخدم التعليمة $Solve[equations, variables]$ التي تقوم بحل المعادلات $equations$ بالنسبة للمتغيرات $variables$ ويكون التعبير عن الجذور بالشكل :

$$\{\{x \to x1\}, \{x \to x2\}, \ldots\ldots$$

ليس من الضروري وضع متغيرات في حال وجود متغير واحد فقط .

مثال : حل المعادلة $7x + 3 == 3x + 8$

$\text{Solve}[7x + 3 == 3x + 8]$

$\{\{x \to \frac{5}{4}\}\}$

لحل المعادلة $ax = b$ نلاحظ أن التعليمة Solve ستعطي الحل $x = \frac{b}{a}$. لكن في حالة $a = b = 0$ فإن أية قيمة لـ x هي حل للمعادلة . التعليمة Reduce يمكن استخدامها لعرض كل الحالات الممكنة .

$Reduce[equations, variables]$ تحل المعادلات بالنسبة للمتغيرات . كما أن هذه التعليمة تعيد $True$ إذا كانت المعادلة عبارة عن متطابقة وإلا تعيد $False$.

كما نلاحظ أن الخرج يحوي على الرموز المنطقية (&& ، ||) .

أمثلة :

$\text{Solve}[a * x == b, x]$

$\{\{x \to \frac{b}{a}\}\}$

$\text{Reduce}[a * x == b, x]$

$(b == 0 \&\& a == 0) || (a \neq 0 \&\& x == \frac{b}{a})$

إما $a = b = 0$ أو $a \neq 0$ و $x = \frac{b}{a}$.

$\text{Reduce}[x\text{^}2 - 9 == (x - 3)(x + 3), x]$

True

$\text{Reduce}[x\text{^}2 - 7 == (x - 3)(x + 3), x]$

False

عندما تحوي المعادلة أكثر من متغير يجب علينا تحديد المتغير الذي سنحل المعادلة بالنسبة له .

مثال :

$\text{Solve}[a*y+b==c*x+d]$

$\{\{b\to d+cx-ay\}\}$

$\text{Solve}[a*y+b==c*x+d,x]$

$\{\{x\to \frac{b-d+ay}{c}\}\}$

$\text{Solve}[a*y+b==c*x+d,y]$

$\{\{y\to \frac{-b+d+cx}{a}\}\}$

$\text{Solve}[a*y+b==c*x+d,a]$

$\{\{a\to \frac{-b+d+cx}{y}\}\}$

حل جملة معادلات :

لحل جملة معادلات نضع هذه المعادلات ضمن قوسي مجموعة أو يمكن تمثيل المعادلات باستخدام الرمز المنطقي && .

مثال : حل الجملة $\begin{cases} 2x+3y=7 \\ 3x+4y=10 \end{cases}$

$\text{Solve}[\{2x+3y==7,3x+4y==10\},\{x,y\}]$

$\{\{x\to 2,y\to 1\}\}$

أو

$\text{Solve}[2x+3y==7\ \&\&\ 3x+4y==10,\{x,y\}]$

في هذا المثال ليس من الضروري وضع $\{x,y\}$ لأن عدد المتغيرات = عدد المعادلات أما في حال كان عدد المتغيرات أكبر من عدد المعادلات فيجب تحديد المتغيرات التي نريد أن نحل الجملة بالنسبة لها وإلا سنحصل على الحل الافتراضي في الماثيماتكا .

مثال :

$\text{Solve}[x+2y+z==5\&\&2x+y+3z==7,\{y,z\}]$

$\{\{y \to \frac{8-x}{5}, z \to \frac{9}{5} - \frac{3x}{5}\}\}$

ملاحظة : التعليمة Solve لاتحل المعادلات الخطية فقط .

مثال :

$\text{Solve}[a * x\text{^}2 + b * x + c == 0, x]$

$\{\{x \to \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\}, \{x \to \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\}\}$

اذا كنا نريد حساب قيمة تعبير رياضي باستخدام الحلول التي تم الحصول عليها من Solve يمكن استخدام /.

مثال : حل الجملة $\begin{cases} x^2 + y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$ ثم احسب قيمة المتغير $\sqrt{x^2 + y^2}$

$s = \text{Solve}[x\text{^}2 + y == 5\&\&x + y == 3, \{x, y\}]$

$\{\{x \to -1, y \to 4\}, \{x \to 2, y \to 1\}\}$

$\text{Sqrt}[x\text{^}2 + y\text{^}2]/.s$

$\{\sqrt{17}, \sqrt{5}\}$

يمكن استخدام Solve لحل المعادلات المثلثية

مثال: حل المعادلة $Sinx = \frac{1}{2}$

$\text{Solve}[\text{Sin}[x] == 1/2, x]$

$\{\{x \to \text{ConditionalExpression}[\frac{\pi}{6} + 2\pi C[1], C[1] \in \text{Integers}]\}, \{x \to \text{ConditionalExpression}[\frac{5\pi}{6} + 2\pi C[1], C[1] \in \text{Integers}]\}\}$

أو يمكن استخدام Reduce

$\text{Reduce}[\text{Sin}[x] == 1/2, x]$

$C[1] \in \text{Integers}\&\&(x == \frac{\pi}{6} + 2\pi C[1] || x == \frac{5\pi}{6} + 2\pi C[1])$

يمكن أن تحوي جذور المعادلة حلول عقدية يتم تمثيلها بشكل قوى العدد (1-) ولكتابتها بالشكل التقليدي نستخدم ComplexExpand .

مثال :

Solve[x^3 == 1]

$\{\{x \to 1\}, \{x \to -(-1)^{1/3}\}, \{x \to (-1)^{2/3}\}\}$

Solve[x^3 == 1]//ComplexExpand

$\{\{x \to 1\}, \{x \to -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\}, \{x \to -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\}\}$

- $NSolve[equations, variables]$ تعطي حلول عددية للمعادلة .
- $NSolve[equations, variables, n]$ تعطي حلول عددية للمعادلة بدقة n منزلة .

مثال :

NSolve[x^5 + x^4 + x^3 + x + 2 == 0]

$\{\{x \to -1.\}, \{x \to -0.692656 - 1.15789i\}, \{x \to -0.692656 + 1.15789i\}, \{x \to 0.692656 - 0.786666i\}, \{x \to 0.692656 + 0.786666i\}\}$

تمرين : أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (2,5) ، (7,9) .

الحل: نعلم أن معادلة المستقيم هي : $y = ax + b$ وبما أنه مار بالنقطتين يكون :

$2a + b = 5 \ , \ 7a + b = 9$ نحلهما حل مشترك :

Solve[$2a + b == 5\&\&7a + b == 9$]

$\{\{a \to \frac{4}{5}, b \to \frac{17}{5}\}\}$

وبالتالي تكون معادلة المستقيم : $y = \frac{4}{5}x + \frac{17}{5}$

بعض التعليمات الخاصة بالكسور :

- $Numerator[\ fraction]$ تعيد بسط الكسر .
- $Denominator[\ fraction]$ تعيد مقام الكسر .
- $Cancel[\ fraction]$ تحذف العوامل المشتركة في البسط والمقام .
- $Together[\ expression]$ تقوم بتوحيد المقامات وجمع الكسور .
- $Apart[\ fraction]$ تكتب الكسر على شكل مجموع كسور جزئية .
- ExpandNumerator[expression] تقوم بنشر وتبسيط البسط فقط .
- ExpandDenominator[expression] تقوم بنشر وتبسيط المقام فقط .
- ExpandAll[expression] تقوم بنشر البسط والمقام ثم كتابة الناتج على شكل مجموع لكسور لها نفس المقام .

أمثلة :

Cancel[(x^2 + 5x + 6)/(x^2 + 3x + 2)]

$\frac{3+x}{1+x}$

Together[1/(x + 1) + 2/(x^2 − 1)]

$\frac{1}{-1+x}$

Apart[1/((Sqrt[x] + 1)(Sqrt[x] + 2))]

$\frac{1}{1+\sqrt{x}}-\frac{1}{2+\sqrt{x}}$

Numerator[x^(−1) y^(−2)/z^(−3)]

z^3

Denominator[x^(−1) y^(−2)/z^(−3)]

xy^2

Expand[(1 + x)^2]

$1 + 2x + x^2$

Expand[(1 + Sqrt[x])^6]

$1 + 6\sqrt{x} + 15x + 20x^{3/2} + 15x^2 + 6x^{5/2} + x^3$

ExpandNumerator[((x + 1)(x + 2))/((x + 3)(x + 4))]

$$\frac{2+3x+x^2}{(3+x)(4+x)}$$

ExpandDenominator[((x + 1)(x + 2))/((x + 3)(x + 4))]

$$\frac{(1+x)(2+x)}{12+7x+x^2}$$

ExpandAll[((x + 1)(x + 2))/((x + 3)(x + 4))]

$$\frac{2}{12+7x+x^2}+\frac{3x}{12+7x+x^2}+\frac{x^2}{12+7x+x^2}$$

ExpandAll[((x + 1)(x + 2))/((x + 3)(x + 4))]//Together

$$\frac{2+3x+x^2}{12+7x+x^2}$$

لحل المعادلات التفاضلية في برنامج الماثيماتكا نستخدم التعليمة $DSolve$ ويتم الفصل بين طرفي المعادلة باستخدام (==)

$DSolve[equation, y[x], x]$ تعطي الحل العام للمعادلة التفاضلية التي متغيرها المستقل هو x .

مثال : حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = x + y$

$$\text{DSolve}[y'[x] == x + y[x], y[x], x]$$

$$\boxed{\{\{y[x] \to -1 - x + e^x C[1]\}\}}$$

- من الضروري جداً كتابة $y[x]$ وليس y داخل المعادلة التفاضلية وكذلك الأمر بالنسبة للمشتقات $y'[x]$ ، $y''[x]$ ، ....

مثال :

$$\text{DSolve}[y'[x] == x + y, y[x], x]$$

```
DSolve::dvnoarg: The function _y_ appears with no arguments. ≫
```

- عند حل معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى بدون شروط ابتدائية فإن الحل سيحوي ثابت اختياري هو $c[1]$ وكذلك $c[2]$ ، $c[3]$ ، .... إذا كانت المعادلة من مراتب عليا . يمكن تغيير هذا الثابت باستخدام الخيار GeneratedParameters .

مثال :

$$\text{DSolve}[y'[x] == x + y[x], y[x], x, \text{GeneratedParameters} \to \text{mm}]$$

$$\boxed{\{\{y[x] \to -1 - x + e^x \text{mm}[1]\}\}}$$

- يمكن حل المعادلات التفاضلية من مراتب عليا في برنامج الماثيماتكا ولتمثيل المشتقات يمكن استخدام $y'[x]$ ، $y''[x]$ ، ....أو بدلاً من ذلك يمكن استخدام D أو ∂ أو Derivative

مثال :

$$\text{DSolve}[y''[x] + y[x] == 0, y[x], x]$$

$$\boxed{\{\{y[x] \to C[1]\text{Cos}[x] + C[2]\text{Sin}[x]\}\}}$$

أو :

$$\text{DSolve}[D[y[x], \{x, 2\}] + y[x] == 0, y[x], x]$$

أو :

$$\text{DSolve}[\partial_{\{x,2\}} y[x] + y[x] == 0, y[x], x]$$

أو :