كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : برمجة رياضية

المحاضرة : الرابعة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

النهايات :

يقوم برنامج الماثيماتكا بإيجاد النهاية دائماً ، وقد يستخدم طرق معقدة لفك عدم التعيين وإيجاد أفضل وأدق ناتج للنهاية .

لحساب نهاية الدالة $f(x)$ عندما $x \to a$ في برنامج الماثيماتكا نكتب :

$Limit[\, f[x] \,, x \to a \,]$.

مثال : أوجد $\lim_{x\to 2} \frac{x^5-32}{x^3-8}$.

```
Limit[(x^5 - 32)/(x^3 - 8), x → 2]
```

$\frac{20}{3}$

لحساب النهاية من اليمين ومن اليسار نستخدم التعليمة $Direction$.

- **$Direction \to 1$ تحسب النهاية من اليسار (بقيم أصغر)**
- **$Direction \to -1$ تحسب النهاية من اليمين (بقيم أكبر)**

في حال لم تكتب النهاية سيأخذها بشكل تلقائي من اليمين .

مثال : أوجد $\lim_{x\to 0} \frac{|x|}{x}$.

```
Limit[Abs[x]/x , x → 0]
```

1

نلاحظ أنه تم تحديد النهاية من اليمين فقط لأنه لم يتم تحديد أي اتجاه .

لحساب النهاية من اليسار نكتب :

```
Limit[ Abs[x]/x , x → 0 , Direction → 1]
```

−1

نلاحظ أن النهاية غير موجودة لأن النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار .

برنامج الماثيماتكا يحسب النهاية من عند ∞ .

مثال : أوجد $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+3x+4}{x^2+1}$.

```
Limit[(2x^2 + 3x + 4)/(x^2 + 1), x → Infinity]
```

2

أوجد $\lim_{x\to 0}\frac{Tan\,x-x}{x^3}$

```
Limit[(Tan[x] − x)/x^3, x → 0]
```

$\frac{1}{3}$

نعلم أنه لكي يكون للدالة $f(x)$ نهاية عند x1 يجب أن تكون هذه النهاية وحيدة أي :

$$\lim_{x\to x1} f(x) = \lim_{x\to x1} f(x)$$

تمرين :

عرف دالة وسمها limitq تختبر ما إذا كان هناك نهاية للدالة $f(x)$ عند x1 .

ثم طبق دالة الاختبار على الدوال :

1) $f(x) = \lim_{x\to 0}\frac{1}{x}$
2) $g(x) = \lim_{x\to 0}\frac{|x|}{x}$
3) $h(x) = \lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2}$
4) $f(x) = \lim_{x\to 0}\frac{\sin(7x)}{3x}$

الحل:

```
limitq[f_, x1_]:= (
a = Limit [ f[x] , x → x1 , Direction → 1 ];
b = Limit [ f[x], x → x1, Direction → −1 ];
```

```
If [a == b, Print [a ," النهاية موجودة وهي "] , Print ["النهاية غير موجودة"] ]
)
```

```
f[x_]:= 1/x;
limitq[f, 0]
```

النهاية غير موجودة

```
g[x_]:= Abs[x]/x;
limitq[g, 0]
```

النهاية غير موجودة

```
h[x_]:= 1/x^2;
limitq[h, 0]
```

النهاية موجودة وهي ∞

```
s[x_]:= Sin[7x]/(3x);
limitq[s, 0]
```

النهاية موجودة وهي $\frac{7}{3}$

الاستمرار :

نعلم أن الدالة $f(x)$ تكون مستمرة عند نقطة $x1$ إذا تحقق :

$$\lim_{x \to x1^{>}} f(x) = \lim_{x \to x1^{<}} f(x) = f(x1)$$

تمرين :

عرف دالة وسمها $countinusq$ تختبر ما إذا كانت الدالة $f(x)$ مستمرة عند النقطة x1 أم غير مستمرة . ثم تحقق من خلالها ما إذا كانت الدالة التالية مستمرة عند الصفر.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; x \leq 0 \\ 1 & ; x > 0 \end{cases}$$

الحل :

```
countinusq [f_,x1_]:= (
a = Limit [ f[x] ,x → x1 , Direction → 1 ];
b = Limit [ f[x],x → x1, Direction → −1 ];

c= f[x1] ;
If [a == b == c, Print[ x1 , "  الدالة مستمرة عند  "] ,
Print[x1 , "  الدالة غير مستمرة عند  "]] )
f[x_]:= 0/; x ≤ 0
f[x_]:= 1/; x > 0
countinusq [f, 0]
```

الدالة غير مستمرة عند 0

مكتبة A to Z