كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : برمجة رياضية

المحاضرة : **الثالثة/نظري/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

2025

4

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

أولاً : تعريف الدوال

- تعريف الدوال بقاعدة ربط واحدة :

لتعريف دالة f بمتغير واحد نكتب : قاعدة الربط $f[x_] =$

أو قاعدة الربط $f[x_]:=$

وضع (_) بجانب المتغير x ضروري جداً عند تعريف الدالة ، فمنها سيعرف البرنامج أن x متغير الدالة التي سيستبدلها برمز أو رقم .

مثال : عرف الدالة $f(x) = x^2 + x^3$ ثم أوجد : $f(2)$ ، $f(2x)$ ، $f(e^x)$ ، $f(\lambda)$

```
f[x_] = x^2 + x^3;
f[2]
```

12

```
f[2x]
```

$4x^2 + 8x^3$

```
f[Exp[x]]
```

$e^{2x} + e^{3x}$

```
f[λ]
```

$\lambda^2 + \lambda^3$

كذلك يمكن تعريف الدوال بأكثر من متغير .

مثال : عرف الدالة : $f(x,y) = x^2 + y^3$ و أوجد $f(2,3)$ و $f(3,2)$.

ثم عرف الدالة : $g(x,y,z) = x + yz$ وأوجد $g(2,3,4)$.

```
f[x_,y_] = x^2 + y^3;
f[2,3]
```

31

$f[3,2]$

17

$g[x_,y_,z_] = x + y * z;$

$g[2,3,4]$

14

- <u>تعريف الدوال بعدة قواعد ربط :</u>

لتعريف الدالة :

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) & ; \quad x \le a \\ f_2(x) & ; \quad x > a \end{cases}$$

نكتب :

$f[x_]:= f_1(x) \quad /; x <= a$

$f[x_]:= f_2(x) \quad /; x > a$

هنا وضع (:) قبل (=) ضروري جداً .

مثال : عرف الدالة $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; \quad x \le 2 \\ 8 - 2x & ; \quad x > 2 \end{cases}$ وأوجد $f(4)$ و $f(-4)$

$f[x_]:= x^2 \quad /; x <= 2$

$f[x_]:= 8 - 2x \quad /; x > 2$

$f[-4]$

16

$f[4]$

0

<u>ثانياً : رسم الدوال</u>

- $Plot[f[x], \{x, xmin, xmax\}]$ تقوم برسم الدالة رسماً ثنائي الأبعاد على المجال $xmin \le x \le xmax$.

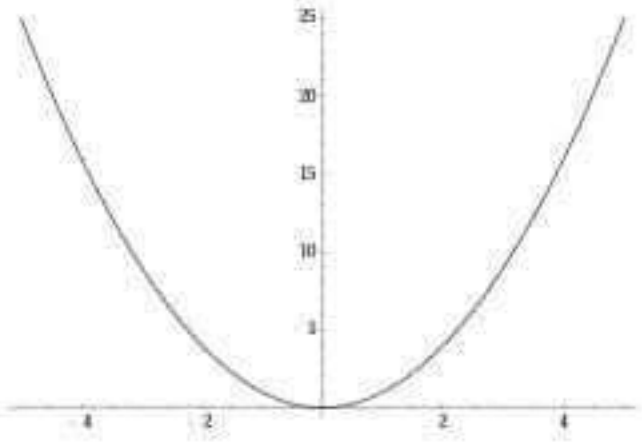
- $Plot[\{f[x], g[x]\}, \{x, xmin, xmax\}]$ تقوم برسم الدالتين $f[x], g[x]$ في نفس جملة المحاور الإحداثية . وكذلك يمكن استخدام هذه الدالة لرسم ثلاث دوال وأكثر .

أمثلة:

✓ ارسم الدالة $f(x) = x^2$ على المجال $[-5, 5]$.

$f[x_] = x\text{^}2$;

$\mathbf{Plot}[f[x], \{x, -5, 5\}]$



✓ ارسم $y = x^3$, $y = x^2$, $y = x$ حيث $0 \le x \le 1$ في نفس جملة المحاور .

$\mathbf{Plot}[\{x, x\text{^}2, x\text{^}3\}, \{x, 0, 1\}]$

✓ عرف الدالة :

$$f(x) = \begin{cases} -x & ; \quad x \le 0 \\ x^2 & ; \quad 0 < x \le 3 \\ 18 - 3x & ; \quad x > 3 \end{cases}$$

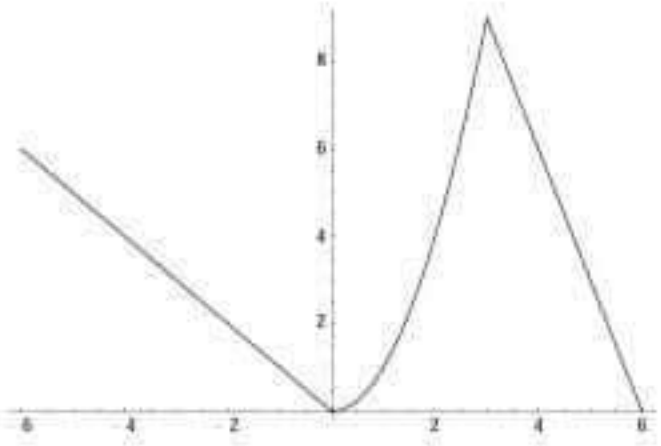
ثم ارسمها ضمن المجال $[-6, 6]$

$f[x_] := -x \qquad /; x <= 0$

$f[x_]:= x^2 \quad /; \quad 0 < x <= 3$

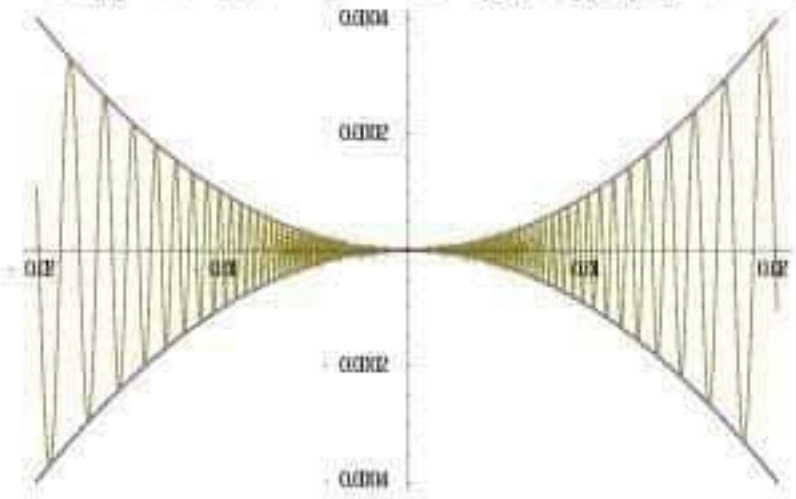
$f[x_]:= 18 - 3x \quad /; x > 3$

$\mathbf{Plot}[f[x], \{x, -6,6\}]$



✓ ارسم الدوال $y = -x^2$ ، $y = x^2$ ، $y = x^2 Sin(\frac{1}{x})$ على المجال $[-0.02,0.02]$ على نفس جملة المحاور الإحداثية .

$\mathbf{Plot}[\{-x\text{^}2, x\text{^}2, x\text{^}2\mathbf{Sin}[1/x]\}, \{x, -0.02,0.02\}]$



قد تُعطى بعض الدوال بصيغة تراجعية أي أن كل حد يُعطى بدلالة الحدود التي قبله .

مثال : متتالية فيبوناتشي .

نعلم أن متتالية فيبوناتشي معرفة بالشكل : $F_1 = 1$

$F_2 = 1$

$F_n = F_{n-2} + F_{n-1} \quad ; n \geq 3$

أوجد الحد35 منها .

الحل : (بناء الدالة) $F[1] = 1;$

```
F[2] = 1;
F[n_]:= F[n − 2] + F[n − 1]

F[35]
```

```
9227465
```

عند إجراء العملية سنلاحظ أنها تستغرق وقت لإيجاد النتيجة ، لمعرفة الزمن المستغرق لإنجاز العملية نستخدم التعليمة Timing [*expretion*] أو بالشكل *expretion*//Timing وبالتالي يكون لدينا :

```
F[35] // Timing

{ 23.828125 , 9227465 }
```

لحل هذه المشكلة سنحفظ قيم الدالة f في الذاكرة وبالتالي لن يضطر البرنامج لحسابها في كل مرة .

```
F[1] = 1 ;

F[2] = 1;
F[n_]:= F[n] = F[n − 2] + F[n − 1]
```

بواسطتها ستُحفظ قيم الدالة من أجل كل n

```
F[35]  // Timing

{ 0. , 9227465 }
```

ثالثاً : العمليات على الدوال

لتكن g , f دالتين معرفتين على مجال D ، نعرف مجموعهما وفرقهما وجداؤهما وحاصل قسمتهما بالشكل :

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \qquad ; x \in D$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) \qquad ; x \in D$$

$$(f\ g)(x) = f(x)g(x) \qquad ; x \in D$$

$$(f\ /g)(x) = f(x)/g(x) \qquad ; x \in D \quad \& \quad g(x) \neq 0$$

إذا كانت x عدد من مجال g بحيث يكون $g(x)$ في مجال f عندئذ يمكن أن نعرف التركيب fog بالشكل : $(fog)(x) = f(g(x))$

بنفس الطريقة نعرف gof .

المثال التالي يوضح كيفية القيام بهذه العمليات في برنامج الماثيماتكا .

```
f[x_] = Sqrt[x];
g[x_] = x^2 + 2x + 3;
f[x_] + g[x_]
```
$3 + \sqrt{x} + 2x + x^2$
```
f[x] - g[x]
```
$-3 + \sqrt{x} - 2x - x^2$
```
f[x]g[x]
```
$\sqrt{x}(3 + 2x + x^2)$
```
(f[x]) / (g[x])
```
$\sqrt{x}/(3 + 2x + x^2)$
```
f[g[x]]
```
$\sqrt{(3 + 2x + x^2)}$
```
g[f[x]]
```
$3 + 2\sqrt{x} + x$

يمكن تركيب دالتين أو أكثر باستخدام التعليمة *Composition* :

Composition$[f1, f2, f3, \ldots\ldots][x]$ تقوم بإيجاد $f1\ o\ f2\ o\ f3\ \ldots\ldots$.

مثال :

```
f[x_] = Sqrt[x];
g[x_] = x^2 + 2x + 3;
Composition[f, g][x]
```
$\sqrt{3 + 2x + x^2}$
```
Composition[g, f][x]
```
$3 + 2\sqrt{x} + x$

تمرين وظيفة : قم ببناء دالة تقوم بحساب القيمة المطلقة لعدد ، ثم طبقها على العددين -3 , 3

مكتبة A to Z