كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : معادلات تفاضلية١

المحاضرة : الاولى/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

القسم: رياضيات — المادة: معادلات تفاضلية (1)

السنة: الثانية — المحاضرة: الأولى نظري

- المفاهيم الأساسية في المعادلات التفاضلية.
- المعادلات التفاضلية من المرتبة الأولى والدرجة الأولى.
- " " " " " والدرجات العليا.
- " " " مراتب عليا.
- " " المرتبة الثانية.
- " " من المراتب العليا.

المفاهيم الأساسية في المعادلات التفاضلية:

1. المعادلة التفاضلية: هي علاقة تحوي على تابع ومشتقات هذا التابع بالنسبة لمتحول مستقل أو أكثر.
2. تصنيف المعادلات التفاضلية:

تصنف المعادلات التفاضلية بحسب عدد متحولاتها المستقلة إلى:

① معادلات عادية ② معادلات تفاضلية جزئية.

3. المعادلات التفاضلية العادية: هي كل علاقة تحوي على تابع y ومتحول مستقل x ومشتقات هذا التابع بالنسبة للمتحول المستقل

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0 \quad , \quad y' = \frac{dy}{dx} \quad , \quad y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$$

(المتحول — التابع — المشتقات)

4. المعادلات التفاضلية الجزئية: هي كل علاقة تحوي على تابع z ومتحولين مستقلين أو أكثر y و x والمشتقات الجزئية لتابع z بالنسبة للمتحولات المستقلة وتكتب بالشكل:

$$F(x, y, z, \frac{dz}{dx}, \frac{dz}{dy}, \dots) = 0$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

5. رتبة معادلة تفاضلية: هي رتبة أعلى مشتقة تحوي المعادلة

6. درجة " " : " درجة " " " "

جبرياً وشرطها على صورة خالية من الجذور. (درجة أي قوى)

أمثلة:

1. $x^2 y'' + \ln x\, y''^3 y' = (\ln x)\, y^5$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية ودرجة الدرجة الأولى.

2. $y''^2 + 2y y'^5 = 0$ (عادية)

معادلة تفاضلية عادية من المرتبة الثانية والدرجة الثانية

3. $(x+y)\,dx + (x+y)\,dy = 0$

معادلة تفاضلية عادية من المرتبة الأولى والدرجة الأولى.

4. $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ معادلة تفاضلية جزئية.

5. $(1+y'^2)^{\frac{3}{2}} = 3y''$ نربع الطرفين

$(1+y'^2)^3 = 9y''^2$

معادلة تفاضلية عادية من المرتبة الثانية والدرجة الثانية.

6. $y'' + 5\sqrt{x}\,y = 0$ معادلة تفاضلية خطية عادية من المرتبة الثالثة والدرجة الأولى.

7. حل معادلة تفاضلية:

نقول عن تابع $y = f(x)$ أنه حل للمعادلة التفاضلية

$F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$ إذا كان: ① قابل للإشتقاق (n) مرة

② يحقق المعادلة التفاضلية $F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$

مثال $y' + y = 0$

x و $y = ce^{-x}$ حل هو حل للمعادلة؟

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

الحل: $y = \cos x$

$y' = -\sin x$

$y'' = -\cos x$ نعوض في المعادلة: $y'' + y = 0$

$-\cos x + \cos x = 0$ تحقق المعادلة

$\Rightarrow y = \cos x$ حل للمعادلة التفاضلية.

8. تكامل المعادلة التفاضلية: يعني تكامل: هو الخط البياني لتابع $y = f(x)$ الذي يمثل حل المعادلة التفاضلية

1. $F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$

9. الحل العام لتكامل العام للمعادلة التفاضلية:

معادلة تفاضلية من مرتبة (n) حلها يحتوي على (n) من الثوابت الاختيارية وتسمى المعادلة التفاضلية

2. $y = \phi(x, c_1, c_2, \dots, c_n)$

حيث $c_n, \dots, c_2, c_1$ ثوابت اختيارية مستقلة عددها يساوي مرتبة المعادلة.

إذا لم نتمكن من كتابة الحل العام للمعادلة على شكل (2) وإنما على شكل تابع ضمني (غير محلول بالنسبة لـ y) عندها نسمي: $\phi(x, y, c_1, c_2, \dots, c_n)$ تكامل عام

10. الحل الخاص: هو كل حل للمعادلة التفاضلية نحصل عليه من صيغة الحل العام بإعطاء الثوابت الاختيارية قيماً محددة.

مثال: أوجد الحل الخاص الذي يحقق $M_1(0, 1)$ $M_2\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$

الحل العام للمعادلة: $y = c_1 \cos x + c_2 \sin x$

M_1 نعوض: $1 = c_1$

M_2 نعوض: $0 = c_2$

$\Rightarrow$ حل خاص $y = \cos x$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

1) **الحل الشاذ:** هو كل حل للمعادلة التفاضلية لا يمكن الحصول عليه من صيغة الحل العام بإعطاء الثوابت قيماً محددة.

مثال: $y^2 - 9y = 0$

الحل العام $y = (x+c)^2$

$y = 0$ حل شاذ للمعادلة لأنه لا يمكن الحصول عليه من صيغة الحل العام للمعادلة بإعطاء قيمة معينة لـ (c)

2) **تشكيل المعادلات التفاضلية:**

a) من مجموعة منحنيات

b) من بعض المسائل الهندسية الفيزيائية

a) نفرض لدينا العلاقة التالية: $f(x, y, c_1, c_2, \dots, c_n) = 0$

تمثل معادلة مجموعة من المنحنيات استوائية لأي لكل قيمة نعطي لثوابت $c_1, c_2, \dots, c_n$ تعين منحنى من المستوي باشتقاق هذه العلاقة (n) من المرات نحصل على $(n+1)$ علاقة جبرية (مع العلاقة الأصلية طبعاً) بعد ذلك الثوابت نحصل على معادلة تفاضلية من المرتبة (n) $f(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$

مثال ①: $y = cx + 5$ ①

$y' = c$ ② نعوض في ①

$y = y'x + 5$ معادلة تفاضلية.

② $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 25$ نشتق مرتين

② $2(x-a) + 2(y-b)y' = 0$

$2 + 2y'y' + 2(y-b)y'' = 0$

③ $1 + y'^2 + (y-b)y'' = 0$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

من (3) $(y-b) = -\left(\frac{1+y'^2}{y''}\right)(x-a)$ ..... (4)

من (2) $\frac{(1+y'^2)}{y''} y' = (x-a)$

$(x-a) = \frac{(1+y'^2)y'}{y''}$

نعوض في (4) و (5) في (1)

$$\left(\frac{(1+y'^2)y'}{y''}\right)^2 + \frac{(1+y'^2)^2}{y''^2} = 25$$

$$\frac{(1+y'^2)^2(y'^2+1)}{y''^2} = 25$$

$(1+y'^2)^3 = 25\, y''^2$ معادلة تفاضلية

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة