كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : الهندسة التحليلية

المحاضرة : **الثالثة/نظري/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

مثال: عيّن الإحداثيات المناسبة لبقية المعادلة الآتية:
التالية كي تحتفظ المعادلة الخطية بنفس المعادلة الآتية.

$x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-2=0$

الحل: بفرض أن مركز الجملة الجديدة هو النقطة

$o(x_o,y_o,z_o)$

بتطبيق دساتير الانسحاب

$x=x_o+X$ و $y=y_o+Y$ و $z=z_o+Z$.

بالتعويض في المعادلة:

$$(x_o+X)^2+(y_o+Y)^2+(z_o+Z)^2-2(X+x_o)+4(y_o+Y)-2(z_o+Z)-2=0$$

بالاختصار والإصلاح.

$$X^2+Y^2+Z^2+(2x_o-2)X+(2y_o+4)Y+(2z_o-2)Z+x_o^2+y_o^2+z_o^2-2x_o+4y_o-2z_o-2=0$$

ولكي تنعدم الحدود الخطية مع حذف المعادلة يجب أن تكون
أمثال الحدود الخطية مساوية للصفر

$2x_o-2=0 \Rightarrow x_o=1$ و $2y_o+4=0 \Rightarrow y_o=-2$

$2z_o-2=0 \Rightarrow z_o=1 \Rightarrow o(1,-2,1)$.

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

جبر المتجهات: الجداء السلمي (الداخلي) لمتجهين ليكن

$$\vec{u} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$$
$$\vec{v} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$$

متجهين: إنه الجداء السلمي لمتجهين والذي يرمز له بالرمز $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$ و $\vec{u}.\vec{v}$ يعطى بالعلاقة

$$\vec{u}.\vec{v} = \langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = |\vec{u}|.|\vec{v}|.\cos(\vec{u},\vec{v})$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$
$$|\vec{v}| = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}$$

وكذلك $\vec{u}.\vec{v} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$.

$\vec{u}.\vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$

الجداء الخارجي (المتجهي) لمتجهين

- إذا كان $\vec{u}, \vec{v}$ متجهين فإنه الجداء الخارجي للمتجهين $\vec{u}, \vec{v}$ هو متجه نرمز له بالرمز $\vec{u} \wedge \vec{v}$ يحقق

صفاته: يوازي المستوي الذي يحوي المتجهين $\vec{u}, \vec{v}$ حيث يكون بحيث يشكل مع $\vec{u}, \vec{v}$ ثلاثي مباشر.

طوليته:

$$|\vec{u} \wedge \vec{v}| = |\vec{u}|.|\vec{v}|.\sin(\vec{u},\vec{v})$$

ملاحظة: إذا كان $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{w}$ فإن $\vec{v} \wedge \vec{u} = -\vec{w}$

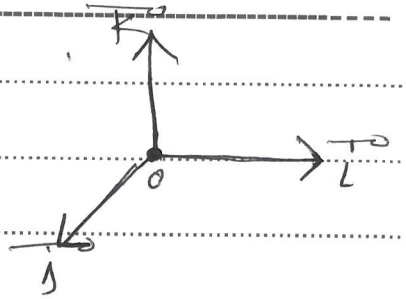
$\vec{u} \wedge \vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{u} // \vec{v}$ (2

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$\vec{i}\wedge\vec{j}=\vec{k}$ | $\vec{j}\wedge\vec{i}=-\vec{k}$

$\vec{j}\wedge\vec{k}=\vec{i}$ | $\vec{k}\wedge\vec{j}=-\vec{i}$

$\vec{k}\wedge\vec{i}=\vec{j}$ | $\vec{i}\wedge\vec{k}=-\vec{j}$.



بفرضه $\vec{u}=x_1\vec{i}+y_1\vec{j}+z_1\vec{k}$

$\vec{v}=x_2\vec{i}+y_2\vec{j}+z_2\vec{k}$

$$\vec{u}\wedge\vec{v}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

$$i\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}+j\begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}+k\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}.$$

ملاحظة: إنّ حاصل الجداء الخارجي للمتجهين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ يساوي مساحة متوازي الأضلاع الذي ضلعاه المتجهان هما $\vec{u}$ و $\vec{v}$.

إذا أُخذ ثلاثة متجهات متوازية الأضلاع نحسب الجداء الخارجي ونأخذ الطويلة.

الجداء المختلط: يكون لثلاثة متجهات يرمز له

$(\vec{u},\vec{v},\vec{w})=\vec{u}(\vec{v}\wedge\vec{w})$.

والقيمة المطلقة للناتج تعبر عن الحجم الذي

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

على حجم متوازي السطوح المائل الذي حروفه هي المتجهات الثلاث $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$.

$$\vec{u} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$$
$$\vec{v} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$$
$$\vec{w} = x_3\vec{i} + y_3\vec{j} + z_3\vec{k}.$$

$$(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = \vec{u}.(\vec{v} \wedge \vec{w})$$

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

ملاحظة: تقع المتجهات $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ في مستوٍ واحد إذا وفقط إذا تحققت $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = 0$.

مثال: ABC مثلث رؤوسه $A(6, -10, 0)$, $B(10, 0, -5)$, $C(6, 10, 10)$.

اثبت أن المثلث قائم واحسب مساحته.

$$\vec{AB} = -5\vec{i} + 10\vec{j} - 5\vec{k}$$
$$\vec{BC} = -5\vec{i} + 10\vec{j} + 15\vec{k}.$$
$$\vec{CA} = -20\vec{j} - 10\vec{k}.$$
$$\vec{AB}.\vec{BC} = 25 + 100 - 75$$
$$100 - 100 = 0.$$

المثلث ABC قائم الزاوية

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{150} = 5\sqrt{6}$ و $|\overrightarrow{BC}| = 5\sqrt{14}$ بما أن

$|CA| = 10\sqrt{5}$

$S = \frac{|AB| \cdot |BC|}{2} = \frac{5\sqrt{6} \cdot 5\sqrt{14}}{2}$

المحيط $= 5\sqrt{6} + 5\sqrt{10} + 10\sqrt{5}$

الفصل الثالث: المستوي:

معادلة مستوي يمر بنقطة معلومة ويعامد متجه معلوم.

إن معادلة المستوي P المار بالنقطة المعلومة $M_0(x_0, y_0, z_0)$ والذي يعامد المتجه $\vec{n}(p, q, r)$ يأخذ الشكل

$\forall m(x, y, z) \in P \Leftrightarrow \vec{n} \perp \overrightarrow{M_0M}$

$\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M} = 0$

$\overrightarrow{M_0M} = (x - x_0, y - y_0, z - z_0)$.

$p(x - x_0) + q(y - y_0) + r(z - z_0) =$

$px + qy + rz - (px_0 + qy_0 + rz_0) = 0$

h

$P: px + qy + rz + h$

ونسميها المعادلة العامة للمستوي.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة