كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : احتمالات واحصاء

المحاضرة : **الخامسة/نظري/**د . سراب

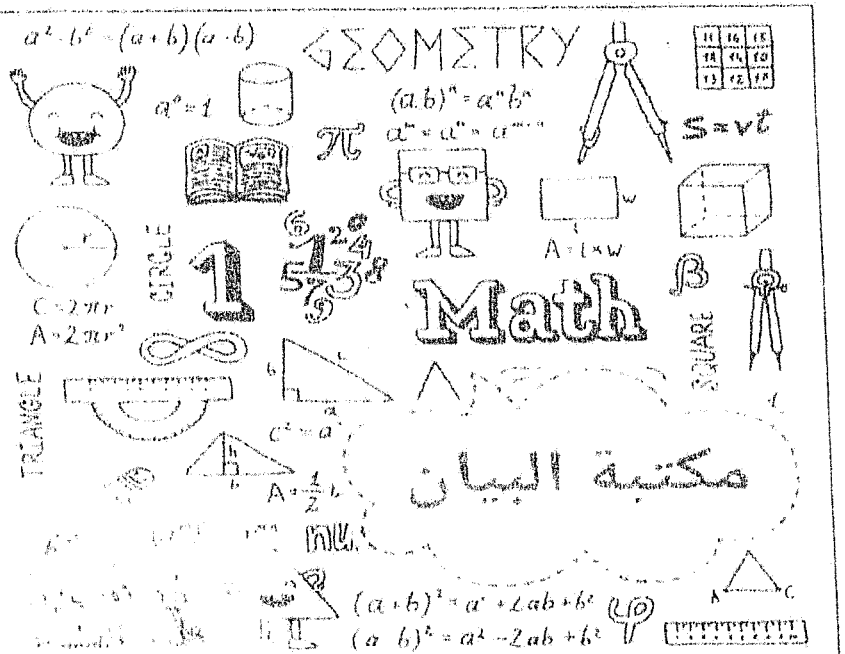
{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960



السنة: الأولى
نظري / عملي
المادة: مبادئ إحصاء واحتمالات
المحاضرة: السادسة

2- الحدث:

إذا كان لدينا تجربة عشوائية مجموعة نتائجها Ω

$$\Omega = \{ w_1 , w_2 \ldots w_n \}$$

حيث n عدد محدد.

عندئذ كل مجموعة جزئية من Ω تمثل حدث وإذا كانت هذه المجموعة مؤلفة من نتيجة واحدة عندها ندعو الحدث بالحدث الأولي (الابتدائي أو البسيط)

بينما تسمى الأحداث التي تحوي على أكثر من عنصر واحد حدثاً مركباً.

وعادة يرمز للأحداث بأحد الرموز الكبيرة التالية:

$A, B, C, D, \ldots$

مثال:

ألقينا قطعة نقود متوازنة ثلاث مرات فعندئذ يكون مجموعة النتائج Ω هي بالشكل

$$N(\Omega) = 2^3 = 8$$

$$\Rightarrow \Omega = \{ hhh, hht, hth, thh, htt, tth, tht, hht \}$$

عندئذ نأخذ المجموعات الجزئية التالية من Ω

$A = \{ hht, hth, thh \}$

وهو حدث مركب

$B = \{ tht, htt, hht \}$

$C = \{ ttt \}$

وهو حدث بسيط

$D = \{ hhh \}$

نلاحظ أن هذه المجموعات الجزئية A, B, C, D من Ω تشكل أحداثاً عشوائية ونلاحظ أن الحدثين C, D هما حدثان بسيطان (ابتدائيان) بينما A, B هما حدثان مركبان.

ملاحظات:

1- ندعو مجموعة النتائج Ω بمجموعة الحوادث الابتدائية

مكتبة الميزان للاستنساخ

2- نقول عن الحدث A مثلاً أنه قد وقع إذا كانت النتيجة a التي حصلنا عليها تنتمي للحدث A ونكتب:

الحدث a يقع إذا كان $a \in A$

3- إذا كانت النتيجة a التي حصلنا عليها لا تنتمي للحدث A فإننا نقول عن الحدث A أنه لم يقع ونكتب:

الحدث a لا يقع إذا كان $a \notin A$

4- هناك حدثان خاصان وهامان هما

الحدث الأكيد Ω

والحدث المستحيل $\emptyset$

- أهم العمليات على الأحداث:

1- تقاطع حدثين:

ليكن لدينا حدثين A و B نرمز لتقاطع هذين الحدثين بالرمز

$A \cap B$

وهو حدث جديد يقع إذا وقع الحدث A والحدث B معاً

$A \cap B = \{ w ; w \in A \text{ و } w \in B \}$

2- اتحاد حدثين (اجتماع):

نرمز له بالرمز

$A \cup B$

وهو حدث جديد يقع إذا وقع أحد الحدثين A أو B.

$A \cup B = \{ w ; w \in A$ أو $w \in B \}$

ج- فرق حدثين:

نرمز له بالرمز $A \setminus B$ وهو حدث يقع إذا وقع الحدث A ولم يقع الحدث B

$A \setminus B = \{ w, w \in A, w \notin B \}$

أو بشكل آخر

$B \setminus A = \{ w, w \in B, w \notin A \}$
$= B \cap \bar{A}$

تعريف:

الحدثان المتنافيان:

نقول عن الحدثين A_1, A_2 أنهما متنافيان إذا لم توجد نقاط مشتركة بينهما

(أي نقاط تنتمي إلى كلا الحدثين)

ونعبر عن ذلك رياضيا:

$A_1 \cap A_2 = \emptyset$

تعريف:

متمم الحدث:

ليكن لدينا الحدث A عندئذ نعرف متمم الحدث A الذي نرمز له بالرمز $\bar{A}$ (أو أحيانا A')

بأنه مجموعة النقاط التي تنتمي إلى Ω ولا تنتمي إلى الحدث A ونعبر عنها بالشكل التالي

$\bar{A} = \{ a ; a \in \Omega , a \notin A \}$

ملاحظات هامة:

(1) $\bar{\Omega} = \phi$

(2) $\bar{\phi} = \Omega$

(3) $A \cap \Omega = A$

(4) $A \cup \Omega = \Omega$

(5) $A \cap \phi = \phi$

(6) $A \cup \phi = A$

(7) $A \cup \bar{A} = \Omega$

(8) $A \cap \bar{A} = \phi$

(9) $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

(10) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

وهما قانون ديمورغان

3- الاحتمال:

لكن لدينا تجربة عشوائية ونفرض أن مجموعة نتائج هذه التجربة متنهية

وإذا كانت الأحداث العشوائية لهذه التجربة لها نفس الفرصة في الوقوع (من الدرجة 1)

فإننا نعرف احتمال وقوع الحدث A المتعلق بهذه التجربة كما يلي

$$p(A) = \frac{\text{عدد الحالات الملائمة لوقوع الحدث } A}{\text{عدد الحالات الممكنة}} = \frac{m}{n} \quad ; \quad m \leq n$$

نستنتج من تعريف الاحتمال ما يلي:

الخواص العامة للاحتمال:

1- من أجل أي حدث وليكن A يكون لدينا

$$0 \leq p(A) \leq 1$$

أو كتابة بالشكل

$$p(A) \in [0, 1]$$

2- احتمال الحدث المستحيل هو العدد

$$p(\emptyset) = 0$$

3- إذا كان A و B حدثين غير متنافيين يكون لدينا

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

4- إذا كان A و B حدثان متنافيان يكون لدينا

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

بما أن

$$p(A \cap B) = 0$$

لأنهما متنافيان

مكتبة البيان مصياف
0934952102

5 ـ احتمال الحدث المتمم

نفرض لدينا الحدث A متحققه هو $\bar{A}$

عندئذ يكون احتمال $\bar{A}$

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

ضابعيا أن

$$p(A) + p(\bar{A}) = 1$$

6 ـ إذا كان A محتوى في B أي $A \subseteq B$

فإن

$$p(A) \leq p(B)$$

7 ـ إذا كان A ، B حدثان ولدينا $A \subseteq B$

فإن احتمال

$$p(B - A) = p(B) - p(A)$$

8 ـ نستطيع تعميم الخاصة 4 من خواص الاحتمال بالشكل التالي

إذا كان:

$A_1, A_2, \ldots, A_n$

أحداث متنافية مثنى مثنى

عندئذ يكون:

$$p\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} p(A_i)$$

$$p(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots \cup A_n) = p(A_1) + p(A_2) + \ldots + p(A_n)$$

- يمكن أيضاً تعميم الخاصة 3 وذلك من أجل ثلاثة أحداث A ، B ، C

وهي أحداث غير متنافية

عندئذ يكون

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

هذا يستطيع استخدام التعريف التقليدي للاحتمال

بأن

يكون n عدد نتائج وأن يكون الأحداث الابتدائية

نفس الفرصة في الوقوع (غير المتحيز)

فإذا اختل أحد الشروط

لا يستطيع استخدام هذا التعريف

مثال:

القاء قطعة نقود متوازنة ثلاث مرات متتالية والمطلوب

1 حدد مجموعة الحوادث الابتدائية وما عدد هذه الحوادث

2 أوجد احتمال أن نحصل على الوجه h في المرات الثلاث

3 أوجد احتمال أن نحصل على الوجه t في المرات الثلاث.

الحل:

1) مجموعة الحوادث الابتدائية

$$n = \{hhh, hht, hth, thh, ttt, tth, tht, htt\}$$

$\Rightarrow N(\Omega) = 2^3 = 8$

ج) نفرض الحدث A

هو حدث الحصول على الوجه A في المرات الثلاث

وبالتالي يكون احتمال A

$P(A) = P(\{hhh\}) = \frac{1}{8}$

ب) نفرض الحدث B

هو حدث الحصول على الوجه t مرتين

$B\{thh, tht, htt\}$

$\Rightarrow P(B) = \frac{3}{8}$

مثال:

اذا كان احتمال أن ينجح طالب ما في امتحان مقرر الاحتمالات هو 0,80 واحتمال أن ينجح في مقرر الاحصاء 0,70 واحتمال أن ينجح في أحد المقررين على الأقل 0,60

عندئذ

ما احتمال أن ينجح في المقررين معاً

الحل

نفرض الحدث A

هو حدث نجاح الطالب في مقرر الاحتمالات

الحدث B:
هدف تلاميذ الطالب في مقرر الإحصاء

ليكن الفرض أن احتمال A

$P(A) = 0,80$

$P(B) = 0,70$

$P(A \cup B) = 60$

والمطلوب

$P(A \cap B) = ?$

الحل:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$= 0,80 + 0,70 - 0,60$

$= 0,90$

مثال 3:

ألقيت قطعة نقود متوازنة ثلاث مرات متتالية.

المطلوب:

احتمال ظهور الوجه H في المرة الأولى أو المرة الثانية أو المرة الثالثة

باستخدام:

قانون دي مورغان

الحل

نفرض الحدث A_1:
صورت الحصول على الوجه h في المرة الأولى

نفرض الحدث A_2:
صورت الحصول على الوجه h في المرة الثانية

نفرض الحدث A_3:
صورت الحصول على الوجه h في المرة الثالثة

عندئذ

$p(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = ?$

$\Omega = \{hhh, hht, hth, thh, htt, tth, tht, ttt\}$

$\Rightarrow p = (A_1 \cup A_2 \cup A_3)$

$= 1 - p(\overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3})$

$= 1 - p(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$

$\Rightarrow$ باستخدام تعريف كلاسيكي

$= 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$