كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : احتمالات واحصاء

المحاضرة : الرابعة/نظري/د . سراب

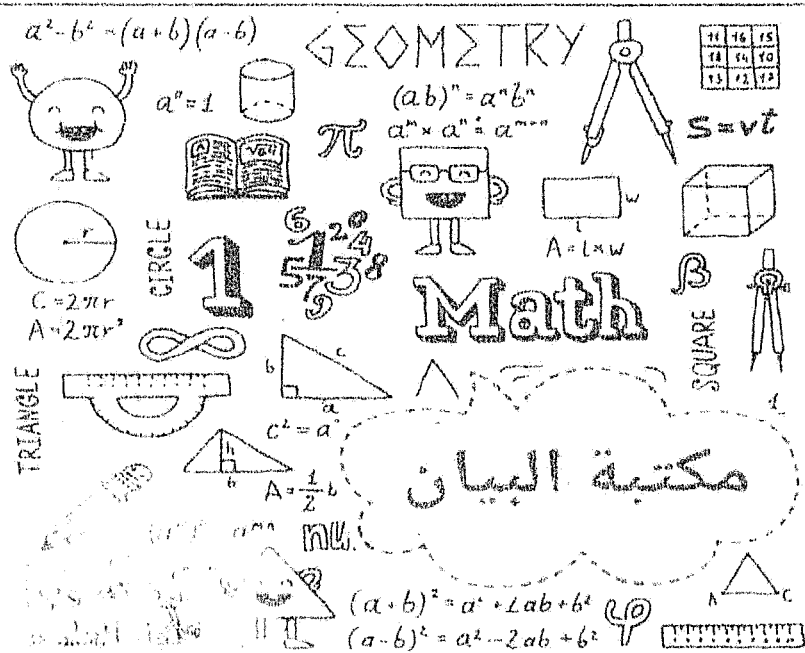
{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960



السنة: الأولى

نظري / عملي

المادة: مبادئ إحصاء واحتمالات

المحاضرة: الثامنة

3- المئينات :

تقسم المئينات البيانات في التوزيع إلى مئة جزء متساوي تدعو كل جزء مئين وترتيب المئين (رتبة) نحصل عليها بالعلاقة

$$\frac{n}{100} \times K$$

حيث أن

$K = 1, 2, 3 \ldots\ldots 100$

n عدد البيانات

- لحساب المئينات للبيانات البسيطة نقوم أولاً بترتيب البيانات بشكل تصاعدي أو تنازلي ومن ثم نوجد ترتيب المئين المطلوب حسابه والقيمة الموافقة لهذه الرتبة تكون

هي المئين المطلوب.

- حساب المئينات للبيانات في جدول توزيع تكراري فئوي:

من أجل حساب نطبق العلاقة المعروفة في حساب العشيرات مع استبدال رتبة العشيرات برتبة المئينات وفق العلاقة التالية

$$P_k = a + \frac{\left(\frac{n}{100} \times k\right) - F_p}{f_k} \times L$$

مثال:

احسب المئين العاشر والمئين الثمانون.

في الجدول التوزيعي التكراري الفئوي التالي:

الفئات	التكرار f_i	التكرار المتراكم	مركز الفئات
$[0-10[$	8	8	5
$[10-20[$	9	17	
$[20-30[$	10	27	
$[30-40[$	15	32	
$[40-50[$	8	50	45
المجموع	50		

هنا التكرار المتراكم ومركز الفئات على الجدول مباشرة.

1- حساب المئين العاشر

$$\text{رتبة المئين العاشر} = \frac{n}{100} \times k = \frac{50}{100} \times 10 = 5$$

$\Rightarrow$ الفئة المئينية هي $[0-10[$

$$P_{10} = a + \frac{\left(\frac{n}{100} \times k\right) - F_p}{f_k} \times L$$

$$P_{10} = 0 + \frac{5 - 0}{8} \times 10$$

$$\Rightarrow P_{10} = 6,25$$

2- حساب المئين الثمانون

رتبة المئين الثمانون $= \frac{50}{100} \times 80 = 40$

$\Rightarrow$ الفئة المئينية هي $[30-40[$

$$P_{80} = 30 + \frac{40 - 27}{15} \times 10$$

$$= 38,66$$

- مقاييس التشتت:

أنواع مقاييس التشتت:

1- المدى 2- الانحراف الربيعي

3- الانحراف المتوسط 4- الانحراف المعياري

1) المدى: وهو أبسط أنواع مقاييس التشتت ويعرف بأنه الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة من قيم المجموعة المدروسة ونرمز له بالرمز R

مثال:

لدينا مجموعة القيم

1 5 7 3 8 10 4 2 0

بالتالي المدى هو

$R = X_{max} - X_{min}$

$= 10 - 0 = 10$

مكتبة الوفاء للمحاسبات

حساب المدى للبيانات المعطاة في جدول توزيع تكراري فئوي:

إذا كانت البيانات معطاة في جدول توزيع تكراري فئوي فإن المدى لهذه البيانات يعرف على أنه الفرق بين مركز الفئة العليا ومركز الفئة الدنيا.

مثال:

بالعودة إلى المثال السابق وحساب مراكز الفئات فإننا نحصل على المدى الفئوي بالشكل التالي

مركز الفئة الدنيا − مركز الفئة العليا = R

$\Rightarrow R = 45 - 5$

$\Rightarrow R = 40$

2) الانحراف الربيعي:

يعرف الانحراف الربيعي بأنه نصف المدى الربيعي

(والمدى الربيعي هو الفرق بين الربيع الثالث والربيع الأول لمجموعة البيانات)

ويعطى بالعلاقة التالية:

$$\text{الانحراف الربيعي } Q_D = \frac{\text{المدى الربيعي}}{2} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

حيث أن:

Q_3 : الربيع الثالث

Q_1 : الربيع الأول.

مثال: أوجد الانحراف الربيعي للتوزيع السابق

مثال:

لدينا الجدول التوزيعي التكراري الفئوي التالي يعبر عن درجات 160 طالب بالكل:

الفئات	التكرار f_i	التكرار الصاعد
20-30	10	10
30-40	15	25
40-50	20	45
50-60	40	85
60-70	50	135
70-80	14	149
80-90	11	160
المجموع	160	

1- حساب الربيع الأول

$$\frac{n}{4} = \frac{160}{4} = 40$$

$$Q_1 = a + \frac{\frac{n}{4} - F_p}{f_{Q_1}} \times L$$

$$Q_1 = 40 + \frac{40 - 25}{20} \times 10$$

$$\Rightarrow Q_1 = 47,5$$

2- حساب الربيع الثالث

$$\frac{3n}{4} = \frac{3(160)}{4} = 120$$

$$Q_3 = a + \frac{\frac{3n}{4} - F_p}{f_{Q_3}} \times L$$

$$Q_3 = 60 + \frac{120 - 85}{50} \times 10$$

$$\Rightarrow Q_3 = 67$$

وبالتالي الانحراف الربيعي :

$$Q_D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$Q_D = \frac{67 - 47,5}{2} = 9,75$$

3 - الانحراف المتوسط :

لتكن لدينا مجموعة من القيم

$$x_1 , x_2 , \ldots\ldots , x_n$$

متوسط الحساب $\bar{X}$:

عندئذ

يعرف الانحراف المتوسط لمجموعة القيم على أنه المتوسط الحسابي للقيم المطلقة لانحرافات القيم عن وسط الحساب .

ويعطى بالعلاقة التالية:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n}$$

ولحساب الانحراف المتوسط لبيانات في جدول توزيع تكراري نتبع نفس العلاقة التالية :

$$D = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i |x_i - \bar{x}|}{n}$$

حيث أن

f_i : تكرار القيم

x_i : مركز الفئة .

n : عدد البيانات .

4- الانحراف المعياري:

هنا نقوم بتعريف الانحراف المعياري يتوجب علينا أولاً تعريف التباين (التشتت)

التباين: يعرف التباين لمجموعة قيم بأنه المتوسط الحسابي لمربعات انحرافات القيم عن متوسط الحسابي ونرمز له بالرمز σ^2

ويعطى بالعلاقة التالية

$$\sigma^2 \text{ (تباين مجتمع)} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

حيث أن

N: حجم المجتمع.

ملاحظة:

التباين موجب دوماً.

وعندما نعرف الانحراف المعياري:

الانحراف المعياري: هو الجذر التربيعي الموجب للتباين ونرمز له بالرمز σ

ويعطى بالعلاقة التالية:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

وهو انحراف معياري للمجتمع

ملاحظة هامة:

إذا أردنا حساب التباين لعينة حجمها n عندما نرمز للتباين بالرمز

S^2

مكتبة البيان سمسطا
للتواصل معنا: 0933952194

ويعطى بالعلاقة

$$S^2_{\text{عينة}} = \text{تباين} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$$

وأيضاً يكون الانحراف المعياري للعينة بالشكل التالي:

$$S = \text{انحراف معياري لعينة} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$$

- الاحتمالات -

تعتمد الاحتمالات على ثلاث نقاط رئيسية

1- التجربة العشوائية

2- الحدث

3- احتمال الحدث.

سنقوم بتعريف كل منها على حدة:

1) التجربة العشوائية:

هي كل عملية تؤدي إلى قياس أو ملاحظة ولكل تجربة مجموعة من النتائج نرمز لمجموعة النتائج هذه بالرمز Ω

قد تكون منتهية وقد تكون غير منتهية وفي التجربة العشوائية نكون على علم مسبق لمجموعة كل النتائج الممكنة لهذه التجربة

ولكن لا نستطيع تحديد أي نتيجة منها سوف نحصل عليها ولهذا دعيت بالتجربة العشوائية.

مثال 1:

إلقاء حجر النرد مرة واحدة يمثل تجربة عشوائية مجموعة نتائجها

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

أي بالرغم أننا نعلم مجموعة كل النتائج الممكنة من 1 إلى 6 ولكن لا نستطيع التنبؤ بالنتيجة التي سنحصل عليها بعد رمي حجر النرد.

مثال 2:

إلقاء قطعة نقود متجانسة مرتين متتاليتين أو إلقاء قطعتي نقود متجانستين يمثل تجربة عشوائية نتائجها

$\Omega = \{HH, Ht, tH, tt\}$

عدد الحالات

(عدد الحالات الممكنة) = $N(\Omega)$ عدد النتائج

$= 2^2 = 4$

مثال 3:

عائلة لديها ثلاثة أطفال نرمز بـ b للذكر و g للأنثى عندئذ تكون مجموعة نتائج التجربة هي بالشكل

$\Omega = \{ggg, ggb, gbg, bgg,$

$bbb, bbg, bgb, gbb\}$

$N(\Omega) = (2)^3 = 8$

مثال 4:

إلقاء حجر نرد متجانس مرتين متتاليتين أو إلقاء حجري نرد متجانسين

تمثل تجربة عشوائية مجموعة تتائجها

$$\Omega = \left\{ (i,j) \quad i=1,2,3,4,5,6 \text{ و } j=1,2,3,4,5,6 \right\}$$

$$\Rightarrow N(\Omega) = (6)^2 = 36$$

ملاحظة :

جميع الأمثلة التي ذكرناها في الأعلى هي أمثلة لتجارب عشوائية مجموعة نتائجها منتهية ولكن إذا كان لدينا تجربة عشوائية وهي اختيار عنصر بشكل عشوائي من المجال $[0,1]$

عندئذ

مجموعة نتائج التجربة Ω هي

$$\Omega = [0,1]$$

ونلاحظ أن مجموعة النتائج هي مجموعة غير منتهية وغير قابلة للعد أيضاً.

تعريف

المجموعة القابلة للعد :

هي المجموعة التي يمكن مقابلة عناصرها مجموعة الأعداد الطبيعية أو جزء منها

مكتبة A to Z