كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : احتمالات واحصاء

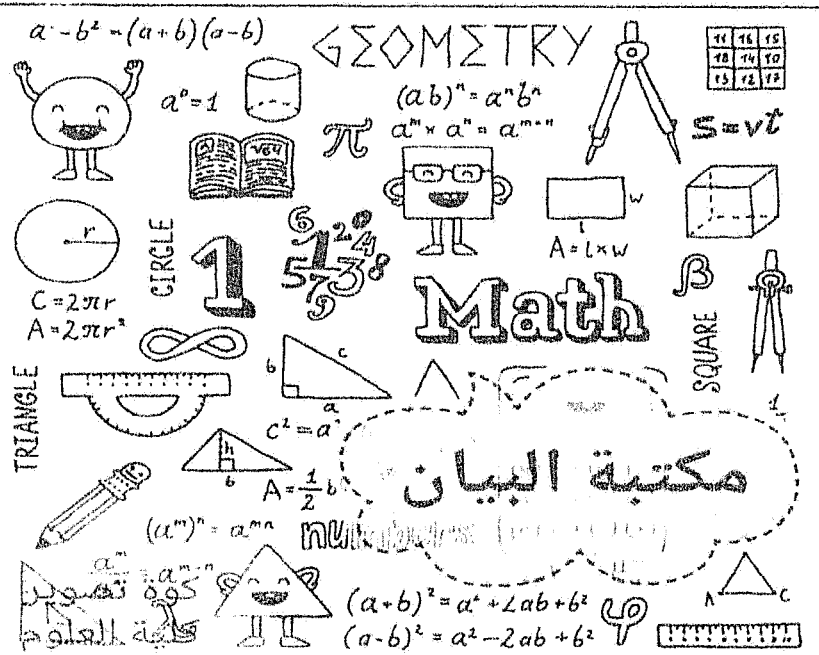
المحاضرة : الثالثة/نظري/د . سراب

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960



السنة: الأولى
نظري / عملي

المادة: مبادئ الإحصاء والاحتمالات

المحاضرة: الثالثة

* مقاييس النزعة المركزية *

إذا أردنا أن نعرف مستوى طالب ما فإنه لدى مقارنات الدراسة فإننا من الطبيعي أن نسأل عن معدل علاماته السابقة فإذا كان ٧٥٪ فإننا نأخذ فكرة معينة عن الطالب وهي أنه متوسط ذو مستوى جيد مثلاً بينما إذا كان معدله ٩٥٪ فإننا نقول أنه ذو مستوى ممتاز نلاحظ أنه عرفنا [illegible] معدل العلامات أخذنا

فكرة دقيقة وسريعة عن مستوى

الطالب هنا إذا أردنا النظر إلى تفاصيل

علاماته (بياناته) فإننا نأخذ مثل

هذه الفكرة الدقيقة والسريعة

نفهم مما سبق أن معدل البيانات (العلامات) وصف لنا جميع العلامات وذلك بواسطة بطاقة واحدة أو بطاقة إحصائية فإن معدل البيانات يصف لنا المشاهدات بمشاهدة واحدة أي بقيمة واحدة معدل البيانات هو أحد مقاييس النزعة المركزية ويسمى الوسط (المتوسط الحسابي)

سؤال: ماسبق أن معدل علامات الطالب هو ٥٠ أي أن العلامة ٥٠ تشبه أكثر علامة مثلة لباقي العلامات أو بكلمات أخرى نقول أن العلامات تتزع أو تمثل إلى العلامة ٥٠

* ملاحظة: ممكن أن تكون العلامة ٥٠ ليست ضمن العلامة وإنما هي تمثل عدد العلامات بالجملة

- أهم مقاييس النزعة المركزية

1- الوسط الحسابي
2- الوسط المرجح
3- الوسط الهندسي
4- الوسيط
5- المنوال

وتعرف مقاييس النزعة المركزية بمقاييس الموضع أو القيمة أو المتوسطات أو المعدلات

مكتبة البيان مصياف

أهم مزايا المتوسطات :

1- تصف لنا المجتمع الإحصائي الذي ندرسه

2- هو عبارة عن قيمة عددية تقع بين أعلى قيمة وأدنى قيمة من المجتمع المدروس

3- تمتاز بأنها أقرب ما تكون إلى القيم الأصلية

- المتوسط الحسابي $\bar{X}$

أ- المتوسط الحسابي لبيانات بسيطة :

لتكن $X_1, X_2, \ldots, X_n$ مجموعة من البيانات (عينة) عددها n فيكون المتوسط الحسابي معطى بالشكل

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

مثال : أجريا أختبار لخمسة طلاب وكانت النتائج كالتالي

41, 12, 64, 83, 90

فيكون الوسط الحسابي هو

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$= \frac{41 + 12 + 64 + 83 + 90}{5} = 58$$

ب : المتوسط الحسابي لبيانات مفردة ومكررة

إذا كانت البيانات مفردة ومكررة أكثر من مرة عندئذ نستخدم الصيغة التالية لحساب المتوسط الحسابي

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i y_i}{n}$$

حيث f_i تكرار المفردة

x_i المفردة المكررة

n عدد البيانات الكلي

مثال: أجرينا اختبار لعشر طلاب وكانت نتائجهم كالتالي:

10، 9، 9، 9، 8، 7، 7، 6، 3، 2

والمطلوب حساب المتوسط الحسابي

$$\bar{y} = \frac{\sum}{n}$$

$$y = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i y_i}{n}$$

$$\bar{y} = \frac{(10\times1) + (9\times3) + (8\times2) + (7\times2) + (6\times1) + (3\times1) + (2\times1)}{10}$$

$$\bar{y} = 7$$

ص٣

ع: المتوسط الحسابي لجدول توزيعي تكراري ثنوي:

لإيجاد المتوسط الحسابي لبيانات في جدول توزيعي تكراري ثنوي نحسب من العلاقة

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{n}$$

حيث أن:

f_i: تكرار الفئة

x_i: مركز الفئة

- أوجد المتوسط الحسابي للبيانات الموجودة في الجدول التكراري التوزيعي الثنوي

مركز الفئة	التكرارات f_i	الفئات	نحسب مركز الفئة y_i	$f_i y_i$
6,5	3	[4,9[		19,5
11,5	4	[9,14[		46
16,5	8	[14,19[		132
21,5	9	[19,24[		905,5
26,5	19	[24,29[		252
31,5	8	[29,34[		219
36,5	6	[34,39[		124,5
41,5	3	[39,44[		
	60		نجمع	1940

نعوض في القانون :

$$\bar{X} = \frac{1940}{60} = 24,83$$

مكتبة البيان مصياف
للتواصل معنا : 0934952193

2 الوسيط Median

هو القيمة المفردة التي تقع في منتصف القيم وذلك بعد ترتيب هذه القيم بشكل تصاعدي أو تنازلي ونرمز له بالرمز Me

- بهذا المعنى نجد أن الوسيط هو القيمة التي تقع على نمط عدد من القيم بحيث تكون عدد القيم التي تقع على يمينها أي أن الوسيط يقسم مجموعة القيم لمجموعتين متساويتين بالعدد (أي يقع قبله 50٪ من البيانات وبعده 50٪ أيضاً وهو متوسط المتوسطات (الوضع)

أ : حساب الوسيط للبيانات ذات العدد الفردي :

ترتيب الوسيط في حالة البيانات الفردية يعطى بالعلاقة $\frac{n+1}{2}$ (حيث n عدد البيانات)

مثال : أوجد وسيط البيانات الآتية

10, 8, 7, 9, 6, 5, 4

4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 ← نرتب

وبالتالي تكون قيمة الوسيط Me هي القيمة الواقعة للترتيب

ترتيب الوسيط $= \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$

وبالتالي Me = 7 قيمة الوسيط.

ب : حساب البيانات ذات العدد الزوجي :

إذا كانت عدد البيانات زوجياً فإن الوسيط هو المتوسط الحسابي ذات الترتيب $\frac{n+1}{2}$ ، $\frac{n}{2}$

مثال : لقد أجرينا أختبار لثمانية طلاب وكانت نتائجهم كالتالي :

80, 75, 60, 40, 50, 30, 70, 65

ترتيب 30, 40, 50, 60, 65, 70, 75, 80

نلاحظ أن عدد البيانات زوجي وبالتالي يكون الوسيط هو المتوسط الحسابي للقيمتين ذات الترتيب $\frac{n}{2} = \frac{8}{2} = 4$

$\frac{n+1}{2} = \frac{8}{2} + 1 = 4 + 1 = 5$

وبالتالي يكون $Me = \frac{60 + 65}{2} = 62,5$

ج : حساب الوسيط للبيانات في جدول تعد بعض تكراري متوي :

من أجل ذلك نتبع الخطوات التالية :

1 - حساب التكرار الصاعد

2 - نحسب رتبة (موقع) الوسيط هي $\frac{n}{2}$ حالة عدد البيانات زوجي أو فردي

3 - نحدد الفئة التي ينتمي لها الوسيط (نسميها الفئة الوسطية)

4 - نحسب الوسيط من العلاقة

$$Me = a + \frac{\frac{n}{2} - FP}{f_{Me}} \times L$$

حيث L : طول الفئة (نحصل عليه من طرح الحد الأعلى للفئة - الحد الأدنى للفئة)

a : الحد الأدنى للفئة الوسطية

FP : التكرار الصاعد السابق للفئة الوسطية

f_{Me} : التكرار العادي للفئة الوسطية

مثال أوجد الوسيط للبيانات الآتية :

الفئات	التكرار
[119.5 ، 127.5 [	4
[127.5 ، 135.5 [	14
[135.5 ، 143.5 [	11
[143.5 ، 151.5 [	8
[151.5 ، 159.5 [	3
	40

1 : حساب التكرار المتجمع الصاعد

4
18
29
37
40

2 : رتبة الوسيط : $\frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$

~~لاحظ أن الوسيط ينتمي إلى الفئة وهي الفئة الرابعة~~

4 - نعوض بالقانون :

$$Me = a + \frac{\frac{n}{2} - FP}{FMe} \times L$$

$$Me = 135.5 + \frac{20 - 18}{11} \times 8 = 136,95$$

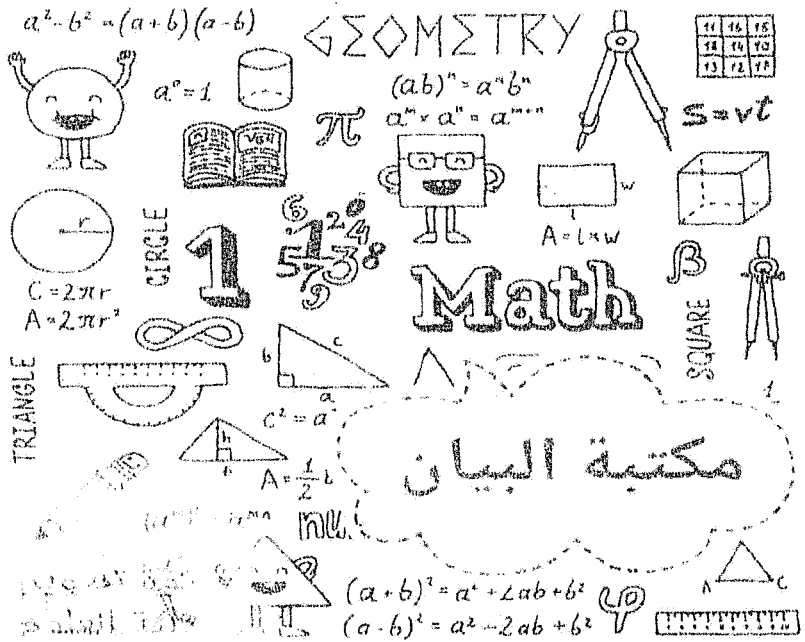
مكتبة البيان مسياف

نلاحظ أن فئة الوسيط تنتمي فعلاً إلى الفئة الوسطية

تمرين للحل:

احسب الوسيط وسيط البيانات التالية:

الفئات	التكرارات
$[9,5 \text{ و } 19,5[$	13
$[19,5 \text{ و } 29,5[$	17
$[29,5, 39,5[$	15



السنة: الأولى
نظري / عملي

المادة: مبادئ الإحصاء

المحاضرة: الرابعة

المنوال : Mode

يعرف المنوال لمجموعة من القيم بأنه القيمة الأكثر تكراراً من غيرها في مجموعة القيم.

وفي التوزيع التكراري الفئوي تعرف الفئة الأكثر تكراراً من تكرار كل فئات التوزيع الفئوي بالفئة المنوالية. ومن الجدير بالذكر بأنه قد يكون لدينا منوالاً واحداً أو أكثر من منوال كما يمكن أن لا يوجد أي منوال (نقول عندها عديمة المنوال ويرمز للمنوال بالرمز Mo

---

أمثلة عن المنوال:

مثال ١: لدينا البيانات التالية
1, 2, 3, 6, 4, 5
لهذا المنوال وحيد وهو (٦)

مثال 2 : لدينا البيانات

1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5

نلاحظ أن لهذه البيانات منوالين وهما

(2 ، 5) (مجموعة ثنائية المنوال)

مثال 3 : لدينا البيانات

1, 2, 4, 5, 7

ليست لهذه البيانات منوال

(عديمة المنوال)

- المنوال للتوزيعات التكرارية الفئوية -

سوف نعتمد في إيجاد المنوال في حالة التوزيعات التكرارية الفئوية على طريقة تدرس الرواقع (الروافع)

والتي تعتمد في إيجاد المنوال على تكرار الفئة السابقة للفئة المنوالية وعلى تكرار الفئة التالية المنوالية التالية وفق العلاقة التالية :

$$Mo = a + \frac{D_2}{D_2 + D_1} \times L$$

a : الحد الأدنى للفئة المنوالية

D_2 : تكرار الفئة التالية للفئة المنوالية

D_1 : تكرار الفئة السابقة للفئة المنوالية

L : طول الفئة

مثال : احسب المنوال للدرجات المعطات وفق الجدول التوزيعي التكراري التالي :

ملاحظة : (لاتحتاج للتكرار الصاعد عند حساب المنوال)

الفئات	التكرار n_i
$[0,5[$	6
$[5,10[$	8
$[10,15[$	16
$[15,20[$	24
$[20,25[$	14
$[25,30[$	5

نلاحظ أن الفئة $[15,20[$ هي الفئة المنوالية لأنها تقابل أعلى تكرار.

$$Mo = a + \frac{D_2}{D_1+D_2} \times L$$

$a = 15$ $\quad L = 5$

$D_2 = 14$ $\quad D_1 = 16$

$$Mo = 15 + \frac{14}{14+16} \times 5 = 17,32$$

---

* شبيهات الوسيط

(الربيعات - العشيرات - المئينات)

١ : الربيعات : تقوم المقياس الربيعي على تقسيم البيانات إلى أربع أقسام متساوية وذلك بعد أن تكون رتبت بشكل تصاعدي أو تنازلي ويدعى الجزء الأول الذي يضم ربع البيانات بالربيع الأول والجزء الثاني الذي يضم نصف البيانات بالربيع الثاني أما الجزء الثالث الذي يضم ثلاثة أرباع البيانات يدعى بالربع الثالث والجزء الذي يحوي جميع البيانات بالربيع الرابع

(نلاحظ أن الربيع الثاني يوافق تعريف الوسيط)

* حساب الربيعات للبيانات البسيطة *

مثال : لدينا القيم التالية والمطلوب أوجد الربيع الأول والربيع الثاني والربيع الثالث :

20 40 27 36 25 33
28 33 28 28 30 32

الحل

أولاً نقوم بترتيب هذه القيم بشكل تصاعدي

20 25 27 28 28 28
30 32 33 33 36 40

① الربيع الأول : موقع الربيع الأول

$\frac{n}{4} = \frac{12}{4} = 3 \Rightarrow Q_1 = 27$

② الربيع الثاني : موقع الربيع الثاني

$\frac{n}{2} = 6$
$\frac{n}{2} + 1 = 7$
$\Rightarrow Me = Q_2 = \frac{28+30}{2} = 29$

③ الربيع الثالث : موقع الربيع الثالث :

$$\frac{3n}{4} = \frac{3(12)}{4} = 9$$

$$\Rightarrow Q_3 = 33$$

---

* حساب الربيعات للتوزيعات التكرارية الفئوية *

- من أجل ذلك نتبع الخطوات التالية :

① نوجد التكرار الصاعد

② نحدد موقع الربيع الأول $\frac{n}{4}$ ، نحدد موقع الربيع الثالث $\frac{3n}{4}$ (سواء كانت n زوجية أو فردية)

③ نحدد الفئة الربيعية الأولى والفئة الربيعية الثالثة

④ نحسب كل من الربيع الأول والربيع الثالث وفق التوابيف التالية

الربيع الأول $Q_1 = a + \frac{\frac{n}{4} - FP}{FQ_1} \times L$

الربيع الثالث $Q_3 = a + \frac{\frac{3n}{4} - FP}{FQ_3} \times L$

نلاحظ أن

$$Q_2 = Me = a + \frac{\frac{n}{2} - FP}{FQ_2} \times L$$

مثال : لدينا الجدول التوزيعي التكراري الفئوي التالي :

الفئات	التكرارات f_i	التكرار الصاعد
10، 20	5	5
20، 30	7	12
30، 40	10	22
40، 50	15	37
50، 60	10	47
60، 70	8	55
70، 80	5	60
المجموع	60	

ملاحظة الكتابة [10،20[هي نفسها 10،20

والمطلوب: حساب الربيع الأول والثاني والثالث [حساب الربيع الثاني وظيفة]

(1) حساب الربيع الأول: نحدد موقع الربيع الأول

$\frac{n}{4} = \frac{60}{4} = 15$

نلاحظ أن الفئة 30، 40 تمثل الفئة الربيعية الأولى

$Q_1 = a + \frac{\frac{n}{4} - FP}{f_{Q_1}} \times L$

$= 30 + \frac{15-12}{10} \times 10 = 33$

(2) حساب الربيع الثالث: نحدد موقع الربيع الثالث:

$\frac{3(n)}{4} = \frac{3(60)}{4} = 45$

نلاحظ أن الفئة 50، 60 هي الفئة الربيعية الثالثة

$Q_3 = 50 + \frac{45-37}{10} \times 10 = 58$

2- * العشيرات *

تقسم العشيرات التوزيع إلى عشرة أقسام متساوية كل منها يدعى ويعطى ترتيب العشير بالعلاقة التالية

$r = 1, 2, 3, \ldots, 10$; $\frac{n}{10} \times r$

r : تدل على رتبة العشير

n : عدد البيانات

مثال : لحساب ترتيب العشير الثالث لتوزيع عدد قيمته $n=60$ ، $r=3$

$\frac{n}{10} \times 3 = \frac{60}{10} \times 3 = 18$

ملاحظة : من أجل حساب العشيرات للبيانات البسيطة نقوم بترتيب هذه البيانات إما تصاعدياً أو تنازلياً ومن ثم نوجد ترتيب العشير المطلوب وعندها نحصل على قيمة العشير المطلوب :

- حساب العشيرات للتوزيعات الفئوية التكرارية :

تحسب بشكل لحساب الوسيط أو الربيعات فقط يختلف القانون وهو كالتالي:

$$Dr = a + \frac{(\frac{n}{10} \times r) - FP}{Fpr} \times L$$

مثال : احسب العشير الثالث والخامس للبيانات في التوزيع الثنوي التالي :

الفئات	التكرار f_i	التكرار الصاعد
$[15,25[$	5	5
$[25,35[$	7	12
$[35,45[$	9	21
$[45,55[$	15	36
$[65,75[$	10	46
	4	50
المجموع	50	

① لحساب العشير الثالث : نحدد رتبة العشير $\frac{n}{10} \times 3 = \frac{50}{10} \times 3 = 15$

نلاحظ أن $[35,45[$ تمثل الفئة العشيرية الثالثة :

$$D_3 = 35 + \frac{15-12}{9} \times 10 = 38,33$$

② حساب العشير الخامس :

نحدد الرتبة

$$\frac{n}{10} \times 5 = \frac{50}{10} \times 5 = 25$$

نلاحظ أن $[45,55[$ تمثل الفئة العشيرية الخامسة

$$D_5 = 45 + \frac{25-21}{15} \times 10 = 47,66$$

3 الملخصات : للمحاضرة القادمة