كلية العلوم

القسم : **علم الحياة**

السنة : **الاولى**

المادة : احصاء رياضي

المحاضرة : ٣+٤ /نظري/د .نبيل

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Zمكتبة

الجداول التصاعدية والتنازلية

Increasing and decreasing frequency tables

- يبين الجدول التكراري Frequency table تركيز الكوليسترول في الدم (ميلي غرام على سم^3) لنزلاء مستشفى الأمراض القلبية

Range	Frequency
[80-100[	3
[100-120[	10
[120-140[	40
[140-160[	70
[160-180[	150
[180-200[	300
[200-225[	230
[225-250[	150
[250-300[	35
[300-400[	12
	∑ 1000

فإذا أردنا أن نعرف عدد الأشخاص التي تقل نسبة الكولسترول cholesterol في دمهم عن القيم السابقة ننشئ جدول نسميه بجدول التكرار التنازليDecreasing frequency table.

Range	Frequency dec
[80-400[	1000
[100-400 [	997
[120-400 [	987
[140-400 [	947
[160-400 [	877
[180-400 [	727
[200-400 [	427
[225-400 [	197
[250-400 [	47
[300-400[	12
[400-400[	0

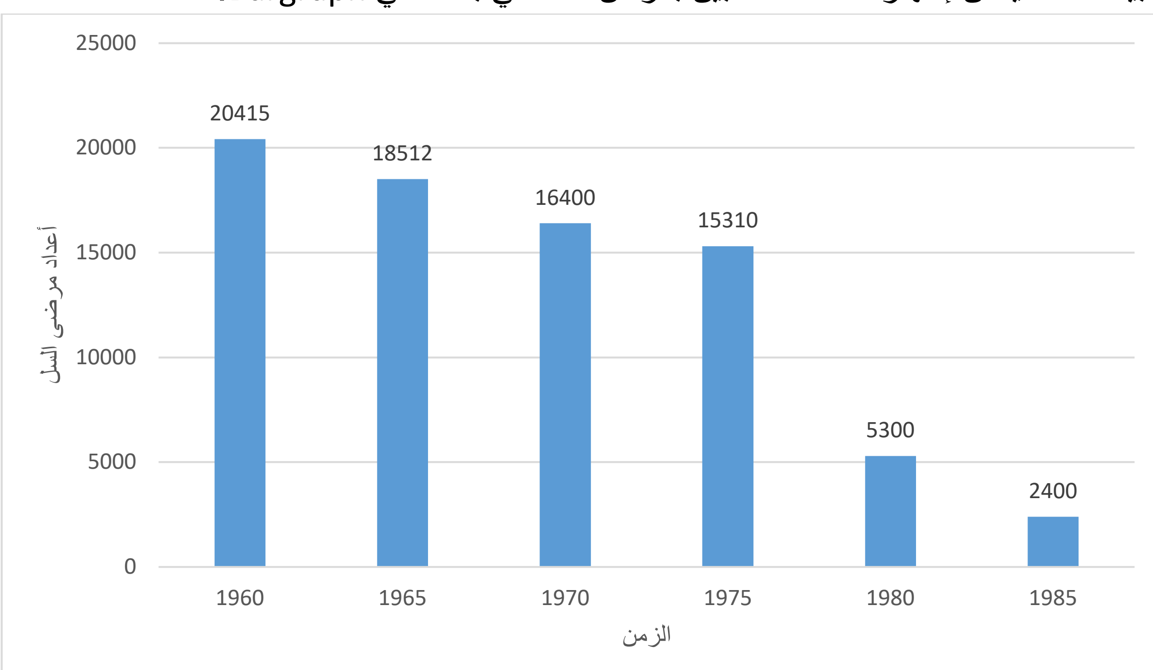
وأما عدد الأشخاص الذين تزيد نسبة الكولسترول بالنسبة للقيم السابقة ننشئ جدول نسميه بالجدول التكرار الصاعد Increasing frequency table.

Range	Frequency inc
[80-100[	3
[80-120[	13
[80-140[	53
[80-160[	123
[80-180[	273
[80-200[	573
[80-225[	803
[80-250[	953
[80-300[	988
[80-400[	1000

الاعمدة البيانية : Bargraph and circles

إن طريقة الأعمدة البيانية هي لعرض المعلومات الإحصائية ومقارنة بعضها ببعض وعن طريقها نلجأ إلى رسم أعمدة رأسية تمثل ارتفاعاتها القيم المختلفة للمتحول التكراري p وقواعد هذه الأعمدة متساوية والمسافة بين كل عمود وآخر متساوية أيضاً.

يمثل المحور الأفقي الزمن أو أي صفة أُخرى للمتحول العشوائي X والمحور العمودي التكرار. فعلى سبيل المثال يمكن إظهار أعداد المصابين بمرض السل في بلد ما في Bargraph.

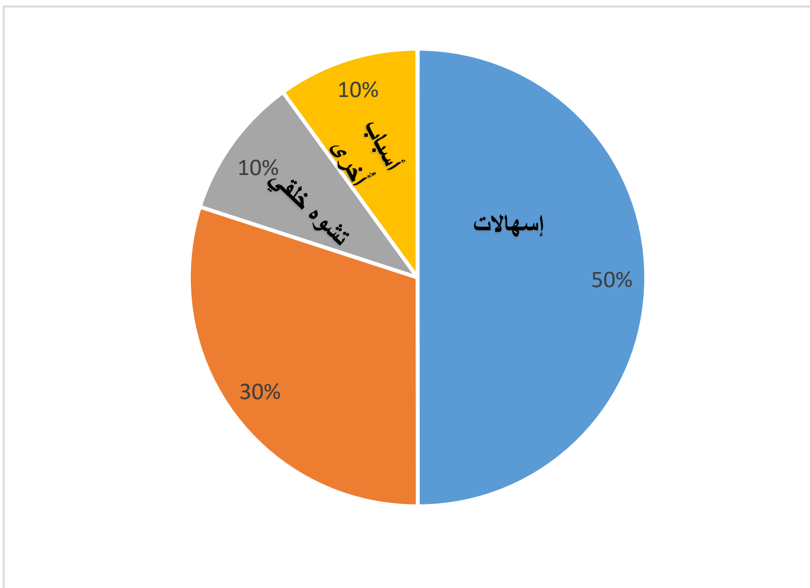


- يلاحظ من الأعمدة البيانية كيفية انحسار المرضى على مر الزمن.

الدوائر

- تستخدم طريقة الدوائر للعرض البياني من أجل إظهار نسبة التوزيع لصفة ما فمثلاً من أجل أسباب وفيات الأطفال الرضع ما يلي:

أسباب وفيات الأطفال الرضع	عدد الحالات	النسبة المئوية
إسهالات	500	50%
التهابات رئوية	300	30%
التشوه الخلقي	100	10%
أسباب أخرى	100	10%
المجموع	1000	100%



- يمكن تمثيل الجدول على شكل دائرة وذلك عبر حساب مساحات قطاعات هذه الدائرة وفق المعلومات الواردة من الجدول فيما يلي:

نسبة الاسهالات:

$$360° \times \frac{500}{1000} = 180°$$

نسبة التهابات رئوية

$$360° \times \frac{300}{1000} = 108°$$

نسبة التشوه الخلقي

$$360° \times \frac{100}{1000} = 36°$$

التهابات رئوية

نسبة الاسباب الأخرى

$$360° \times \frac{100}{1000} = 36°$$

- فالرسم البياني للدائرة موضح بالشكل أي بمعنى أن النسبة المئوية لأسباب الوفيات بين الأطفال الرضع يعطى بالرسم البياني للدائرة.

2- مقاييس النزعة المركزية (المتوسطات)

Measures of central tendency(The means)

1-2 المتوسط الحسابي Arithmetic Mean

أولاً: الشكل المباشر:

بفرض لدينا حادثة A عناصرها $x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n$

إن الوسط الحسابي لمجموعة من القيم عددها n هو حاصل قسمة المجموع الجبري مقسوماً على عددها و يرمز له بـ $\bar{X}$ ويعطى بالشكل:

$$\bar{X} = \frac{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n}{n}$$

وبما أن: $\sum_{i=1}^{n} x_n = x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n$

بالتالي: $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ ..... (*)

أما في حالة وجود تكرار frequency

في هذه الحالة x_i هي مركز الفئة (المجال)

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} \quad ; \quad \sum_{i=1}^{n} f_i = n$$

ثانياً: الشكل غير المباشر:

نفرض وسط حسابي افتراضي A بالنسبة للمباشر (أي قيمة تؤخذ تكون صحيحة)

. A: presumed Arithmetic mean

من أجل التعويض في (*)

$$\begin{aligned}
x_1 - A &= d_1 & \qquad x_1 &= d_1 + A \\
x_2 - A &= d_2 & \qquad x_2 &= d_2 + A \\
&\vdots & &\vdots \\
x_n - A &= d_n & \qquad x_n &= d_n + A
\end{aligned}$$

نعوض في (*)

$$\bar{X} = \frac{d_1+A+d_2+A+\cdots+d_n+A}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{nA+\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}$$

$$\bar{X} = A + \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} \quad ; \quad d_i = x_i - A$$

ملاحظة: x_i تمثل قيمة مباشرة ولا تمثل في هذه الحالة مركز الفئة.

- قانون الوسط الحسابي باستخدام الانحراف الوسطي Deviation mean في حالة وجود تكرار frequency.

$$\bar{X} = A + \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} \qquad ; \quad d_i = x_i - A$$

ملاحظة: في هذه الحالة x_i تمثل مركز الفئة.

***Example**: find arithmetic mean from following numbers **190,232,250,290,304** law of deviation mean

طريقة غير مباشرة:

***Solution**:

A=250

$d_1 = 190 - 250 = -60$

$d_2 = 232 - 250 = -18$

$d_3 = 250 - 250 = 0$

$d_4 = 290 - 250 = 40$

$d_5 = 304 - 250 = 54$

$$\sum_{i=1}^{5} d_i = 16$$

نعوض بالقانون:

$$\bar{X} = 250 + \frac{16}{5} = 253.2$$

$$A = \frac{\sum d_i}{n}$$

طريقة مباشرة:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{1266}{5} = 253.2$$

- الطريقة الثانية (حالة التكرار) الانحرافات المختصرة momentary deviation:
يساعدنا في اختصار العمليات الحسابية بالقسمة على طول المجال.
لدينا شرطين:
1) إن المجالات من طول واحد.
2) الوسط الافتراضي من ضمن البيانات.

$$\bar{X} = A + \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \frac{d_i}{c}}{\sum_{i=1}^{n} f_i} . c$$

حيث c طول المجال

$$\bar{X} = A + \frac{\sum f_i u}{\sum f_i} . c \quad ; \quad u = \frac{d_i}{c}$$

Example: from table of treating disease Flu H_1N_1 find the mean of time treating former styles

A=22.45

يمكن التعبير عن المثال السابق بشكل أخر:

مثال: معمل صيانة سيارات يقوم بالإصلاح خلال زمن معطى بالجدول التالي: أوجد المتوسط الحسابي لزمن الإصلاح بجميع الحالات:A=22.5

Tim	f_i	x_i	$f_i . x_i$	$d_i = x_i - A$	$f_i . d_i$	$u_i = \frac{d_i}{c}$	$f_i . u_i$
[0,5[	5	2.5	12.5	-20	-100	-4	-20
[5,10[	23	7.5	172.5	-15	-345	-3	-69
[10,15[	14	12.5	175	-10	-140	-2	-28
[12,20[	11	17.5	192.5	-5	-55	-1	-11
[20,25[	3	22.5	67.5	0	0	0	0
[25,30	1	17.5	27.5	5	5	1	1
sum	**57**		**647.5**		**-635**		**-127**

الحل: أن المتوسط الحسابي بالشكل المباشر

$$\bar{X}=\frac{\sum_{i=1}^{6} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{6} f_i}=\frac{647.5}{57}=11.35 \qquad (1$$

أما المتوسط الحسابي بالشكل الغير مباشر (بطريقة الانحراف)

$$\bar{X}=A+\frac{\sum_{i=1}^{6} f_i . d_i}{\sum_{i=1}^{6} f_i}=22.5+\frac{-635}{57}=11.35 \qquad (2$$

أما المتوسط الحسابي بالشكل الغير مباشر (بطريقة الانحرافات المختصرة)

$$\bar{X}=A+\frac{\sum_{i=1}^{6} f_i . u_i}{\sum_{i=1}^{6} f_i}.c=22.5+\frac{-127}{57}.5=11.35\ ;u_i=\frac{d_i}{c}\ ,c=5 \qquad (3$$

طول المجال

<u>1-1-2 خواص المتوسط الحسابي</u>

Properties of Arithmetic mean

الخاصة الاولى- First property

- من أجل A مقدار ثابت مفروض ومن أجل x_i قيم مفروضة إن الوسط الحسابي لها يساوي مجموع الانحرافات زائداً المقدار A

$$\bar{X}=A+\bar{d} \qquad ; \qquad \bar{d}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} d_i \quad ; A = \text{ constant}$$

- لتوضيح هذه الخاصية نأخذ المثال التالي:

- **<u>Example</u>:** To assume a temperature of a 5 patients as follows **36, 35, 34, 40, 39** as A=37, Find $\bar{X}$?
- **<u>Solution</u>:** $\bar{X}=A+\bar{d}$
  $\bar{X}=37+\bar{d}$ ....(*)
  $\bar{d}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{5} d_i=\frac{1}{5}[(36-37)+(35-37)+(34-37)+(40-37)+(39-37)]=\frac{1}{5}(-1-2-3+3+2)=-\frac{1}{5}=-0.2$
  $\bar{X}=37-0.2=36.8$

- الشكل المباشر:

$$\bar{X}=\frac{36+35+34+40+39}{5}=36.8$$

<u>الخاصة الثانية</u>

Second property

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X}) = 0$$

برهان ذلك:

$$l_1 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X}) = \sum_{i=1}^{n}(x_i) - \sum_{i=1}^{n}(\bar{X})$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(x_i) - n\bar{X} = \sum_{i=1}^{n}(x_i) - n\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i)}{n}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(x_i) - \sum_{i=1}^{n}(x_i) = 0 = l_2$$

وهو المطلوب

<u>الخاصة الثالثة</u> :Third property

$$\overline{aX} = a\bar{X}$$

البرهان:

$$l_1 = \frac{\sum ax_i}{n} = \frac{ax_1 + ax_2 + ax_3 + \cdots + ax_n}{n}$$

$$= \frac{a(x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n)}{n} = a\frac{\sum x_i}{n}$$

$$= a\bar{x} = l_2$$

الخاصة الرابعة

تثبت صحة المتراجحة التالية:

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - a)^2 \geq \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$$

$a \neq \bar{x}$ $\quad$ a=constant

البرهان :

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - a)^2 = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X} + \bar{X} - a)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}[(X_i - \bar{x}) + 2(X_i - \bar{x})(\bar{x} - a) + (x - a)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{x})^2 + 2(\bar{X} - a)\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X}) + \sum_{i=1}^{n}(\bar{x}-a)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{x})^2 + 0 + n(\bar{x}-a)^2$$

حتى تكون المتراجحة صحيحة يجب ان يكون

$$n(\bar{x}-a)^2 > 0$$

نلاحظ ان المقدار موجب دوما .

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i-a)^2 \geq \sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{x})^2$$

2-2الوسيط :the median

اذا كانت البيانات مباشرة(لا يوجد تكرار) نرتب تصاعديا او تنازليا .

order: $x_1 = \frac{n+1}{2}$:odd (فردي) even، (زوجي)

med = $\frac{X_i+X_{i+1}}{2}$.

order $X_i = \frac{n}{2}$

$X_{i+1} = \frac{n}{2}+1$

بحالة يوجد تكرار
يوجد طريقتين :

1-2-2الجدول التصاعدي (increasing table):

تتبع الخطوات الاتية :

1- نوجد الجدول التصاعدي(لا نغير في المجالات(rang)) .

2- فئة الحل $\frac{n}{2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_i}{2}$

3- ترتيب الحل هو اقرب اكبر (تساوي) لفئة الحل في الجدول التصاعدي.

4- تطبيق القانون : C . $\text{Med} = L_1 + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i}{2} - \sum_{i=1}^{n} F_{i+1}}{F_i}$

L_1 الحد الأدنى للمجال (الفئة) التي تقابل ترتيب الحل

$\frac{\sum_{i=1}^{n} F_i}{2}$ فئة الحل

$\sum_{i=1}^{n} F_{i+1}$ الحد الأدنى يسبق ترتيب الحل.

F_i التكرار الذي يقابل ترتيب الحل .

C طول الفئة .

2-2-2 الجدول التنازلي (descreasing table):

نتبع نفس الخطوات مع تطبيق القانون .

$$\text{Med} = L_2 - \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} F_i}{2} - \sum_{i=1}^{n} F_{i+1}}{F_i} \;.\; C$$

L_2 الحد الأعلى للمجال (الفئة) التي تقابل ترتيب الحل التنازلي

$\frac{\sum_{i=1}^{n} F_i}{2}$ فئة الحل

$\sum_{i=1}^{n} F_{i+1}$ الحد الأدنى يسبق ترتيب الحل.

F_i التكرار الذي يقابل ترتيب الحل .

C طول الفئة .

Example: from H_1 N_1. Find the median by using increasing and decreasing table .

Rang	f_i	increasing.T	descreasing.T
[0-5]	5	5	57
[5-10]	23	28	25
[10-15]	14	42	29
[15-20]	11	53	15
[20-25]	3	56	4
[25-30]	1	57	1

1- بطريقة الجدول التصاعدي :

نلاحظ أن فئة الحل :

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} F_i}{2} = \frac{57}{2} = 28.5$$

وان ترتيب الحل : 42

$$Med = L_1 + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} F_i}{2} - \sum_{i=1}^{n} F_{i+1}}{F_i} \ . \ C$$

$$= 10 + \frac{28.5-28}{14} . 5$$

$$Med = 10.17$$

2- بطريقة الجدول التنازلي :

فئة الحل 28.5

ترتيب الحل 29

$$Med = L_2 - \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} F_i}{2} - \sum_{i=1}^{n} F_{i+1}}{F_i} \ . \ C$$

$$= 10 + \frac{28.5-15}{14} . 5$$

$$Med = 10.17$$

2-3 المنوال(The Mode)

هو الفئة الأكثر تكرار له عدة تكرارات له عدة انواع :

وحيد – دبل – متعدد – عديم منوال

بحالة التكرار له طريقتين :

1-2-3طريقة العزوم (Method momenty):

من علم الميكانيك نوجد عزم القوة من خلال القانون :

$$x . \Delta_{i-1} = \Delta_{i+1} . (c-x) \qquad (1)$$

x عزم القوة

Δ_i القيمة الأكثر تكرارا (المجال المتوالي)

Δ_{i-1} القيمة التي تسبق القيمة الأكثر تكرارا

Δ_{i+1} القيمة التي تلي القيمة الأكثر تكرارا

c طول المجال.

نوجد قيمةx في القانون (1) ونعوضها بالقانون

$$Mod = \Delta_{i-1} + x$$

2-2-3طريقة بيرسون(person):

اعتبر بيرسون ان طريقة العزوم لا تراعي القيمة الأكثر تكرارا لذلك الطريقة ليست دقيقة بشكل الكافي .

$\Delta_1 = \Delta_1 - \Delta_{i-1}$ ، $\Delta_2 = \Delta_1 - \Delta_{i+1}$

طبق القانون:

$$Mod = L_1 + \frac{\Delta 1}{\Delta 1 + \Delta_2} \,.\, C$$

L_1 الحد الأدنى للمجال الذي يقابل القيمة الأكثر تكرارا

C طول فئة

. من مثالنا $Flu\ H_1 N_1$. أوجد المنوال بطريقتين.

الحل :

-1 طريقة العزوم :

[0-5]	**5**
[5-10]	23
[10-15]	14
[15-20]	11
[20-25]	3
[25-30]	1

من القانون $x \cdot \Delta_{i-1} = \Delta_{i+1} \cdot (c-x)$ نوجد x

$5 \cdot x = 14 \ (5-x)$

$x = 3.68$

$Mod = \Delta_{i-1} + x$

$Mod = 5 + 3.6 = 8.68$

2- طريقة بيرسون :

$\Delta_1 = \Delta_1 - \Delta_{i-1} = 23 - 5 = 18$

$\Delta_2 = \Delta_1 - \Delta_{i-} = 23 - 14 = 9$

نطبق القانون

$$Mod = L_1 + \frac{\Delta 1}{\Delta 1 + \Delta i - 1} \cdot C$$

$$= 5 + \frac{18}{18+4} \cdot 5 = 8.33$$

❖ الوسط الهندسي :

عينة مؤلفة من n عنصر ، لا يوجد تكرار .

$x_i = \{ x_1 , x_2 \ldots\ldots\ldots, x_n \}$

يعطي القانون التالي :

$$G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \ \ldots\ldots\ldots\ldots x_n}$$

الوسط التوافقي $H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{xi}}$

الوسط الحسابي > الوسط الهندسي > الوسط التوافقي

نتائج :

1- العلاقة صحيحة

$\bar{x} > G > H$

2- $G^2 = \bar{x} \cdot H$

3- في حال البيانات متماثلة $\bar{x} = Mod = Med$

4- في حال البيانات شبه متماثلة

$\bar{x} = Mod = 3 (\bar{x} - Med)$

لبرهان العلاقة (1)

بفرض طالب فيزياء يقدم في الفصل الأول سبع مواد ، وفي فصل الثاني ست مواد والفصل الثالث 14 مادة .

$$\bar{x} = \frac{7+6+14}{3} = 9$$

$$G = \sqrt[3]{7.6.14} = 8.37$$

$$H = \frac{3}{\frac{1}{7}+\frac{1}{6}+\frac{1}{14}} = 7.87$$

نلاحظ ان $\bar{x} > G > H$

برهان العلاقة الثانية

ناخذ عينة مؤلفة من عنصرين

$$x_i = \{ x_1 , x_2 \}$$

$$L_1 = G_1 = (\sqrt[2]{x_1 . x_2})^2 = x_1 . x_2$$

$$L_2 = \bar{x} . H$$

$$L_2 = \frac{x1+x2}{2} . \frac{2}{\frac{x1+x2}{2x1 .x2}}$$

$$= \frac{x1+x2}{2} . \frac{2}{x1+x2} .(x1+x2) = L_1$$

$$L_1 = L_2$$