كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الرابعة

المادة : فيزياء البلازما

المحاضرة : الثامنة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

* الحالات الكهربائية و المغناطيسية الثابتة بالنسبة للزمن و المتغايرة بالنسبة للمكان:

ندرس في هذه الفقرة حركة جسيم مشحون يخضع لتأثير مجالات كهربائية ومغناطيسية ثابتة و منتظمة.

تعطى معادلة حركة جسيم في هذه الحالة بالصيغة التالية:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\left[\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right] \quad \cdots (1)$$

نكتب مركبات سرعة و الحال الكهربائي الموازية و المعامدة لـ $\vec{B}$:

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp} \quad (2) \qquad , \qquad \vec{E} = \vec{E}_{\parallel} + \vec{E}_{\perp} \quad (3)$$

بالتعويض من (2) و (3) في (1)

$$m\frac{d\vec{v}_{\parallel}}{dt} + m\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = q\left[\vec{E}_{\parallel} + \vec{E}_{\perp} + (\vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp})\times\vec{B}\right]$$
$$= q\vec{E}_{\parallel} + q\vec{E}_{\perp} + q\vec{v}_{\perp}\times\vec{B}$$

يمكن فصل هذه المعادلة إلى معادلتين:

$$\Rightarrow m\frac{d\vec{v}_{\parallel}}{dt} = q\vec{E}_{\parallel} \quad (4)$$

$$m\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = q\vec{E}_{\perp} + q\vec{v}_{\perp}\times\vec{B} \quad (5)$$

تمثل المعادلة (4) حركة جسيم بتسارع ثابت هو $\frac{q\vec{E}_{\parallel}}{m}$ على طول الحال $\vec{B}$ أي

$$\vec{v}_{\parallel}(t) = \frac{q\vec{E}_{\parallel}}{m}t + \vec{v}_{\parallel}(0) \quad (6)$$

علماً أن مسار الجسيم يساوي

$$\vec{r}_{\parallel}(t) = \frac{1}{2}\frac{q\vec{E}_{\parallel}}{m}t^2 + \vec{v}_{\parallel}(0) + \vec{r}_{\parallel}(0) \quad (7)$$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

لحل المعادلة ⑤ من الممكن تحليل مركبة السرعة المعادلة $\vec{v}_\perp$ إلى مركبتين بالشكل

$$\vec{v}_\perp = \vec{v}'_\perp + \vec{v}_D \quad ⑧$$

حيث $\vec{v}_D$ سرعة انجراف ثابتة

$$\vec{v}_D = \frac{\vec{E}_\perp \times \vec{B}}{B^2}$$

في المستوي العمودي على $\vec{B}$ و تمثل $\vec{v}'_\perp$ سرعة دوران لجسم المشحون dq حول مركز الانجراف و ذلك كما لو كان موجب في حالة إطلاقه متحركة بسرعة ثابتة $\vec{v}_D$ ،

هذه السرعة تجعل تعطيل

نعوض ⑧ في ⑤

$$m\frac{d\vec{v}'_\perp}{dt} + m\underbrace{\frac{d\vec{v}_D}{dt}}_{=0 \text{ لأن } v_D \text{ ثابتة}} = q\left[\vec{E}_\perp + \vec{v}' \times \vec{B} + \vec{v}_D + \vec{B}\right]$$

نعوض عن $\vec{v}_D = \frac{\vec{E}_\perp \times \vec{B}}{B^2}$

$$\Rightarrow m\frac{d\vec{v}'_\perp}{dt} = q\left[\vec{E}_\perp + \vec{v}'_\perp \times \vec{B} + \left(\frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2}\right) \times \vec{B}\right]$$

$$= q\left[\vec{E}_\perp + \vec{v}'_\perp \times \vec{B} - \left(\frac{\vec{B} \times (\vec{E}_\perp \times \vec{B})}{B^2}\right)\right]$$

$$= q\left[\vec{E}_\perp + \vec{v}'_\perp \times \vec{B} - \left(\frac{\vec{E}_\perp B^2 - \vec{B}(\vec{E}_\perp \cdot \vec{B})}{B^2}\right)\right]$$

$$\Rightarrow m\frac{d\vec{v}'_\perp}{dt} = q\vec{v}'_\perp \times \vec{B} \quad ⑨$$

نستنتج أنه في حالة إطلاقه متحركة بسرعة ثابتة $\vec{v}_D$ فإن جسم تجري حركة دائرية بتردد سيكلوترون ω_c و نصف قطر دوران r_c حيث أن

$$\vec{v}' = \vec{\omega}_c \times \vec{r}_c \quad ⑩$$

تشير النتائج السابقة إلى أن حركة جسم المشحون وأيا كان نوع تأثير مجالين كهربائي ومغناطيسي متجانسين وثابتين ، تتحدد بوساطة مجموعة حركات هي :

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

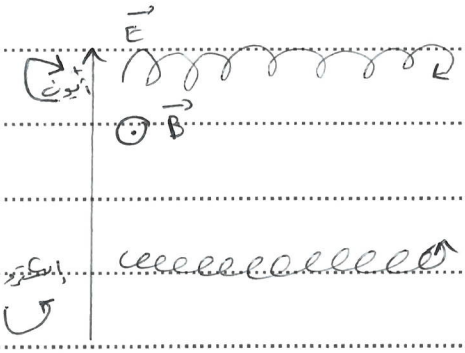
a) حركة دائرية في المستوي العمودي على $\vec{B}$ هي $\vec{v}_\perp$

b) حركة منتظمة بسرعة ثابتة $\vec{v}_D$ عمودية على كل من $\vec{B}$ و $\vec{E}_\perp$

c) تسارع منتظم $\frac{q\vec{E}_\parallel}{m}$ باتجاه المجال $\vec{B}$ ويمكن التعبير عن سرعة الجسيم بواسطة جهة مستقل عن نظام الإحداثيات وذلك بالصيغة الآتية:

$$\vec{v}(t) = \vec{\omega}_c \times \vec{r}_c + \frac{\vec{E}_\perp \times \vec{B}}{B^2} + \frac{q\vec{E}_\parallel}{m} t + \vec{v}_\parallel(o) \quad (11)$$

نوضح الشكل التالي مسارات السيكلوسيد (الحلزون) البيكترونات والأيونات الخاضعة لمجالين كهربائي ومغناطيسي ثابتين ومتعامدين



* حركة جسيم المشحون في المجالات الكهرومغناطيسية المتغيرة مع الزمن:

سندرس في هذا الفصل تحليل حركة جسيمات المشحونة بوجود المجالات المتغيرة مع الزمن:

* تغير المجال الكهربائي بشكل بطيء مع الزمن

تطي حركة الجسيم المشحون على طول خطوط المجال المغناطيسي بواسطة المعادلة

$$\left(m \frac{d\vec{v}_\parallel}{dt} = q\vec{E}_\parallel \right)$$

يمكننا من هذه المعادلة الشكل العام:

$$\vec{v}_\parallel(t) - \vec{v}_\parallel(o) = \frac{q}{m} \int_0^t \vec{E}_\parallel(t')\, dt' \quad (1)$$

لا تؤدي هذه النتيجة إلى أية معلومات مهمة غير الاهتمام بما أن المجال $\vec{E}$ تتغير بشكل بطيء مع الزمن فإن حركة الجسيم على خطوط المجال المغناطيسي يتوقع أن لا تكون مختلفة عن تلك التي للمجال الكهربائي $\vec{E}$ الثابت لذلك عند المناسب الحث عن حل لـ $\vec{v}_\perp$ بصيغة مشابهة لـ $(\vec{v}_\perp = \vec{v}'_\perp + \vec{v}_D)$ وذلك

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$\vec{v}_\perp = \vec{v}'_\perp + \vec{v}_D + \vec{v}_P$ ② بكتابة في هذه العلاقة بالصيغة التفاضلية

حيث $\vec{v}_D = \frac{\vec{E}_\perp \times \vec{B}}{B^2}$ هي سرعة الإزاحة في الفراغ الكهرومغناطيسي

بتعويض المعادلة ② في معادلة الحركة العمودية $\left(\frac{m d\vec{v}'_\perp}{dt}\right) = q(\vec{E}_\perp + \vec{v}' \times \vec{B})$

$$m\frac{d\vec{v}'_\perp}{dt} + m\frac{d\vec{v}_D}{dt} + m\frac{d\vec{v}_P}{dt} = q[\vec{E}_\perp + (\vec{v}'_\perp + \vec{v}_D + \vec{v}_P) \times \vec{B}] \quad ③$$

بالتعويض عن $\vec{v}_D = \frac{\vec{E}_\perp \times \vec{B}}{B^2}$ في ③ نجد أن

$$m\frac{d\vec{v}'_\perp}{dt} + m\frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{E}_\perp \times \vec{B}}{B^2}\right) + m\frac{d\vec{v}_P}{dt}$$

$$= q\left[\vec{E}_\perp + \vec{v}'_\perp \times \vec{B} - \vec{B} \times \left(\frac{\vec{E}_\perp \times \vec{B}}{B^2}\right) + \vec{v}_P \times \vec{B}\right]$$

$$\Rightarrow m\frac{d\vec{v}'_\perp}{dt} + m\frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{E}_\perp \times \vec{B}}{B^2}\right) + m\frac{d\vec{v}_D}{dt} = q\vec{v}'_\perp \times \vec{B} + q\vec{v}_P \times \vec{B} \quad ④$$

$$m\frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{E}_\perp \times \vec{B}}{B^2}\right) = q\vec{v}_P \times \vec{B} \quad ⑤$$ إذا اعتبرنا

فإن المعادلة ④ تصبح بالصيغة :

$$m\frac{d\vec{v}'_\perp}{dt} + m\frac{d\vec{v}_P}{dt} = q\vec{v}'_\perp \times \vec{B} \quad ⑥$$

عندما يكون إهمال الحد الناتج عن الطرف اليساري في المعادلة رقم ⑥ فإن الصيغة تصبح $m\frac{d\vec{v}'_\perp}{dt} = q\vec{v}'_\perp \times \vec{B}$ والتي تصف كما نعلم حركة دائرية حول خطوط المجال المغناطيسي.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

ملاحظة: عكننا إثبات أن الحد $m\frac{d\vec{v}_p}{dt}$ موجود في الطرف الأيسر من (6) أمام الحد الموجود في الطرف الأيمن في (6) وذلك كالآتي

ننطلق من اعتبارنا أن $m\frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{E}_\perp \times \vec{B}}{B^2}\right) = q\vec{v}_p \times \vec{B}$

سؤال: اعتبارًا من العلاقة (5) أثبت أن $q\vec{v}_\perp \times \vec{B}$ موجود أمام $\frac{d\vec{v}_p}{dt}$

حسب هذه العلاقة $\vec{v}_p$ يضرب طرفي العلاقة ضربًا من اليسار بالحد $\vec{B}$

$$m\frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{B}\times(\vec{E}_\perp \times \vec{B})}{B^2}\right) = q\vec{B}\times(\vec{v}_p \times \vec{B})$$

$$\Rightarrow \frac{m}{qB^2}\frac{d}{dt}\left(\vec{E}_\perp(B^2) - \vec{B}(\vec{E}_\perp \cdot \vec{B})\right) = \vec{v}_p(B^2) - \vec{B}(\vec{v}_p \cdot \vec{B})$$

لأن حركة الإلكترون مقطاب عمودية على الحقل الكهربائي

$$\Rightarrow \vec{v}_p = \frac{m}{qB^2}\frac{\partial \vec{E}_\perp}{\partial t} \quad (7)$$

ينتج من العلاقة (7) أن استقطاب الوسط اللازجي ينتج من تغير الحقل الكهربائي بالنسبة للزمن

لنجد أن $\vec{v}_p$ نوعه النسبة التالية من (7):

$$\left|\frac{m\frac{d\vec{v}_p}{dt}}{q\vec{v}_\perp \times \vec{B}}\right| = \frac{\left|m\frac{d}{dt}\left(\frac{m}{qB^2}\frac{\partial E_\perp}{\partial t}\right)\right|}{|q v_\perp \cdot B|} = \frac{\left|\left(\frac{m^2}{qB^2}\right)\frac{\partial^2 E_\perp}{\partial t^2}\right|}{|qv_\perp B|} \quad (8)$$

لحساب $\frac{\partial E_\perp}{\partial t}$ نفترض أن $\vec{E}_\perp$ تغير بشكل توافقي مع تردد زاوي ω أي أن

$\vec{E}_\perp = \vec{E}_0 e^{-\omega t}$ ، ω تردد الاهتزاز

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 E_\perp}{\partial t^2} = -\omega^2 \vec{E}_\perp$$

بالعودة إلى (8)

$$\Rightarrow \left|\frac{m\frac{\partial v_p}{\partial t}}{q\vec{v}_\perp \times \vec{B}}\right| = \left|\frac{E_\perp/B}{v_\perp}\right|\left|\frac{\omega^2 m^2}{q^2 B^2}\right| = \left|\frac{E_\perp/B}{v_\perp}\right|\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \quad (9)$$

ω_c^2 ← $\frac{1}{\omega_c^2}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

حيث عوضنا أيضاً عن ω_c^2 بـ $\frac{q^2B^2}{m^2}$

إذا علمنا أن سرعة الانزياح هي

$$\vec{v_D} = \frac{\vec{E_\perp} \times \vec{B}}{B^2} \Rightarrow |\vec{v}_D| = \left|\frac{E_\perp \cdot B}{B^2}\right| = \left|\frac{E_\perp}{B}\right| \quad (10)$$

$$(9) \Rightarrow \left|\frac{m\frac{d\vec{v_p}}{dt}}{q\vec{v_\perp} \times \vec{B}}\right| = \left|\frac{v_p}{v_\perp}\right| \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \quad (11)$$

إذا اعتبرنا أن ω تردد الاهتزاز أصغر بكثير من ω_c تردد السيكلوترون

وإذا كان $\frac{v_p}{v_\perp}$ مقدار صغير عندئذ يمكن إهمال $m\frac{d\vec{v_p}}{dt}$ أمام $q\vec{v_\perp} \times \vec{B}$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z