كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الرابعة

المادة : ميكانيك الكم٢

المحاضرة : التاسعة/نظري/ كتابة

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

حل مسألة التبعثر إي ايجاد سرعة الجسيمات المتشتة :

نكتب العلاقة التالية باستخدام مبدأ انحفاظ الطاقة في جملة مركز الكتل

$$\frac{1}{2}\mu v_e^2 + V = \frac{1}{2}\mu v_e'^2 + V'$$

الطاقة الكلية الجزيء قبل التشتت — بعد التشتت

μ الكتلة النسبية

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 m_2}{M}$$

V و V' سرعتا اكبيء النسبي

v قبل التشتت

V و V' الطاقة الكامنة لجملة قبل التشتت و بعد التشتت وبما ان التهادم دون دهلة مزدل فإن $V = V'$

للحصول على سرعتين اكبيعين بعد التهادم لذلك فإن نأخذ بعين الاعتبار مركز الكتل

$$V_R = \frac{dR}{dt}$$

وبالتالي نكتب $\vec{V}_i$

$$\vec{V}_i' = \vec{V}_{ic} + \vec{V}_R$$

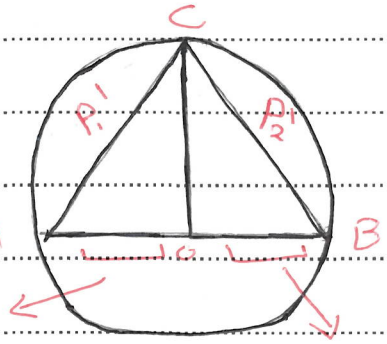
مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

$$\vec{V_1'} = \vec{V_{1c}} + \vec{V_R}$$
$$\vec{V_2'} = \vec{V_{2c}} + \vec{V_R}$$

$$\vec{V_1'} = \frac{m_2}{M}\vec{V'} + \frac{m_1\vec{V_1} + m_2\vec{V_2}}{M}$$

$$\vec{V_2'} = -\frac{m_1}{M}\vec{V'} + \frac{m_1\vec{V_1} + m_2\vec{V_2}}{M}$$

نجد هنا أنه يمكن الانتقال لهاتين العلاقتين إلى الشكل الهندسي وذلك من خلال البدأ فيمة الدفاع حيث نكتب المدفعين بالشكل الآتي:



$\frac{m_1}{M}(P_1+P_2)$ $\frac{m_2}{M}(P_1+P_2)$

$$\vec{P_1'} = \mu\vec{V'} + \frac{m_1}{M}(\vec{P_1} + \vec{P_2})$$

$$\vec{P_2'} = \mu\vec{V'} + \frac{m_2}{M}(\vec{P_1} + \vec{P_2})$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

الدائرة المرسومة مركزها (o) ونصف قطرها μV

$$Ac = P_1' \quad , \quad cB' = P_2'$$

$$oB = \frac{m_2}{M}(\vec{P_1'} + \vec{P_2'}) \quad / \quad A_o = \frac{m_1}{M}(\vec{P_1'} + \vec{P_2'})$$

لنفترض ان الكتلة M_2 ساكنة $\Leftarrow$

$$\vec{V}_{2'} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{V}' = \vec{V}_{1'}$$

هذا يعود الى

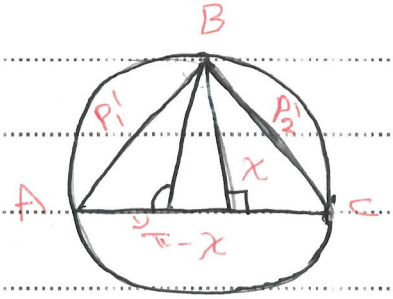
$$P_2 = 0$$

$$oB = \frac{m_2}{M}(\vec{P_1'}) \Rightarrow \frac{m_2}{M}(m_1 \vec{V_1'})$$

$$o\vec{B} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \vec{V_1'} = \mu \vec{V'}$$

وهذا يتطلب ان تقع $\vec{B}$ على محيط الدائرة

لرسم عمود من o على AB ونكتب



$$|P_1'|^2 = A_o^2 + oc^2 - 2 A_o \cdot oc \cos(\pi - x)$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$(m_1 V_1')^2 = \frac{m_1 P_1^2}{M^2} + \mu^2 V_1^2 - 2\left(\frac{m_1}{M} P_1\right)(\mu V_1)$$

$$\cos(\pi - \chi)$$

$$m_1^2 V_1'^2 = \frac{m_1^2 m_1^2 V_1^2}{M^2} + \frac{m_1^2 m_2^2}{M^2} V_1^2 + 2\frac{m_1}{M} m_1 V_1^2 \cdot \frac{m_1 m_2}{M} \cos\chi$$

$$m_1^2 V_1^2 = \frac{m_1^2 m_2^2 V_2^2}{M^2} + \frac{m_1^2 m_2^2}{M^2} V_1^2 + 2\frac{m_1^2 V_1^2}{M^2} m_1 m_2 \cos\chi$$

نقسم الطرفين على m_1 بطرفين

$$V_1'^2 = \frac{m_1^2 V_1^2}{M^2} + \frac{m_2^2}{M^2} V_1^2 + 2\frac{V_1^2}{M^2} m_1 m_2 \cos\chi$$

$$V_1'^2 = \frac{V_1^2}{M^2}\left(m_1^2 + m_2^2 + 2 m_1 m_2 \cos\chi\right)$$

وبالتالي $V_1^2 = V^2$

هذا يجب ان V_1' سرعة البث للجسم الاول

وحدده اما من اجل V_2'

نرسم عمودا من o على CB

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\sin\frac{\chi}{2} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{p_2'/2}{\mu v} \Rightarrow$$

$$p_2' = 2\mu v \sin\frac{\chi}{2}$$

$$m_2 v_2' = \frac{2 m_1 m_2}{M} v \sin\frac{\chi}{2}$$

سرعة بعد التشتت

التشتت داخل زاوية مجسمة:

تبين التجربة ان المقطع العرضي التفاضلي

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta}\left|\frac{db}{d\theta}\right|$$

الآن لو رمينا الى مثال كرة بلياردو

$$b = R\sin\frac{\theta}{2}$$

$$\frac{db}{d\theta} = \frac{1}{2} R \sin\frac{\theta}{2} \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta}\left|\frac{db}{d\theta}\right|$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\sin\theta}\left(R\sin\frac{\theta}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}R\sin\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\sin\theta}\left(R\cos\frac{\theta}{2}\right)\left(\frac{1}{2}R\sin\frac{\theta}{2}\right)$$

$$= \frac{R^2}{2}\,\frac{\sin\theta}{2\sin\theta}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R^2}{4}$$

نظرية تبعثر الكمية :

تتعبر نظرية التبعثر الكمية في حال انحراف جسيم وارد بنتيجة تصادمه مع جسيم آخر في زاوية انحراف θ وبالتالي وجود لهم المسار أو الكتلة أو وسط الهدم لا وجود لهم في هذه الحالة .

لدفق الكرة المتوجة e^{ikz} ودفق الجسيم المشتت كوجة كروية من الشكل $\frac{e^{ikr}}{r} f(\theta)$ يمثل وطال (بعد) المشتت أو هو التابع الموجي ψ الذي يصف سلوك جسيم بالإضافة إلى كمون وتابع الموجة لمعادلة شرودنغر الموافقة للكمون ، لا نكتب

$$\psi = e^{ikz} + f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}$$

بحيث قانون تدفق الجسيمات dN بالاتجاه $k(\theta,\phi)$ من خلال سطح كروي بعد حوله dN الطح ds لحزمة واردة بالعلاقة

$$dN = I(\theta)|f(\theta)|^2 \frac{ds}{r^2} \quad \text{---} (2)$$

أي تابع جامل جزء الاحتمال $|f(\theta)|^2 \frac{ds}{r^2}$ في الزاوية المجسم θ

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

أما العبارة الحادة للمقطع

$$\sigma = \frac{1}{j} \frac{dN}{d\Omega}$$

حيث j كثافة تيار الجسيمات الواردة وتساوي سرعتها

$$v = j$$

$$d\sigma = \frac{1}{v} \frac{v |f(\theta)|^2}{d\Omega} d\Omega$$

$$\sigma = |f(\theta)|^2$$

$$d\Omega = \frac{dS}{r^2} \cos\theta$$

المقطع المرجع للتشتت يساوي مربع السعة

اثبت صحة المعادلة الآتية علماً ان كثافة التيار

$$j = \frac{\hbar}{2mi} \left(\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^* \right)$$

$$\psi = \frac{f(\theta) e^{ikr}}{r}$$

معطيات السؤال (r, θ, ϕ)

$$\hat{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right)$$

$$\psi^* = f^*(\theta) \frac{e^{-ikr}}{r} \quad \text{---------- (5)}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$\nabla\psi = ?$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}\right) = f(\theta)\left(-\frac{1}{r^2}e^{ikr} + \frac{ik}{r}e^{ikr}\right)$$

$$= f(\theta)e^{ikr}\left(\frac{ik}{r} - \frac{1}{r^2}\right)$$

بالاستفادة من العلاقات 3 و 4 يمكننا ان نكتب:

$$\nabla\psi = f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}\left(ik - \frac{1}{r}\right)\hat{r} + \frac{e^{ikr}}{r^2}\frac{\partial f}{\partial\theta}\hat{\theta} \quad (6)$$

$$\psi^*\nabla\psi = |f(\theta)|^2\left(\frac{ik}{r^2} - \frac{1}{r^3}\right)\hat{r} + \frac{1}{r^3}f^*(\theta)\frac{\partial f(\theta)}{\partial\theta}\hat{\theta} \quad (7)$$

بنفس الطريقة نجد $\nabla\psi^*$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(f^*(\theta)\frac{e^{-ikr}}{r}\right) = f^*(\theta)\left(-\frac{1}{r^2}e^{-ikr} - \frac{ik}{r}e^{-ikr}\right)$$

$$= f^*(\theta)e^{-ikr}\left(-\frac{ik}{r} - \frac{1}{r^2}\right)$$

ومنه f^*

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\nabla \psi^* = \left(f^*(\alpha) e^{-ikr} \left| \frac{-ik}{r} - \frac{1}{r^2} \right| \frac{e}{r} \frac{df^*}{d\alpha}, 0 \right]$$

[8] ـــــ

* من العلاقات 3 و 8 نجد

$$\psi \nabla \psi^* = \left(|f(\alpha)|^2 \left(\frac{-ik}{r} - \frac{1}{r^2} \right| \frac{1}{r} f(\alpha) \frac{\partial f(\alpha)}{\partial \alpha}, 0 \right]$$

$$\psi^* \nabla \psi \cdot \psi \nabla \psi^* = \frac{2ik}{r} |f\alpha|^2 \cdot \frac{1}{r} \left| f^*(\alpha) \frac{\partial f(\alpha)}{\partial \alpha} - f \frac{\partial f}{\partial \alpha} \right. , 0 \Big]$$

ـــ #

نعوض في ن

$$j = \frac{\hbar}{2mi} \quad (\text{ـــ \#})$$

$$\Rightarrow j = \frac{\hbar k}{2m} \frac{|f(\alpha)|^2}{r^2} \cdot \frac{\hbar}{2mi r^3} \left(f^*(\alpha) \frac{\partial f(\alpha)}{\partial \alpha} - f(\alpha) \frac{\partial f(\alpha)}{\partial \alpha} \right| , 0 \Big]$$

من اجل ثم كبيرة لـ r تؤول المركبة e_α

بالمقارنة مع المتجهة e_r

$$j_r = \frac{\hbar k}{2m} \cdot \frac{|f(\alpha)|^2}{r^2} \Rightarrow \text{هـ} = \frac{|f(\alpha)|^2}{r^2}$$

و هـ $\frac{\hbar k}{m}$ ، و هـ ن

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

وبالتالي من العلاقة (2)

$$dN = \varepsilon |f(\theta)|^2 \frac{ds}{r^2} =$$

أي $ds = \varepsilon |f(\theta)|^2 d\Omega$

نقسم $\frac{dN}{d\Omega}$

$$\frac{dN}{d\Omega} = \varepsilon |f(\theta)|^2$$

$$\sigma = \frac{1}{J} \frac{dN}{d\Omega} = \frac{1}{V} \varepsilon |f(\theta)|^2 = |f(\theta)|^2$$

وهي المقطع العرضي

// انتهت المحاضرة //

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z