كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الرابعة

المادة : ميكانيك الكم٢

المحاضرة : الاولى/نظري/كتابة

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

الفرضيات الأساسية في ميكانيك الكم:

1- يقابل كل قيمة فيزيائية لجملة كمية مؤثر هرميتي

2- يقابل كل حالة فيزيائية لجملة تابع موجي منظم 1

3- لا يمكن لأي مقدار فيزيائي إن يأخذ سوى القيمة الذاتية له

4- كسب الاحتمال الرياضي للمقدار الفيزيائي

$$\langle L \rangle \equiv \bar{L} \equiv \langle \psi | \hat{L} | \psi \rangle$$

$$= \int \psi^* \hat{L} \psi \, dx$$

5- يحقق مؤثر الإحداثيات $\hat{x}_i$ ومؤثر الاندفاع $\hat{p}_i$ معادلتي

$$\frac{d}{dt} \langle f | \hat{p}_i | g \rangle = - \langle f | \frac{\partial H}{\partial x_i} | g \rangle \Rightarrow$$

$$p_i^* = - \frac{\partial H}{\partial x_i}$$

$$\frac{d}{dt} \langle f | \hat{x}_i | g \rangle = + \langle f | \frac{\partial H}{\partial p_i} | g \rangle \Rightarrow$$

$$x_i^* = + \frac{\partial H}{\partial p_i}$$

TEL:0931497960 - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - مكتبة A to Z

E| تمثل المؤثرات $\hat{x}_i$ و $\hat{p}_i$ العلاقات التبادلية

$$[\hat{p}_i, \hat{x}_k] = -i\hbar \delta_{ik}$$

$$[\hat{p}_i, \hat{p}_k] = [\hat{x}_i, \hat{x}_k] = 0$$

$$[\hat{p}_i, f(\hat{x}_i)] = -i\hbar \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

$$\Rightarrow [\hat{p}_i, f(\hat{x}_i)^n] = -i\hbar \frac{\partial f(x_i)^n}{\partial x_i}$$

بفرض إن مؤثر الاندفاع

$$\hat{p}_i = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \hat{x}_i} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{x}_i}$$

بين إنه يمكن التعامل مع الأمثلة بإجراء تحويل واحدة مناسبة

وكتابة عبارة الاندفاع في التمثيل الأحداثي بالشكل

$$\hat{p}_i = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \hat{x}_i} \qquad \hat{p}_i = -i\hbar \hat{\nabla}$$

$$\hat{U} = e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \longrightarrow \hat{U}^+ = e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}}$$

$$\hat{p}_i = \hat{U}^+ \hat{p}_i \hat{U} \Rightarrow \hat{p}_i f(\hat{x}_i) =$$

$$(\hat{U}^+ \hat{p}_i \hat{U}) f(\hat{x}_i)$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$= \left(e^{\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \hat{p}_i e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \right) \psi(x_i)$$

$$= e^{\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial \hat{x}_i} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \psi(x_i)$$

$$= e^{\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \left(-i\hbar \frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \psi(\hat{x}_i) +$$

$$e^{\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \left(\frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \psi(\hat{x}_i) =$$

$$e^{\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \left[-i\hbar \left(-\frac{i}{\hbar} \frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \psi(\hat{x}_i) - \right.$$

$$\left. i\hbar e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \left(\frac{\partial \psi(\hat{x}_i)}{\partial \hat{x}_i} \right) \right] +$$

$$e^{\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \left(\frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \psi(x_i) =$$

$$-i\hbar e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}} e^{\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \left(\frac{\partial \psi(\hat{x}_i)}{\partial \hat{x}_i} \right)$$

$$= -i\hbar \frac{\partial \psi(\hat{x}_i)}{\partial \hat{x}_i} \Rightarrow \hat{p}_i = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \hat{x}_i}$$

☺ ملاحظة

نستطيع ان نكتب بشكل مشابه على عبارة المؤثر الأحداثي $\hat{x}_i$ حيث:

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\hat{X}_i = i\hbar \frac{\partial}{\partial \hat{P}_i}$$

تمرين :

اوجد التابع الخاص للمؤثر $\hat{P}_i$ والتابع الخاص للمؤثر $\hat{X}_i$

نكتب معادلة القيم الخاصة لمؤثر الاندفاع

$$-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial \hat{x}_i} = \hat{P}_i \cdot \psi$$

حل هذه المعادلة

$$\psi(\hat{x}_i) = A e^{\frac{i}{\hbar} P_i x_i} \quad \cdots\cdots (1)$$

نستخدم علاقة النظم التالية

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x_i') \psi(x_i) \, dx_i = \delta(x_i' - x_i)$$

نعوض في [1]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(A^* e^{-\frac{i}{\hbar} P_i x_i}\right)\left(A e^{\frac{i}{\hbar} P_i x_i}\right) dx_i = \delta(x_i' - x_i)$$

$$= |A|^2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{i}{\hbar} P_i (x_i - x_i')} dx_i = \delta(x_i' - x_i)$$

$$|A|^2 \left[2\pi\hbar\, \delta(x_i - x_i')\right] = \delta(x_i' - x_i)$$

$$= |A|^2 (2\pi\hbar) = 1 \Leftrightarrow A = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group : A to Z مكتبة

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{\frac{i}{\hbar} px}$$

السبين والحضاءات البنية

المؤثرات المقابلة لمؤثر العزم الكلي $\hat{L}$ والعزم الخاص السبين :

إن المؤثرات المقابلة للمؤثرين $\hat{L}^2$, $\hat{L}_z$

$$\hat{L}^2 |l m\rangle = \hbar^2 l(l+1) |l m\rangle$$

$$\hat{L}_z |l m\rangle = \hbar m |l m\rangle$$

حيث $|l m\rangle$ يرمز للتابع الخاص المشترك للمؤثرين l, m

حيث l, m عددان كوانتيان حيث m تأخذ قيم

$$-l \le m \le +l$$

$$m = -l, -l+1, -l+2, \ldots, 0, 1, 2, \ldots, +l$$

وبالتالي عدد القيم التي تأخذها m هي $(2l+1)$

قيمة مقابل كل قيمة تأخذها l حيث l تأخذ نصف العدد الصحيح

$$l = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

الحالة S

$l = 0 \Rightarrow m = 0$

الحالة P

$l = 1 \Rightarrow m = -1, 0, 1$

أما العزم التي تتعلق بالزخم الحركي لـ l فهي موجودة بالطبيعة وتوجد جسيمات أساسية عزومها

$\frac{3}{2}, \frac{5}{2}$ ـــــ

أما المؤثرات المقابلة

$\hat{L}_+, \hat{L}_-, \hat{L}_x, \hat{L}_y$

ليست قطرية لأنها لا تتبادل مع $\hat{L}_z$ و $\hat{L}^2$ بالوقت نفسه وبالتالي لا تمتلك مجموعة مؤثرات متبادلة لدينا العلاقتين

$$\hat{L}_- |l, m\rangle = \hbar \sqrt{l(l+1) - m(m-1)}\, |l, m-1\rangle$$

$$\hat{L}_+ |l, m\rangle = \hbar \sqrt{l(l+1) - m(m+1)}\, |l, m+1\rangle$$

اي يكب تأثير $\hat{L}_-$ على $|l, m\rangle$ ينعدم اي التابع الذي قبله مباشرة"

بينما تأثير $\hat{L}_+$ على $|l, m\rangle$ " " " " " "

يعيده مباشرة"

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

كل من حملة العلاقتين (2) على العناصر الصفوفية القابلة

$\hat{L}_-$ ، $\hat{L}_+$

$$\langle l, m-1 | \hat{L}_- | l m \rangle = \hbar \sqrt{l(l+1) - m(m-1)}$$

$$\langle l, m+1 | \hat{L}_+ | l m \rangle = \hbar \sqrt{l(l+1) - m(m+1)}$$

أما الصفوفات المتبادلتان $\hat{L}_x$ ، $\hat{L}_y$ فيمكن حسابهما بعد الجمع بين العلاقتين

$$\hat{L}_x = \frac{1}{2}(\hat{L}_+ + \hat{L}_-)$$

$$\hat{L}_y = \frac{1}{2}(\hat{L}_+ - \hat{L}_-)$$

وبالتالي

$$\langle l, m+1 | \hat{L}_x | l m \rangle = \langle l m | L_x | l, m+1 \rangle$$

$$= \frac{\hbar}{2} \sqrt{(l-m)(l+m+1)}$$

$$\langle l, m+1 | \hat{L}_y | l m \rangle = - \langle l m | \hat{L}_y | l, m+1 \rangle$$

$$= -\frac{i\hbar}{2} \sqrt{(l-m)(l+m+1)}$$

تم البرهان على ذلك عبر نظرية الذمر

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

إن المؤثر السبين $\hat{S}$ يحقق الخواص المتبادلة نفسها التي يحققها العزم السبيني $\hat{l}$ وبالتالي الصفوفات المقابلة لها تكون متشابهة غير ان المؤثر السبين لا يؤثر في الفضاء المادي وانما في فضاء خاص به وهكذا لا يمكن ان تكون التي توضع بالشكل

$$Y_{lm}(\theta,\phi) = \langle \theta, \varphi | l_m \rangle \quad \ldots\ldots (6)$$

$$X_{sm_s}(\sigma) = \langle \sigma | s_{m_s} \rangle \quad \ldots\ldots (7)$$

اعتماداً على العلاقة (1)

$$\hat{S}^2 | s m_s \rangle = \hbar^2 s(s+1) | s m_s \rangle$$

$$\hat{S} | s m_s \rangle = \hbar m (s+1) | s m_s \rangle \quad \ldots\ldots (8)$$

$$\hat{S}_{\pm} = \hat{S}_x \pm i \hat{S}_y \quad \ldots\ldots (9)$$

والصفوفات المقابلة لها

$$\langle s, m_s - 1 | \hat{S}_- | s m_s \rangle =$$

$$\hbar \sqrt{s(s+1) - m_s(m_s-1)}$$

$$\langle s, m_s + 1 | \hat{S}_+ | s m_s \rangle =$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$= \hbar \sqrt{s(s+1) - m_s(m_s+1)}$$

نضع العنصرين

$$\langle s, m_s | \hat{s}_x | s, m_s - 1 \rangle = \langle s, m_s - 1 | \hat{s}_x | s m_s \rangle =$$

$$\frac{\hbar}{2} \sqrt{s(s+1) - m_s(m_s - 1)}$$

$$\langle s, m_s | \hat{s}_y | s, m_s - 1 \rangle = \langle s, m_s - 1 | \hat{s}_y | s m_s \rangle$$

$$= -i \frac{\hbar}{2} \sqrt{s(s+1) - m_s(m_s - 1)}$$

مع العلم إن s تأخذ قيم صحيحة و نصف صحيحة و m_s

$m_s = -s, -s+1, -s+2, \ldots, 0, 1, 2, \ldots, s$

التوابع الموجية النبية :

من المعلوم إن التابع الموجي لجسيم عديم النبض يتبع بثلاث متحولات هي x و y و z أو

(r, θ, φ)

(P_x, P_y, P_z)

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

في فضاء الاندفاع حيث ان الأمر يختلف عندما الجسم
البيئي s فلابد من أضافة درجة حرية جديدة
نرمز لها σ ونكتب التابع البيئي بالشكل $\chi_s(\sigma)$
وأحياناً تكتب بالشكل $\chi_s(\sigma)$ وذلك تشبه بالتوابع
الخاصة للعزوم الحركة التي وضعناها بالشكل (σ) حيث
l, m وسيط التمثيل
وهكذا نضع التابع البيئي بالشكل

$$\chi_{sm_s}(\sigma) \equiv \langle \sigma | sm_s \rangle \quad \ldots\ldots (12)$$

sm_s وسيط الحالة الكوانتية
σ " التمثيل
والجدير بالذكر ان المؤثر $\hat{s}$ يتبادل مع المؤثر الهاملتون
في كامنة الظروف لأنه فيزياء الفضاء البيئي
المستقل تماماً عن الفضاء الاحداثي $\vec{r}$ وفضاء الاندفاع p
ويكون الحقل σ وسيط البيئي s على المحور oz
وبالتالي فأن σ ستأخذ $(2s+1)$ قيمة وحيدة
إي ان

$$\sigma \equiv s_z \equiv m_s = s, s-1, \ldots, 0, \ldots, -s$$

عندئذ التابع البيئي χ_s يكتب

$$\langle \sigma | sm_s \rangle = \delta_{\sigma m_s} \quad \ldots\ldots (16)$$

لنرتب التوابع (16) بشكل اعمدة لقيم m_s

TEL:09314979600 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$|S m_s = S\rangle = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$|S m_s = S-1\rangle = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \boxed{15}$$

$$S m_s = -S\rangle = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

وهذا الشكل يوافق المؤثرات المتبادلة التي يجب ان تتألف من $(2S+1)(2S+1)$ عنصر ومن الضروري التأكيد هنا ان التمثيل السابق $|\sigma = S_z\rangle$ ليس الوحيد فيمكن ان نأخذ تمثيل آخر

$\sigma = S_x$ $\sigma = S_y$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

// تمرين //

احسب العناصر المحذوفة لمؤثر النسبة ك عندما ا = ك

في تمثيل حـ ك = σ ثم أعد الى ألة في التمثيل ك = σ

// انتهت المحاضرة //

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z