كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الرابعة

المادة : حالة صلبة٢

المحاضرة : السادسة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

2024 2025

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

الخصائص المغنطيسية للأجسام الصلبة

1-8 الوصف الجهري للمغنطيسية Macroscopic Description of Magnetism:

قبل الشروع في استعراض الخصائص المغنطيسية للأجسام الصلبة من المفيد جداً مراجعة أساسيات المغنطيسية الساكنة؛ نفرض بشكل عام، أن قانون غوص Gauss's Law (تدفق حقل التحريض المغنطيسي من خلال سطحٍ مغلقٍ يساوي الصفر)

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{a}=0\,,\quad \text{div}\,\vec{B}=0 \tag{1-8}$$

محقق في المغنطيسية الساكنة، حيث يُشير إلى عدم وجود أحاديات قطب مغنطيسية. فمصادر **التحريض المغنطيسي** *Magnetic Induction*، $\vec{B}$ ، هي ثنائيات قطب مغنطيسية. يرتبط التحريض المغنطيسي **بالحقل المغنطيسي** *Magnetic Field*، $\vec{H}$ ، في الخلاء بالعلاقة المادية الآتية:

$$\vec{B}=\mu_0\vec{H}\,, \tag{2-8}$$

حيث μ_0 النفاذية المغنطيسية للخلاء.

تجدر الإشارة إلى أنَّ **واحد تسلا هو حقل مغنطيسي قوي جداً**. فالحقل المغنطيسي الأرضي يكون عادةً من رتبة 5×10^{-5} T، والحقول المغنطيسية في ماسحات التجاوب المغنطيسي الطبية تبلغ أجزاءً من التسلا وأكثر من واحد تسلا في بعض الحالات.

لدينا في الوسط المادي

$$\vec{B}=\mu_0\left(\vec{H}+\vec{M}\right)=\mu_0\vec{H}+\mu_0\vec{M}=\vec{B}_0+\mu_0\vec{M}\,, \tag{3-8}$$

حيث $\vec{M}$ **مقدار التمغنط الجهري** للجسم الصلب؛ من المفيد النظر إلى $\boxed{\vec{B}_0=\mu_0\vec{H}}$ على أنه "**حقل خارجي**".

يمكن تعريف التمغنط بأنه **عدد** N **عزوم ثنائيات القطب- المغنطيسي**، $\vec{\mu}$ ، **في وحدة الحجم**، V،

$$\vec{M}=\vec{\mu}\frac{N}{V}\,. \tag{4-8}$$

وحدة قياس $\vec{M}$ هي $\mathrm{J\,T^{-1}\,m^{-3}}$.

يوجد في الكثير من الحالات علاقة خطّيّة بين الحقل الخارجي والتمغنط:

$$\mu_0\vec{M}=\chi_{\mathrm{m}}\vec{B}_0\,, \tag{5-8}$$

حيث تسمى الكمية χ_{m} **الطواعيّة المغنطيسية** *Magnetic Susceptibility*؛

← إذا كانت سالبة، فإن الجسم الصلب **عكسي التمغنط** *Diamagnetic* (دايامغنطيسي)،

← أمّا إذا كانت موجبة فإنه **طردي التمغنط** *Paramagnetic* (بارامغنطيسي).

يمكن الاستعاضة عن استخدام الطواعيّة بوصف الخصائص المغنطيسية لمادة ما **بالنفاذية المغنطيسية النسبية** (**النفاذية النسبية**، μ_r ، **باختصار**) *Relative Permeability*، $\mu_r=1+\chi_{\mathrm{m}}$.

نلاحظ أن العلاقة الخطّيّة (8-5) ليست دوماً صالحة؛ إذْ في بعض الحالات، لا بد من استخدام توصيف لاخطي. سنتعرض لهذه الحالة عند دراسة **التمغنط الحديدي** (**الفرّومغنطيسية**) *Ferromagnetism*.

بشكلٍ مشابهٍ لثنائي قطب- كهربائي موجود في حقل كهربائي،

الطاقة الكامنة لثنائي قطب مغنطيسي موجود في حقلٍ مغنطيسي $\vec{B}_0$ ، **تساوي** $\boxed{U=-\vec{\mu}\cdot\vec{B}_0}$.

ومن ثمَّ يمكننا الاعتقاد بأن **طاقة هدفٍ جهريٍ** حجمه V وتمغنطه $\vec{M}$ تساوي $\boxed{U=-V\vec{M}\cdot\vec{B}_0}$؛

وهذا أيضاً صحيح، ولكن عندما وفقط عندما يكون $\vec{M}$ مستقلاً عن الحقل $\vec{B}_0$. ففي حالة حصول علاقة بين التمغنط والحقل الخارجي، كما في المعادلة (8-5)، لا بد من الأخذ بالحسبان أن تغير الطاقة من أجل تزايدٍ صغيرٍ في الحقل $d\vec{B}_0$ ، يتعلق بالتمغنط الذي تحرَّض، حيث يُصبح تغير الطاقة مساوياً $dU = -V\vec{M}\cdot d\vec{B}_0$.

وعند تشغيل الحقل بدءاً من الصفر حتى قيمة ما B_0 ، نحصل على الطاقة الآتية:

$$U = -V\int_0^{B_0} M\, dB_0' = -V\int_0^{B_0}\frac{\chi_m}{\mu_0}B_0' dB_0' = -V\frac{\chi_m}{2\mu_0}B_0^2, \qquad (6\text{-}8)$$

حيث أهملنا السلوك الشعاعي لـ $\vec{M}$ و $\vec{B}_0$ لأن التمغنط والحقل إمَّا متوازيان وبنفس الاتجاه Parallel وإمَّا متوازيان وباتجاهين متعاكسين Antiparallel .

- وبهذا الشكل، تكون الطاقة U سالبة من أجل **جسم صلب بارامغنطيسي**، ما يوافق تناقصاً **طاقياً** من أجل الحقول العالية؛ ومن ثمَّ تتعرَّض الأجسام الصلبة البارامغنطيسية لقوةٍ باتجاه أماكن وجود الحقل المغنطيسي الأكثر شدةً، أي تنجذب نحو أي قطبٍ من قطبي المغناطيس الثابت.
- ومن أجل **الأجسام الصلبة الدايامغنطيسية** يحدث العكس، حيث تبتعد عن أماكن وجود الحقول المغنطيسية الأكثر شدةً.
- وكما سنرى لاحقاً، تكون χ_m **صغيرة جداً** عادةً، بحيث لا تكون هذه المفاعيل ملحوظةً عند التعامل مع مغنطيس ثابت وأجسام صلبة دايامغنطيسية أو بارامغنطيسية.

من المهم تفسير الظواهر المغنطيسية هذه وفقاً لتصورٍ تقليديٍ بسيطٍ؛ ففي حالة التمغنط **العكسي** ينتج مثل هذا التفسير من **قانون لنز** Lenz's Law مباشرةً:

- تتعرّض **كل الإلكترونات** في الذرات المؤلفة للجسم الصلب **للحقل المغنطيسي الخارجي والمتزايد** شيئاً فشيئاً، مما يؤدي إلى تحريض تيارات مجهرية.
- وتبعاً لهذا القانون **يُعاكس العزم المغنطيسي** الناتج عن هذه **التيارات المجهرية** الحقل الخارجي ومن ثمَّ يُرصد سلوك دايامغنطيسي للجسم.
- وفي الوقت الذي توجد فيه **الدايامغنطيسية دوماً**، يمكن للبارامغنطيسية أن تُرصد عندما وفقط عندما تُبدي الذرات في الجسم الصلب عزماً مغنطيسياً صريحاً (محصلة العزوم لا تساوي الصفر) بدون حقل خارجي.
- يمكن لمثل هذه العزوم المغنطيسية أن **تتراصف** مع الحقل الخارجي مؤديةً إلى **ربحٍ طاقي**.
- ليس بالضرورة أن تمتلك الذرات عزماً مغنطيسياً صريحاً، **لأن جميع العزوم المغنطيسية للإلكترونات؛ المدارية والسبينية**، يمكن أن تفني بعضها بعضاً، ولكن عند وجود عزم صريح كهذا، تسود الدايامغنطيسية عادةً.....

2-8 وصف الميكانيك الكمومي للمغنطيسية Quantum Mechanical Description:

جرى التعويل على الميكانيك الكمومي لتفسير المغنطيسية بسبب فشل الفيزياء التقليدية في تفسيرها. وهنا نُقارب الموضوع من وجهة نظر عامة جداً متساءلين؛ **كيف تتغير طاقة الإلكترون عند تطبيق حقلٍ مغنطيسيٍ ضعيفٍ**، يُعبَّر عنه في معادلة شرودنغر **كاضطرابٍ صغيرٍ**. يمكن تطبيق هذه المعالجة من حيث المبدأ على الذرات والأجسام الصلبة. طبعاً الحالة في الذرات **المعزولة** تتعقد بحكم أن العزوم المغنطيسية للكثير من الإلكترونات في الذرة يجب أن تُجمع بطريقة صحيحة (هذا ما سنفعله في الفقرة اللاحقة). فضلاً عن أن ذلك لا يُغيّر المبادئ الفيزيائية المعروضة هنا.

قبل أن نطبق **نظرية الاضطراب** لرؤية كيف يُغيّر حقل مغنطيسي طاقة الإلكترون يجب أن نناقش كيف تتغير معادلة شرودنغر بوجود حقل كهرطيسي؛

لوصف ذلك بطريقة ملائمة، نحتاج لمفهوم ما يسمى **الكمون المتجه** *Vector Potential*، الذي قد يكون غير مألوف هنا. تكمن الفكرة الرئيسية في الآتي:

يمكن للحقل الكهربائي، $\vec{\mathrm{E}}(\vec{r})$، أن يتولد في الكهرباء الساكنة من كمونٍ، $\phi(\vec{r})$، حيث نعلم أن $\vec{\mathrm{E}}(\vec{r}) = -\operatorname{grad}\phi(\vec{r})$؛ فإدخال هذا الكمون يُبسّط الكثير من الحسابات عندما نريد إيجاد الكمون السُلّمي فقط بدلاً من الكمون المتجه؛ وبسبب عدم وجود أحاديات قطب–مغنطيسية يستحيل إيجاد كمون سُلّمي مشابه من أجل الحقل المغنطيسي، غير أنه يمكن تعريف ما يسمى **بالكمون المتجه** بحيث يحقق المساواة:

$$\vec{B} = \operatorname{rot}\vec{A}. \qquad (7\text{-}8)$$

سنرى أن إدخال $\vec{A}$ **يُبسّط** ربط الحقل الكهرطيسي الخارجي بمعادلة شرودنغر كثيراً **ويُبسّط** الترميز عند الحصول على المعادلة الموجية من أجل الحقل الكهرطيسي من معادلات مكسويل مثلاً.

إن وجود الكمونين المتجه $\vec{A}(\vec{r})$ والسُلّمي $\phi(\vec{r})$ يُبسّط قواعد ربط الحقل الكهرطيسي الخارجي بمعادلة شرودنغر إلى حدٍ كبيرٍ:

يظهر تأثير الكمون السلمي بشكل صريح بمثابة **إضافةٍ فقط للكمون الموجود** أصلاً بحيث نضربه بشحنة، q، الجسيمة الموصوفة بمعادلة شرودنغر ونضيفه إلى الهاملتون.

والحقل المغنطيسي موجود من خلال استبدال مؤثر الاندفاع $\vec{p} = -i\hbar\vec{\nabla}$ بالمؤثر

$$\vec{p} \to \vec{p} - q\vec{A}. \qquad (8\text{-}8)$$

لنعود الآن إلى المسألة الأساسية ونكتشف، كيف يُغيّر حقل مغنطيسي خارجي ضعيف طاقة إلكترونٍ في ذرةٍ:

ليكن لدينا حقل مغنطيسي شدته B_0 فقط في الاتجاه z، بحيث أن $\vec{B}_0 = (0, 0, B_0)$:

يساوي الكمون المتجه الذي يولّد هذا الحقل

$$\vec{A} = -\frac{1}{2}\vec{r}\times\vec{B}_0, \qquad (9\text{-}8)$$

حيث يمكن التحقق من ذلك بحساب $\operatorname{rot}\vec{A}$ بشكل واضح.

نعلم بأن **الكمون المتجه يؤثر فقط في حدّ** الطاقة الحركية للإلكترون، دون الحاجة هنا للتعامل مع الطاقة الكامنة. فحدّ الطاقة الحركية الأصلية للهاملتون يُعدَّل الآن وفق الآتي:

$$\mathrm{H}_{kin} \to \mathrm{H}'_{kin},$$

$$\frac{\vec{p}^2}{2m_e} \to \frac{\left(\vec{p}+e\vec{A}\right)^2}{2m_e} = \frac{1}{2m_e}\left(\vec{p} - e\frac{\vec{r}\times\vec{B}_0}{2}\right)^2. \qquad (10\text{-}8)$$

يمكن كتابة العلاقة الأخيرة بالشكل

$$\mathrm{H}'_{kin} = \frac{1}{2m_e}\left(\vec{p}^2 + e\vec{B}_0\cdot(\vec{r}\times\vec{p}) + \frac{e^2}{4}\left(\vec{r}\times\vec{B}_0\right)^2\right), \qquad (11\text{-}8)$$

حيث استخدمنا المطابقة $\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) = -\vec{c}\cdot(\vec{b}\times\vec{a})$ وكتبنا $-\vec{p}\cdot(\vec{r}\times\vec{B}_0) = \vec{B}_0\cdot(\vec{r}\times\vec{p})$.

بمقدورنا الآن استعمال $\vec{B}_0$ كمركبة في الاتجاه z فقط، بحيث يكون $\vec{B}_0 = (0, 0, B_0)$.

$$\boxed{\mathrm{H}'_{kin}=\mathrm{H}_{kin}+\mathrm{H}'=\frac{\vec{p}^{\,2}}{2m_e}+\frac{e}{2m_e}\vec{B}_0(\vec{r}\times\vec{p})_z+\frac{e^2}{8m_e}B_0^2(x^2+y^2).}\qquad(12\text{-}8)$$

← يُمثِّل الحد الأول في هذه العلاقة الطاقة الحركية الأصلية (القديمة)، H_{kin}،

← والحدان الثاني والثالث يُمثِّلان الاضطراب الناتج عن الحقل المغنطيسي.

والتغير الطاقي الناتج عن هذا الاضطراب يساوي $E'=\langle\psi|\mathrm{H}'|\psi\rangle$ ، ومن ثمَّ

$$\boxed{E'=\frac{e}{2m_e}B_0\langle\psi|(\vec{r}\times\vec{p})_z|\psi\rangle+\frac{e^2}{8m_e}B_0^2\langle\psi|(x^2+y^2)|\psi\rangle.}\qquad(13\text{-}8)$$

← يُمثِّل **الحد الثاني** في الطرف الأيمن من العلاقة (13-8) **التمغنط العكسي** (الدايامغنطيسية)، ويمكننا رؤية ذلك من حقيقة، أنَّ هذا الحد **موجب** دوماً، ومن ثمَّ الحقل المغنطيسي **المرتفع** يترافق **بزيادةٍ طاقيةٍ**؛

← يُعيِّنُ المؤثر (x^2+y^2) القيمة المتوقعة لمربع بُعد الإلكترون عن مبدأ الإحداثيات في المستوي العمودي على الحقل، وفي حالة ذرةٍ، يجب أن تكون النواة هي مبدأ الحساب.

← يحوي الحد الأول في العلاقة (13-8) الاندفاع الزاوي المداري للإلكترون الذي يمتلك مسقطاً على اتجاه الحقل (z)؛ **وهو حد التمغنط الطردي** (البارامغنطيسية) الذي **يؤدي لانخفاضٍ طاقيٍ** عند تراصف العزم المغنطيسي للإلكترون مع الحقل الخارجي.

ويحدث ذلك، عندما تكون **المركبة-z** للاندفاع الزاوي، $(\vec{r}\times\vec{p})_z$، **سالبةً**، أي عندما يكون مسقط الاندفاع الزاوي في اتجاهٍ معاكسٍ لاتجاه الحقل. وهي حالة طبيعية بالنسبة للإلكترون: فالاندفاع الزاوي المداري والعزم المغنطيسي المرتبط به **متعاكسان**، لأن شحنة الإلكترون سالبة.

وأخيراً، يمتلك الإلكترون أيضاً سبيناً (عزماً ميكانيكياً ذاتياً) وعزماً مغنطيسياً مرتبطاً به، وهو مفعول نسبي، ومن ثمَّ ليس متوافراً في معادلة شرودنغر اللانسبية؛ يمكننا إضافته إلى المعادلة (13-8) **كاضطرابٍ إضافيٍ للطاقة**، يُعطى بالشكل:

$$g_e m_s\frac{e\hbar}{2m_e}B_0=g_e m_s\mu_B B_0\,,\qquad(14\text{-}8)$$

حيث μ_B **مغناطون بور** وقيمته $\mu_B=9.274\times10^{-24}\ \mathrm{J\,T^{-1}}=5.788\times10^{-5}\ \mathrm{eV\,T^{-1}}$ ،

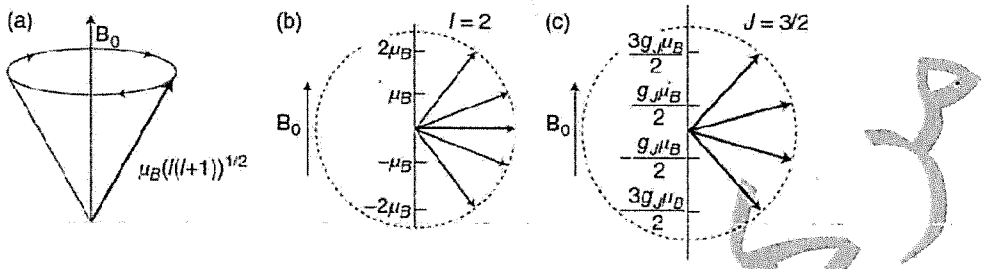
و m_s العدد الكمومي المغنطيسي السبيني الذي يمكن أن يأخذ القيمتين $-\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}$ ،

و $g_e\approx2$ النسبة الجيرومغنطيسية من أجل الإلكترون.

3-8 التمغنط الطردي والتمغنط العكسي في الذرات Paramagnetism and Diamagnetism in Atoms:

إن التمغنط **الطردي** في الذرات أعقد بقليل مما تمّ وصفه أعلاه، لأن العزوم المغنطيسية السبينية والمدارية يتآثر بعضها مع بعض ومساهمات الإلكترونات المختلفة يمكن أن يفني بعضها بعضاً. ومن جهة أخرى، يمكن دراسة **التمغنط العكسي** في الذرات من خلال جمع مساهمات كل الإلكترونات. طبعاً يمكننا هنا وصف **كلتا** الظاهرتين، ولكننا سندرس **التمغنط الطردي فقط** من أجل حالة بسيطة، ومن أجل الاستزادة يستطيع الطالب العودة إلى المراجع التي تُعنى بميكانيك الكم أو الفيزياء الذرية.

ينتج العزم المغنطيسي لذرةٍ من عزمين؛ العزم الزاوي المداري والعزم الزاوي السبيني؛



الشكل (8-1):(a) ترتّح العزم المغناطيسي الذري في حقلٍ خارجي.

(b) الاتجاهات الممكنة للعزم المغناطيسي في اتجاه الحقل الخارجي من أجل الهيدروجين بـ $l = 2$.

(c) الاتجاهات الممكنة للعزم المغناطيسي في اتجاه الحقل الخارجي من أجل شاردة الكروم Cr^{3+} $(J = 3/2)$.

ففي ذرة هيدروجين واحدة **يترافق العزم الزاوي المداري**، $\vec{L}$ ، لإلكترونٍ مفردٍ (يُقاس بوحدة الـ $\hbar$) بعزمٍ مغنطيسيٍ، $\vec{\mu}$ ، يُعطى بالعلاقة:

$$\boxed{\vec{\mu} = -\frac{e\hbar}{2m_e}\vec{L} = -\mu_B \vec{L}.} \qquad (15\text{-}8)$$

- **يترنح** هذا العزم المغنطيسي حول اتجاه الحقل المغنطيسي المطبّق، كما يوضح الشكل (8-1a).
- ثمَّ إن مركبة العزم المغنطيسي المداري، μ_l ، على اتجاه الحقل مُكمَّاة وتُعطى **بالعدد الكمومي المغنطيسي**، m_l ، وتأخذ سلسلة القيم المتقطعة الآتية فقط:

$$\boxed{\mu_l = -\frac{em_l\hbar}{2m_e} = -m_l\,\mu_B.} \qquad (16\text{-}8)$$

إذا كان l العدد الكمومي المداري، فإن m_l يأخذ $2l+1$ قيمة؛ أي القيم $-l, \cdots, 0, \cdots, +l$. والشكل (8-1b) يوضح ذلك من أجل $l = 2$.

كما أن الحالة **من أجل السبين** $\vec{S}$ (الذي يُقاس بوحدة الـ $\hbar$ أيضاً) مشابهة جداً للحالة السابقة؛ فهي تؤدي أيضاً إلى عزمٍ مغنطيسيٍ، يساوي:

$$\boxed{\vec{\mu} = -g_e\,\mu_B\,\vec{S},} \qquad (17\text{-}8)$$

وإلى عزوم مغنطيسية ممكنة على اتجاه الحقل الخارجي، تساوي:

$$\boxed{\mu_s = -g_e\,m_s\,\mu_B,} \qquad (18\text{-}8)$$

كما جرى مناقشتها في الفقرة السابقة. بما أن $g_e \approx 2$ ، فهذا يعني أن $\mu_s \approx \pm\mu_B$.

تمتلك ذرة الهيدروجين في الحالة الأرضية العددين $n=1$ و $l=0$، ومن ثمَّ ينتج عزم مغنطيسي سبيني صرف.

ماذا بشأن الذرات الأكثر تعقيداً؛ المتعددة الإلكترونات وبشأن التآثر بين العزوم المغنطيسية السبينية والمدارية؟.

→ تُبسَّط هذه المسألة كثيراً **إذا ما لاحظنا أن العزم المغنطيسي المداري الكلّي يساوي الصفر من أجل الطبقة الإلكترونية** *Electron Shell* **الممتلئة تماماً**، أي من أجل جملة العددين الكموميين n و l، لأن المركبات في اتجاه الحقل تساوي تماماً المركبات في الاتجاه المعاكس لاتجاه الحقل.

→ كما أن العزم المغنطيسي السبيني **الكلّي** يساوي الصفر أيضاً، بسبب وجود أعداد متكافئة من الإلكترونات بعضها بسبين $+\frac{1}{2}$ وبعضها الآخر بسبين $-\frac{1}{2}$.

→ ولذلك، ينصَّب اهتمامنا فقط على الطبقات **غير الممتلئة**:

- لا بد في **البداية** من إيجاد **الاندفاع الزاوي الكلّي** الذي يوصف بالعدد الكمومي J ؛ وبعد ذلك، يجب أن نحسب العزم المغنطيسي المرتبط بـ J؛
- بشكلٍ مشابهٍ لحالة العزم المغنطيسي المداري، توجد $2J+1$ **إمكانية** لتوجيه العزم الزاوي بالنسبة لحقلٍ مغنطيسيٍ (بعزومٍ مغنطيسيةٍ في اتجاه الحقل)، تُعطى بالعلاقة:

$$\boxed{\mu_J = -g\, m_J \mu_B \ ,} \qquad (19\text{-}8)$$

حيث g عدد يسمى **عامل انشطار لاندي** *Landé Splitting Factor* (عامل الانشطار المغنطيسي الذي يأخذ بالحسبان اختلاف النِسب الجيرومغنطيسية للعزوم المدارية والسبينية الداخلة في العزم المغنطيسي الكلّي للذرة)

و m_J **العدد الكمومي المغنطيسي** الموافق لـ J.

يمكن حساب العزم الزاوي الكلّي للإلكترونات كمجموعٍ متجهٍ للعزوم السبينية والمدارية. هذه العزوم مستقلة من أجل الذرات الخفيفة (**بأقتران سبيني إلكتروني ضعيف** *Weak Spin-Electron Coupling*) فضلاً عن أنه يمكن تطبيق ما يسمى مخطط الاقتران L-S هنا. وبذلك، يمكن الحصول على **الأعداد الكمومية من أجل العزمين الكلّيين المداري والسبيني** من المساواتين:

$$\boxed{L = \sum m_l \ ; \quad S = \sum m_s \ .} \qquad (20\text{-}8)$$

ومرةً أخرى، يمكننا أن نرى أن L و S يساويان الصفر من أجل الطبقات الممتلئة، لأن **جميع** العزوم الزاوية **تُعدِّلُ** بعضها بعضاً. أمّا من أجل الطبقات اللاممتلئة، فإن حساب L و S يتم وفق **قواعد هوند** *Hund's Rules* الآتية:

1) **تصطف** سبنات الإلكترونات بحيث نحصل على **القيمة القصوى** لـ S المتفقة مع مبدأ باولي.
2) من أجل S معطى، **نختار** الأعداد الكمومية m_l بحيث يتم بلوغ **القيمة القصوى** لـ L.
3) **يُحسب** J في الحالة الأرضية؛
   - كفارقٍ بين L و S $(J = L - S)$ عندما يكون أقل من نصف الطبقة ممتلئاً،
   - وكمجموعٍ لـ L و S $(J = L + S)$ عندما يكون أكثر من نصف الطبقة ممتلئاً،
   - ووفق الثنائية $J = S$ و $L = 0$ إذا كان نصف الطبقة ممتلئاً.

1. تنتج **القاعدة الأولى** من مفعولٍ مشابهٍ للتفاعل المتبادل، الذي تعاملنا معه عند دراسة جزيء الهيدروجين في أكثر من مكان: فإذا أردنا أن تكون السبينات متوازية، فيجب أن تتوزع الإلكترونات في المدارات بأعداد كمومية مدارية، m_l، **مختلفة**؛ إذْ بما أن التوابع الموجية الفراغية لهذه المدارات **متعامدة** بالتبادل، فإن الإلكترونات تبقى **بعيدة عن** بعضها البعض مما يُقلل من التنافر الكولوني فيما بينها.
2. **ومنشأ القاعدة الثانية** يبدو أقل وضوحاً، ولكنه **مرتبط** كيفياً بحقيقة أن التنافر الكولوني ينخفض أيضاً عندما "تدور الإلكترونات حول النواة في الاتجاه نفسه".
3. **تُخفِّضُ القاعدة الثالثة الطاقة** بوجود التزاوج السبيني– المداري إلى أدنى حد؛

يمكن تحقيق هذه القواعد تجريبياً ونظرياً، ولكننا هنا، لن نفصّل أكثر في هذا السياق.

لندرس بمثابة مثالٍ، أيون الكروم Cr^{3+} الذي يأخذ توزعه الإلكتروني الشكل $[Ar]3d^3$:

- تستوجب قاعدة هوند الأولى أن يكون $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ وقيم m_l الممكنة من أجل الطبقة 3d: $-2, -1, 0, 1, 2$؛

- وتستوجب قاعدة هوند الثانية قيمة L أكبر ما يمكن، أي يجب أن نختار $m_l = 0, 1, 2$، ومن ثمَّ $L = 0+1+2 = 3$؛
- وأخيراً، تنص قاعدة هوند الثالثة من أجل الطبقات التي أقل من نصفها ممتلئ على أن $J = L - S = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$. ولذلك، يأخذ العدد الكمومي المغنطيسي القيم: $-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$، لأن عدد القيم الممكنة لتوجيه العزم الزاوي باتجاه الحقل المغنطيسي تساوي $m_J = 2\left(\frac{3}{2}\right)+1 = 4$.

لحساب العزوم المغنطيسية الممكنة ينقصنا فقط عامل لاندي للانشطار المغنطيسي الذي يُعطى بالعلاقة الآتية:

$$g_J = \frac{3J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}. \qquad (21\text{-}8)$$

والشكل (1c-8) يوضح الاتجاهات المحصلة الممكنة للعزم المغنطيسي من أجل الأيون Cr^{3+}.

بهذا الشكل، نرى أن الذرات أو الأيونات تُبدي سلوكاً بارامغنطيسياً عندما تمتلك **طبقات مفتوحة** فقط؛ وهذا يختلف عن الدايامغنطيسية الموجودة دوماً، لأنها ناتجة من جميع الإلكترونات في الذرات وردود أفعالها للحقل المغنطيسي. سنرى أن المفاعيل الدايامغنطيسية ضعيفة جداً دوماً وأن البارامغنطيسية تسود إنْ وجدت.

لقد حسبنا التصحيح الطاقي الناتج عن الدايامغنطيسية في المعادلة (13-8). والآن يمكننا استعمال هذه العلاقة لتقدير **مقدار العزم المغنطيسي الموافق في ذرةٍ**. فكما فعلنا عند استنتاج العلاقة (6-8)، يجب أن نأخذ بالحسبان أن العزم المغنطيسي الميكروسكوبي (المجهري) يتحرَّض بالحقل المغنطيسي، ولذلك فهو مرتبطٌ به. بهذا الشكل نحصل على العلاقة الآتية:

$$\boxed{\mu = -\frac{\partial E'}{\partial B_0} = -\frac{\partial}{\partial B_0}\left[\frac{e^2}{8m_e}B_0^2\left\langle\psi\left|\left(x^2+y^2\right)\right|\psi\right\rangle\right] = -\frac{e^2}{4m_e}B_0\left\langle\psi\left|\left(x^2+y^2\right)\right|\psi\right\rangle.} \qquad (22\text{-}8)$$

يمكن حساب ذلك إذا كانت التوابع الموجية معلومة.

لتقدير قيمة العزم المغنطيسي جيداً، نجري بعض التقريبات:

- من أجل توزع إلكتروني **متناظر كروياً**، $x^2 = y^2 = z^2$،
  - $\rightarrow$ تساوي المسافة التربيعية الوسطية لإلكترون عن النواة $r^2 = x^2+y^2+z^2$،
  - $\rightarrow$ ومن ثمَّ $x^2+y^2 = \frac{2}{3}r^2$، ونعدُّ r نصف القطر الذري، r_a.

بالإضافة إلى ذلك، لا تحوي الذرة إلكتروناً واحداً **وحسب، بل** Z إلكتروناً لا بد من أخذها جميعاً بالحسبان بهدف الحصول على توزّعات احتمالية **بقيمة قصوى حادة** *Sharp Maximum* عند البعد (نصف القطر) r_a.

وبهذا الشكل، نحصل على علاقة من أجل العزم الدايامغناطيسي لذرةٍ، والذي يساوي:

$$\boxed{\mu = -\frac{Ze^2}{4m_e}B_0\frac{2}{3}r_a^2 = -\frac{Ze^2}{6m_e}r_a^2B_0.} \qquad (23\text{-}8)$$

التقريب المتمثل بوضع كل الإلكترونات في "مدارٍ" بنصف قطرٍ ذريٍ واحدٍ ليس دقيقاً جداً وهذا التقريب بالإضافة إلى أن العلاقة تحوي r_a^2، يؤدي قولاً واحداً إلى مبالغةٍ في تقدير μ؛ غير أننا وبصرف النظر عن ذلك، سنرى أن التقدير الناتج والمبالغ فيه صغيرٌ جداً.

4-8 التمغنط الضعيف في الأجسام الصلبة Weak Magnetism in Solids:

تسعى المفاعيل المغنطيسية في الأجسام الصلبة، كما سنرى لاحقاً، لأن تكون ضعيفةً جداً باستثناء حالات الانتظام المغنطيسي والناقلية الفائقة. سنناقش هنا مصادر هذا التمغنط الضعيف التي نجد أنها مرتبطة مباشرةً بالنتائج

التي حصلنا عليها من أجل الذرات في الفقرة الأخيرة. ولكن ما هي توقعاتنا حول **التمغنط** في الأجسام الصلبة **المرتبط** بالتمغنط في الذرات؟. **تنشأ الدايامغنطيسية** التي جرت مناقشتها أعلاه **من كل** الإلكترونات الموجودة في الذرة؛ إلكترونات التكافؤ وإلكترونات قلب الذرة، ولذلك، لن يتغير الكثير عندما نكوّن الجسم الصلب. في الواقع، يمكننا النظر إلى الجسم الصلب ببساطة على أنه **غمامة مكثفة من الذرات** ونحسب **الطواعيّة الدايامغنطيسية** من أجل هذه الغمامة الذّرية. التصحيح الوحيد لهذا التصور يكمن في الدايامغنطيسية للإلكترونات المتجولة في الفلزات التي سنأخذها بالحسبان منفصلةً (أي كلٍ على حدة).

وفي **حالة البارامغنطيسية** تكون المسألة أكثر تعقيداً. إذْ بصرف النظر عن أن العديد من الذرات بطبقات خارجية مفتوحة يجب أن يمتلك عدداً كمومياً J مختلفاً عن الصفر وبالتالي عزماً مغناطيسياً ثابتاً، إلاّ أن القليل من الأجسام الصلبة في الواقع، يُبدي هذا السلوك؛ **يبدو أن العزم المغنطيسي يتلاشى عند تشكُّل الجسم الصلب**. ويمكن فهم سبب ذلك بسهولة من أجل الأجسام الصلبة الأيونية على وجه الخصوص. إذْ بصرف النظر عن أن الذرات المساهمة تمتلك بوجه عام عزماً مغناطيسياً ذرياً بفضل طبقاتها المفتوحة، إلاّ أن الأجسام الصلبة الأيونية لا تمتلك هذا العزم، لأنها تتألف بصورة أساسية من أيونات بطبقات مغلقة فقط. وثمة حالة مشابهة لذلك، وجدت من أجل الروابط التساهمية. لندرس على سبيل المثال جزيء الهيدروجين؛ فعلى الرغم من أن **الإلكترونات** في ذرات الهيدروجين **المعزولة** تمتلك سبيناً محصلاً يساوي $\frac{1}{2}$، إلاّ أن الحالة الأرضية **للجزيء** تمتلك سبيناً صفرياً ومن ثمَّ لا تمتلك عزماً مغنطيسياً على الإطلاق.

بهدف الحصول على جسم صلب بارامغنطيسي "جيد" لا بد من وجود ذرات بطبقات مفتوحة، لا تُسهم في الترابط، ومن ثمَّ لا تُغيّر خصائصها كثيراً عند تشكّل الجسم الصلب. والحالات المحتملة المرشحة لذلك، يمكن أن تكون **الحالات d المتوضّعة– نسبياً**، في الفلزات الانتقالية 3d و 4d؛ ولكن الإلكترونات-d في هذه الحالات **تبقى مساهمةً** في الترابط بشكلٍ ملحوظٍ. ولذلك، فإن أفضل الأمثلة على البارامغنطيسية شبه– الذّريّة **في الأجسام الصلبة** وجدت في **مركّبات العناصر الترابية النادرة-4f**، لأن الإلكترونات 4f في الواقع، متوضّعة جداً.

1-4-8 المساهمات الدايامغنطيسية Diamagnetic Contributions:

1-1-4-8 المساهمات الناتجة من الذرات Contribution from Atoms:

يمكن تقدير المساهمة الذّريّة في الطواعيّة الدايامغنطيسية لجسم صلب من العلاقات

$\vec{\mu}_0\vec{M} = \chi_m \vec{B}_0$ (3-8)، و $\vec{M} = \vec{\mu} N/V$ (4-8)، و $\mu = -Ze^2 r_a^2 B_0 / 6m_e$ (23-8)، مباشرةً:

$$\chi_m = \mu_0 \frac{M}{B_0} = -\frac{\mu_0 ZNe^2}{6Vm_e} r_a^2 \qquad (24\text{-}8)$$

وهي دوماً صغيرة جداً، من رتبة نحو 10^{-5} (أقل بكثير من الواحد)، أي أن التمغنط في العيّنة أضعف بكثير من الحقل المغنطيسي الخارجي؛ وطالما أنها مفعول ذرّيّ صرف، فإنها مستقلة عن درجة الحرارة أيضاً.

2-1-4-8 المساهمات الناتجة من الإلكترونات الحرة Contribution from the Free Electrons:

تُبدي الإلكترونات شبه الحرة في الفلزات، **في توصيف ميكانيك الكم** للمسألة المطروحة، مساهمة دايامغنطيسية في الطواعيّة أيضاً. تُعطى هذه المساهمة هنا من دون استنتاج بالعلاقة:

$$\chi_m = -\frac{1}{3V}\mu_B^2 \mu_0 g(E_F)\left(\frac{m_e}{m^*}\right)^2. \qquad (25\text{-}8)$$

العناصر الرئيسة لهذه المساهمة هي بديهية تماماً؛

- **أولاً** وقبل كل شيء هناك **عند طاقة فرمي**، توجد وبشكلٍ دائم **كثافة الحالات** المرتبطة بحقيقة أن الإلكترونات القريبة **فقط** من طاقة فرمي يمكنها أن تستجيب لحقلٍ مغنطيسي (أو تقوم بأي تهيجٍ آخر منخفض الطاقة).
- أضف إلى ذلك، **تتعلق** الطواعيّة المغنطيسية **بنسبة** كتلة الإلكترون إلى **الكتلة الفعَّالة**؛ فكلما قلَّت الكتلة الفعَّالة تعززت المساهمة الدايامغنطيسية.
- وبالمحصلة، المساهمة الدايامغنطيسية للإلكترونات الحرة صغيرة جداً، ومن نفس رتبة مساهمة الذرات.

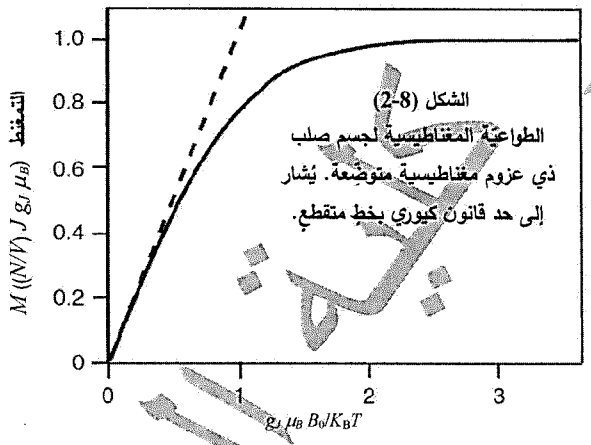
2-4-8 المساهمات البارامغنطيسية Paramagnetic Contributions:

ندرس مساهمتين في البارامغنطيسية على غرار ما فعلنا عند دراسة الدايامغنطيسية:

- ❖ **تكمن** المساهمة الأولى في **تراصف** العزوم المغنطيسية الذريّة الموجودة في الفلزات
- ❖ وتنشأ المساهمة الأخرى من الإلكترونات الحرة فيها.
- ❖ وسنرى أن المساهمة الأولى، **عند وجودها في الأجسام البارامغنطيسية، تكون عادةً أقوى بكثير من المساهمة الثانية وأشد من الاستجابة الدايامغنطيسية**، ولذلك تُعدُّ المساهمة المسيّطرة على الخصائص المغنطيسية.
- ❖ تجدر الإشارة إلى أن رتبة المساهمة الثانية من نفس رتبة المساهمة الدايامغنطيسية للإلكترونات الحرة، إلاَّ أن فهمها أسهل ومناقشتها مفيدة عند التوصيف اللاحق للانتظام المغنطيسي التلقائي.

1-2-4-8 بارامغنطيسية كيوري Curie Paramagnetism:

لندرس جسماً صلباً متبلوراً بوحدة خلية تحوي ذرةً بعزمٍ مغنطيسي متوضِّع؛ **يمكن لعزمٍ كهذا أن ينتج مثلاً**، من أيونٍ بطبقة **4f** ممتلئة جزئياً. إن معالجة جملةٍ كهذه مؤلفة من عزوم مغنطيسية مستقلة ومتوضِّعة ويمكن تمييزها، تُعدُّ مثالاً نموذجياً في الفيزياء الإحصائية، يمكن الحصول على تفاصيله من المراجع؛ حيث نكتفي هنا بكيفية الحصول على التمغنط الوسطي والطواعيّة.



الشكل (2-8)
الطواعيّة المغناطيسية لجسم صلب ذي عزوم مغناطيسية متوضِّعة. يُشار إلى حد قانون كيوري بخطٍ متقطع.

نعلم بأن المستويات الطاقية الممكنة للعزم المغنطيسي بوجود حقلٍ خارجي تعطى بالمقدار $g_J\mu_B m_J B_0$ (راجع الشكل (1c-8)).

- أخفض مستوى طاقي هنا هو $-g_J\mu_B J\,B_0$، ويتم الحصول عليه من أجل تلك الحالة التي تنتظم فيها المركبة-z للعزم المغنطيسي، $g_J\mu_B J$، بشكلٍ موازٍ للحقل B_0.
- بهذا الشكل، نستطيع حساب العزم الوسطي في اتجاه الحقل الخارجي عن **طريق توسيط كل العزوم الممكنة باستعمال** مضروب بولتزمان من أجل احتمالاتها الفردية

$$\overline{\mu}=\frac{1}{Z}\sum_{m_J=-J}^{J} g_J\mu_B m_J \exp\left(\frac{g_J\mu_B m_J B_0}{k_B T}\right), \qquad (26\text{-}8)$$

عند تنظيم (معايرة) المجموع مع مجموع الاحتمالات الكلّي، أي مع ما يسمى **المجموع الإحصائي** (تابع التحاص) *Partition Function*

$$Z = \sum_{m_J=-J}^{J} \exp\left(\frac{g_J \mu_B m_J B_0}{k_B T}\right). \quad (27\text{-}8)$$

إنّ تفاصيل ذلك معقدة جداً، باستثناء جملة سبين الـ $\frac{1}{2}$، المؤلفة من حالتين كموميتين، التي سنعود إليها لاحقاً: ولكن طالما أن العزم المغنطيسي الوسطي، $\overline{\mu}$، تعيَّن فيمكننا حساب التمغنط الكلّي للعينة وفق العلاقة (8-4). والشكل (8-2) يوضح نتيجة الحساب كتابعٍ للمتغيّر $g_J \mu_B B_0 / k_B T$.

يمكننا التمييز بين حالتين حدّيتين هنا:

- فمن أجل $g_J \mu_B B_0 >> k_B T$ أو $\frac{g_J \mu_B B_0}{k_B T} >> 1$، يكون **الحقل المغنطيسي** قوياً كفايةً **ودرجة الحرارة** منخفضةً كفايةً لبلوغ التراصف الأكثر احتمالاً للعزوم المغنطيسية في اتجاه الحقل الخارجي؛ وهذا **يوافق تمغنطاً شديداً ومشبعاً للعينة** المدروسة، ولكن يصعب تحقيق ذلك تجريبياً، حتى من أجل حقول مغنطيسية قوية وأخفض درجات الحرارة الممكن بلوغها.
- تكمن الحالة الحرجة الأكثر أهميةً في الشرط $g_J \mu_B B_0 << k_B T$ أو $\frac{g_J \mu_B B_0}{k_B T} << 1$؛ إذْ تبيّن عندها أن **التمغنط يتناسب تناسباً طردياً** مع الحقل المغنطيسي، بحيث يمكننا تعيين طواعيّة مغناطيسة، χ_m، وفق العلاقة (8-5)، $\mu_0 \vec{M} = \chi_m \vec{B}_0$.

إذْ تتناسب الطواعيّة، χ_m، تناسباً عكسياً مع درجة الحرارة، وهي نتيجة تُعرف بقانون كيوري الآتي

$$\chi_m = \frac{C}{T}, \quad (28\text{-}8)$$

حيث C ثابت كيوري ويُعطى بالمساواة

$$C = -\frac{\mu_0 N g_J^2 \mu_B^2 J(J+1)}{3Vk_B}. \quad (29\text{-}8)$$

يُشار إلى حدِّ قانون كيوري في الشكل (8-2) بالخط المتقطع.

يمكن حساب ثابت كيوري عند معرفة كلٍ من J و g_J وكثافة الذرات المغنطيسية. إذْ أكدت نتائج الدراسة أن القيم المحسوبة لهذا الثابت متفقة جداً مع المعطيات التجريبية من أجل أجسام صلبة تحوي **أيونات ترابية نادرة**، كما كان متوقعاً؛ ولكن المقارنة كانت أقل انسجاماً من أجل المركّبات الفلزية **الانتقالية 3d**. لقد درسنا هذه المركّبات سابقاً: فالإلكترونات 3d تُسهم في الترابط وتمتلك الحالات سلوكاً مختلفاً عن المدارات الذرّية التي افترضت عند استنتاج قانون كيوري: في الواقع، الكمون الذي تتحرك فيه الإلكترونات 3d بعيدٌ عن الكمون الكروي الذي افترض من أجل الذرات ويخضع كثيراً للتناظر البلّوري.

فمن أجل عناصر مجموعة الحديد (Fe, Co, Ni)، لوحظ قيم C التي تفترض أن الإلكترونات 3d تمتلك المساواة $J = S$ أي الاندفاع المغنطيسي الزاوي يكون سبينياً ولا علاقة له بالعزم المغنطيسي المداري على الإطلاق؛ فالتمغنط سبيني صرف؛ يُعرف هذا المفعول **بظاهرة خنق العزم الزاوي المداري** *Quenching of the Orbital Angular Momentum*. فإذا حصل هذا المفعول، يمكننا القول إنَّ التمغنط هنا هو بمثابة اصطفاف للعزوم السبينية فقط.

إنَّ بارامغنطيسية كيوري أقوى بكثير من الدايامغنطيسية التي جرى مناقشتها سابقاً، ومع ذلك تبقى هذه البارامغنطيسية ضعيفةً. فالقيم الطبيعية للطواعيّة، χ_m، عند درجة حرارة الغرفة من رتبة $10^{-2} - 10^{-3}$. ويُلاحظ أنّ χ_m تابعة لدرجة الحرارة أيضاً، خلافاً للطواعيّة الدايامغنطيسية التي تمّ مناقشتها أعلاه.

2-2-4-8 بارامغنطيسية باولي Pauli Paramagnetism:

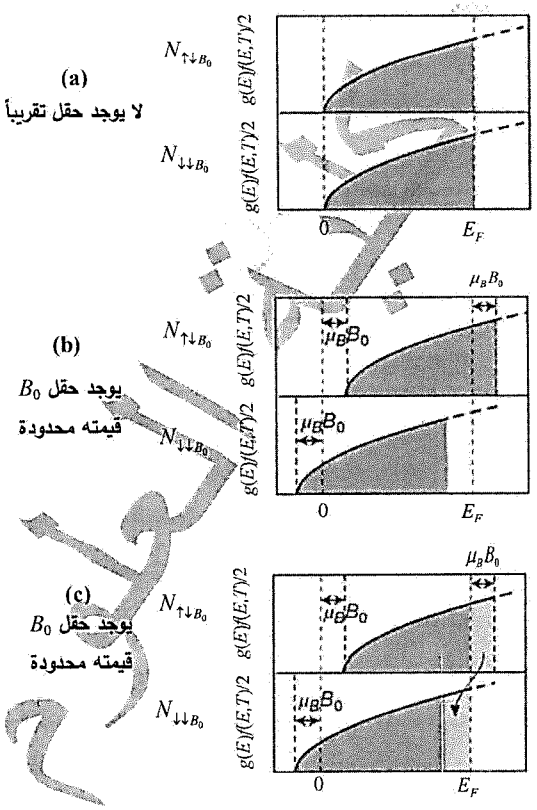
تُبدي الإلكترونات الحرة سلوكاً بارامغنطيسياً أيضاً:

- فإذا امتلك كلّ إلكترونٍ حرٍ سبيناً قيمته $\frac{1}{2}$ وعزماً مغنطيسياً μ_B، فمن المرجّح أن تشارك الإلكترونات الحرة في تمغنط **الإشباع** للجسم الصلب بقيمة تساوي لحاصل ضرب μ_B في كثافة الإلكترونات.
- يتم بلوغ هذا الإشباع عند اصطفاف كل العزوم المغنطيسية– السبينات بشكلٍ موازٍ للحقل الخارجي (أو اصطفاف السبينات بشكلٍ معاكسٍ له). غير أن حقيقة الأمر ليست كذلك على الإطلاق والطواعيّة البارامغنطيسية للإلكترونات الحرة صغيرة جداً فعلياً.
- يمكن فهم الطواعيّة البارامغنطيسية للإلكترونات الحرة وحسابها، باستخدام المشهد الذي يوضحه الشكل (8-3)؛ إذْ **جرى تصنيف** الحالات المشغولة بإلكترونات حرة (العلاقة (6-13)) في الشكل (8-3a) إلى فئتين:

← **فئة بعزومٍ مغنطيسية معاكسة لحقل خارجي،** B_0 ، **وأخرى بعزومٍ مغنطيسية موازيةٍ له**؛ افترض هنا أن يكون هذا الحقل الخارجي صفراً تقريباً.

يُظهر الشكل (8-3b) ماذا يحدث عند ازدياد B_0 إلى قيمة محدودة. **ترفع الإلكترونات طاقتها أو تُخفِّضها** بمقدار $\mu_B B_0$ تبعاً لاتجاه عزومها المغنطيسية بالنسبة لاتجاه الحقل الخارجي. بما أن μ_B صغير جداً، فإن هذا التغيّر الطاقي يكون صغيراً جداً، أياً يكن الحقل الخارجي الذي يمكن بلوغه، إذْ يبلغ هذا التغيّر نحو 10^{-5} eV، وهو أقل بكثير من الفاصل الطاقي بين قاع العصابة الطاقية وطاقة فيرمي.

بما أن هذا الانزياح حدث، فإن الإلكترونات التي انتقلت إلى ما فوق طاقة فيرمي **تستطيع تخفيض طاقاتها بقلب سبيناتها** حيث تُصبح إلكترونات بعزمٍ مغنطيسيٍ موازٍ للحقل الخارجي، كما يوضح الشكل (8-3c).



الشكل (8-3): (a) كثافة الحالات المشغولة من أجل إلكترونات حرة في الدرجة 0 K تنقسم إلى إلكترونات تمتلك عزوماً مغنطيسيةً معاكسةً ($N_{\uparrow\downarrow B_0}$) أو موازيةً ($N_{\downarrow\downarrow B_0}$) لحقلٍ خارجي، ولكن الحقل معدوم تقريباً. (b) عند تطبيق B_0 ليس صغيراً، طاقة الإلكترونات تزداد أو تنخفض بمقدار $\mu_B B_0$، تبعاً لاتجاه العزوم المغنطيسية. (c) بمقدور الإلكترونات بعزم مغنطيسي معاكسٍ للحقل بلوغ حالة طاقية منخفضة عن طريق قلب سبيناتها. بهذه الطريقة، يتم الحصول على حالة مستقرة بطاقة فرمي ثابتة. لاحظ أن مقياس الانزياح الطاقي الذي تحرَّض تحت تأثير B_0 لم يُمدد بالرسم.

وهذا يؤدي إلى وجود إلكترونات بعزمٍ مغنطيسيٍ موازٍ للحقل **بعدد أكبر** من عدد الإلكترونات الموجودة بعزمٍ مغنطيسيٍ معاكسٍ له، أي أن هذا الانزياح يؤدي إلى **استجابة بارامغنطيسية**.

لحساب χ_{m} ، يجب أن نحدد كمية الإلكترونات التي تقلب سبيناتها لكي تمتلك عزماً مغنطيسياً موازياً للحقل الخارجي؛ تُمثَّل هذه الإلكترونات في الشكل (3c-8) بالقطعة الرمادية الفاتحة حيث تبلغ مساحة كل قطعة $\frac{1}{2}g(E_F)\mu_B B_0$. ولهذا السبب، يكون الفارق بين الإلكترونات التي عزومها المغنطيسية موازية للحقل وتلك التي عزومها معاكسة له مساوياً

$$N_{\downarrow\downarrow B_0} - N_{\downarrow\uparrow B_0} = \frac{1}{2}g(E_F)\,\mu_B B_0 - \left(-\frac{1}{2}g(E_F)\,\mu_B B_0\right) = g(E_F)\,\mu_B B_0 , \qquad (30\text{-}8)$$

حيث تُشير الأسهم إمّا إلى أن العزوم والحقل متوازية وإمّا أنها متعاكسة.

ومن ثمَّ يبلغ التمغنط المحصّل

$$M = \frac{1}{V}\left(N_{\downarrow\downarrow B_0} - N_{\downarrow\uparrow B_0}\right)\mu_B = \frac{1}{V}g(E_F)\mu_B^2 B_0 , \qquad (31\text{-}8)$$

ومن ثمَّ تُصبح علاقة الطواعيّة المغنطيسية، χ_{m} ، استناداً للعلاقة $\mu_0\vec{M} = \chi_{\mathrm{m}}\vec{B}_0$ ، من الشكل

$$\boxed{\chi_m = \frac{1}{V}\mu_0\,\mu_B^2 g(E_F),} \qquad (32\text{-}8)$$

والتي قيمتها صغيرة، ومن نفس رتبة الطواعيّات الدايامغنطيسية. يصعب فهم الطواعيّة الصغيرة من وجهة نظر شبه تقليدية؛ كما في حالة السعة الحرارية الإلكترونية، هذا الفهم مرتبط بإحصاء فرمي– ديراك.

فالحقل اللازم لصفّ كل السبينات لا يكفي أن يتحقق الشرط $\mu_B B_0 >> k_B T$ فقط، **بل يجب أن تتحقق المتراجحة** $\mu_B B_0 > E_F$ ، أي يجب أن يكون مقدار التغيّر الطاقي الذي تتعرض له الإلكترونات نتيجة تطبيق حقل خارجي أكبر من طاقة فيرمي أيضاً، وهو **مقدار كبير جداً** هنا. في حقيقة الأمر، تختلف بارامغنطيسية باولي تماماً عن بارامغنطيسية كيوري:

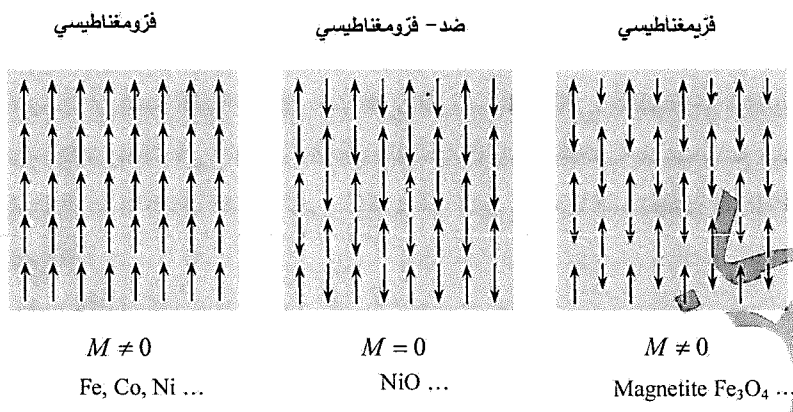
- في بارامغنطيسية **كيوري**، يمكن بلوغ التمغنط القوي فعلياً، لأن ما تحتاجه الطاقة المغنطيسية، فقط أن تكون أعلى بكثير من الطاقة الحرارية.
- أمّا من أجل بارامغنطيسية **باولي**، فإنها بحاجة لأن تتجاوز طاقة فرمي، وهذا أمر غير ممكن.

5-8 الانتظام المغنطيسي Magnetic Ordering:

درسنا إلى الآن السلوك الدايامغنطيسي والبارامغنطيسي للأجسام الصلبة، وهما لا يؤديان إلى مفاعيل مغنطيسية بقيم ملحوظة. سندرس في هذه الفقرة ظاهرة أكثر فعاليةً بكثير من سابقاتها– ظاهرة انتظام مغنطيسي بعيد– المدى من دون تطبيق أي حقلٍ؛ يصعب جداً فهم هذه الظاهرة ولذلك لن نفعل ذلك هنا، ونكتفي بالتركيز على بعض الأفكار الرئيسة التي تقف خلف آلية الانتظام المغنطيسي.

يوضح الشكل (4-8) أنواعاً مختلفةً للانتظام المغنطيسي:

- الانتظام الممكن أن يكون مألوفاً لنا أكثر من غيره هو من **نوع الفرّومغنطيسي** *Ferro-magnetic Type* الذي يُرصد في مجموعة الحديد (Fe, Co, Ni). كما اكتشف أيضاً من أجل العناصر الترابية النادرة؛ الغادولينيوم Gadolinium والديسبروسيوم Dysprosium ومن أجل بعض الخلائط؛



الشكل (8-4): أنواع الانتظام المغنطيسي. تدل الأسهم إلى اتجاه حجم العزوم المغنطيسية المتوضّعة.

- ينشأ الانتظام الفرّومغناطيسي من **التراصف المتوازي للعزوم المغنطيسية في البلّورة**؛ فهو يؤدي إلى تمغنطٍ يمكن رصده **جهرياً**.

❖ ثمة حالة مختلفة أخرى هي الانتظام **ضد- الفرّومغنطيسي** *Anti-ferromagnetic* الذي ينطوي أيضاً على انتظامٍ- بعيد المدى لعزومٍ مغنطيسية، ولكن **اتجاهات العزوم في المواقع المتجاورة متعاكسة**، بحيث لا يُلاحظ أي تمغنط محصّل (العزم المغنطيسي الكلّي يساوي الصفر).

- هناك الكثير من عوازل أكاسيد الفلزات **الانتقالية**، تُبدي انتظاماً ضد- فرّومغنطيسي.

❖ وثمة مزيج من الحالتين هو الانتظام **الفرّيمغنطيسي** *ferri-magnetic* ، حيث يوجد في **وحدة خلية الواحدة** انتظام ضد- فرّومغنطيسي بين العزوم بأبعاد مختلفة (أو قيم مختلفة)، ولكن يوجد انتظام فرّومغنطيسي بين **خلايا الواحدة**، بحيث يبقى تمغنط محصّل (أي تمغنط مختلف عن الصفر).

- يُعدُّ **المغنتيت** *Magnetite* (Fe_3O_4) مثالاً على مادةٍ، تُبدي انتظاماً فرّيمغنطيسياً.

كيف يمكننا أن نعرف بأنه توجد ظاهرة؛ كالفرّومغنطيسية- المضادة، عندما لا تُنتج حقلاً ماكروسكوبياً ملحوظاً؟. الجواب يكمن في إمكانية تحديد الانتظام المغنطيسي **الميكروسكوبي**، كما وجدنا في بحث الانعراج، من انعراج النترونات؛

→ إذْ في الوقت الذي "ترى" فيه الأشعة السينية X-Rays بنية المادة فقط، تحمل النترونات عزماً مغنطيسياً،

→ ولذلك هي حساسة للبنية المغنطيسية، أي تستجيب لها.

→ والفارق بين البنية الهندسية والبنية المغنطيسية يظهر في البلّورات ضد- الفرّومغنطيسية، لأن وحدة الخلية المغنطيسية أكبر من وحدة الخلية الهندسية.

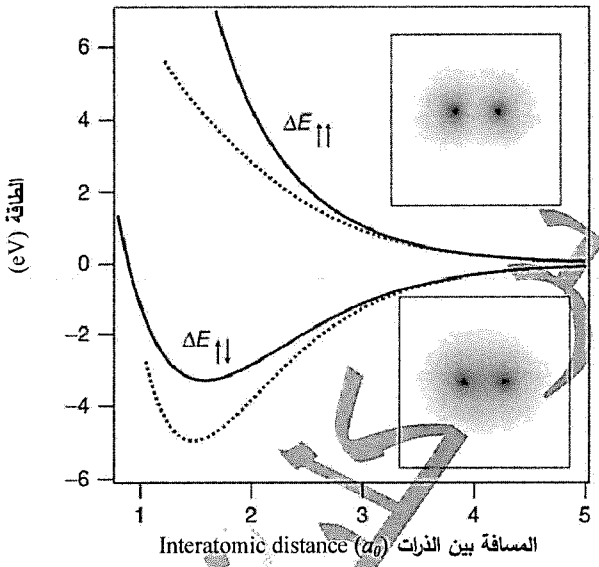
1-5-8 الانتظام المغنطيسي والتآثر التبادلي Magnetic Ordering and the Exchange Interaction:

سنحاول الآن أن نفهم، ولو كيفياً، من أين ينشأ الانتظام المغنطيسي. من الواضح أنه مرتبط ببعض التآثر بين العزوم المغنطيسية. فهذا التآثر هو الذي يُحافظ على العزوم متراصفةً بصرف النظر عن مفعول الأنتروبية التخريبي (درجة الحرارة). إذْ بمعرفة أنّ الانتظام الفرّومغنطيسي موجود حتى في درجات حرارة أعلى بكثير من درجة حرارة الغرفة، نرى أن الطاقات اللازمة لتخريبه تكون على الأقل من رتبة الـ k_BT عند درجة حرارة الغرفة، أي من رتبة 25 meV.

قبل أن نصف الشيء الذي يُسبب الانتظام، ليس سيئاً أن نُشير إلى الآلية التي لا تُسببه والمتمثلة بالتآثر المباشر لثنائيات– القطب (ثنائي قطب– ثنائي قطب) للعزوم المغنطيسية المتوضّعة.

يكمن الالتباس الشائع في أن "المغانط الصغيرة" في الجسم الصلب تُنظِّمُ نفسها بشكل مشابه لتراصف مصفوفة أبر بوصلة Compass Needles بفضل تآثرها المغنطيسي، إلاّ أن هذه المغانط في حقيقة الأمر لا تفعل ذلك، لأن شدة التآثر بين ثنائيات– القطب المغنطيسية ضعيفة جداً والفارق الطاقي الموافق للتراصف المتوازي والمتعاكس لثنائيي– قطب مغنطيسيين عند المسافات الذرّية العادية يوافق درجات حرارة من رتبة 1K.

إذن، إذا لم يكن التآثر المغنطيسي السبب الكامن وراء التراصف، فما السبب إذن؟. التآثر المسؤول عن ذلك هو **التآثر التبادلي** *Exchange Interaction* **الناتج عن الإتجاهات النسبية للسبين، وهو نوع من الطاقة** جدير بالاهتمام، **ينتج من اتحاد تآثر كولون ومبدأ باولي** أي من ضرورة أن تمتلك الفرميونات توابع موجية **عكسية التناظر** *Anti-symmetric*. لقد تعرضنا للتآثر التبادلي في مقررات أخرى عند دراسة جزيء الهيدروجين حيث وجدنا أن الفارق بين



الشكل (2-2): التغيرات الطاقية $E_{\uparrow\uparrow}$ و $E_{\downarrow\uparrow}$ لتشكيل جزيء الهيدروجين. توافق الصور الجانبية الكثافة الاحتمالية للإلكترون.

الحالات المفردة والحالات الثلاثية أكبر بنحو مرتين من قيمة الطاقة التبادلية X أي:

$$E_{\uparrow\uparrow} - E_{\downarrow\uparrow} = -2X \quad ; \quad \frac{E_{\uparrow\uparrow} - E_{\downarrow\uparrow}}{X} = -2. \tag{33-8}$$

حيث $E_{\uparrow\uparrow}$ الطاقة الموافقة للحالة الكمومية الثلاثية (غير الرابطة)

و $E_{\downarrow\uparrow}$ الطاقة الموافقة للحالة الكمومية المفردة (الرابطة)؛

ثمَّ إنَّ طاقة التبادل X من أجل جزيء الهيدروجين **سالبة دوماً وتعني** أن الحالة الثلاثية **تمتلك طاقة أعلى من طاقة الحالة المفردة**، ولذلك فإنّ الانتظام الموافق للحالة الأرضية انتظام "**ضد– فرّومغنطيسي**".

فالشكل (2-2) يُظهر أن الطاقة التبادلية X (أي الفاصل الطاقي بين الحالتين المفردة والثلاثية) **ليست صغيرة** على الإطلاق؛ إذْ حتى من أجل المسافات الكبيرة بين ذرتي الهيدروجين تبلغ جزءاً مهماً من الإلكترون فولط؛

وفعلياً هذا هو العنصر الأساس المسؤول عن **الترابط في الأجسام الصلبة**: فعزوم ثنائيات– القطب المغنطيسي تنتظم بفضل التآثر التبادلي الذي يدعم الانتظام **المتوازي** (من أجل X موجبة) أو الانتظام **المتعاكس** (من أجل X سالبة).

❖ طاقة التبادل **هنا أقل منها** عادةً في جزيء الهيدروجين، ولكنها تبقى من رتبة $100\,meV$ من أجل العناصر الفرّومغنطيسية. غير أنه يصعب التنبؤ كيفياً بقيمة طاقة التبادل X، وحتى بإشارتها، كما توضح الاعتبارات الآتية:

خلافاً لما نراه في جزيء الهيدروجين، **يمكن توقع طاقة تبادل X موجبة من أجل جملة متعددة الإلكترونات** على أسسٍ عامةٍ جداً. والفضل يعود لمبدأ باولي:

- فمن أجل إلكترونين، يتلاشى التابع الموجي **للحالة الثلاثية** عند امتلاك الإلكترونين الإحداثيات المكانية ذاتها، بمعنى أنهما لن يكونا في نفس المكان على الإطلاق. وهذا يُخفِّض تنافرهما الكولوني، مما يؤدي إلى انخفاض طاقي **للحالة الثلاثية** بالمقارنة مع **الحالة الفردية** ومن ثمّ إلى **طاقة تبادل موجبة** (X موجبة).
- وأكثر مثال معروف من أجل ذلك، هو **ذرة الهليوم** التي من أجلها الحالات الثلاثية، وجدت لتمتلك طاقةً أخفض من طاقة الحالات الفردية الموافقة.
- والفكرة ذاتها تُعدُّ أساساً أيضاً لقاعدة هوند الأولى حول أن الحالات الإلكترونية يجب أن تنشغل بحيث تتحقق أعلى قيمة ممكنة لـ S. لقد ناقشنا المثال Cr^{3+} الذي يمتلك طبقة d ممتلئة جزئياً **بثلاث إلكترونات**؛
  - ← تقع الإلكترونات في طبقات ثانوية مختلفة لبلوغ أعلى قيمة ممكنة لـ S،
  - ← والتي تعني أيضاً أن الإلكترونات يبتعد بعضها عن بعض وأن الطاقة الكامنة الكليّة **تنخفض**.
- يُطبق المبدأ ذاته على الإلكترونات الحرة في بلّورة معدنية:
  - ← الإلكترونات التي لها اتجاه السبين ذاته لن تقع في نفس المكان.
  - ← فإذا توافرت أكثرية من الإلكترونات **بسبين علوي** Spin-up، فإن "شعور" كل إلكترون من هذه الإلكترونات بوجود إلكترونات أخرى **يقل وينجذب** بشدة أكبر إلى أيونات الشبكة البلّورية، **وهذا يؤدي إلى ربحٍ في الطاقة.**

غير أن الحالة هنا ليست بسيطةً لاعتبارات طاقية أخرى تُطبق، حتى وإن أهملنا مفعول اللانتظام عند درجة حرارة محدودة. فمن أجل غازٍ إلكتروني حرٍ، فإن استقطاباً سبينياً كاملاً سيُخفِّض التنافر الكولوني بين الإلكترونات، ولكنه سيرفع الطاقة الحركية لها بكمية كبيرة جداً تكون من رتبة طاقة فرمي، كما رأينا في مناقشتنا لبارامغنطيسية باولي. في الواقع، من أجل الفلزات شبه الخالية من الإلكترونات لا يُرصد أي تمغنط تلقائي على الإطلاق.

سنشرح الآن، كيف يؤدي التآثر التبادلي إلى حالات منتظمة فرّومغنطيسياً، حتى بدون حقل خارجي؛ فهناك طريقتان تصفان ذلك وتكملان بعضهما بعضاً:

❖ فإمّا أن نستعرض جملة عزوم مغنطيسية متوضّعة يتآثر بعضها مع بعض عن طريق التآثر التبادلي،

❖ أو يمكننا أن نتفحص كيف تتغيّر البنية العصابية الإلكترونية من أجل إلكترونات بلوخ الممتدة تماماً عندما نجعل اتجاهاً محدداً للعزم المغنطيسي مُفضلاً طاقياً أكثر من اتجاه آخر.

يعمل التقريب الأول جيداً من أجل وصف المغنطيسية للفلزات الترابية النادرة بفضل الإلكترونات 4f المتوضّعة جداً فعلياً والتوصيف الآخر صحيح من أجل وصف المغنطيسية في الفلزات الانتقالية 3d.

2024/11/19

2-5-8 دراسة الانتظام المغنطيسي من أجل سبينات متوضّعة من وجهة نظر هايزنبرغ الكمومية:

Magnetic Ordering for Localized Spins

صاغ هايزنبرغ Heisenberg W. توصيف الميكانيك الكمومي للتمغنط من أجل جملة عزوم مغنطيسية متوضّعة تتأثر عن طريق الطاقة التبادلية.

- بغرض التبسيط نفرض أن العزم المغنطيسي المداري للحالات قيد الدراسة مسحوقاً وأننا نتعامل مع السبينات فقط.
- تأسست علاقة هايزنبرغ على نموذج هيتلر – لندن من أجل جزيء الهيدروجين، حيث تتألف طاقة الجزيء، $\boxed{E = 2E_0 + C \pm X}$، من ثلاث مساهمات وآخر هذه المساهمات يتعلق فقط بالاتجاهات السبينية النسبية للإلكترونات. وهذه نقطة غاية في الأهمية طالما أن السبين لا يظهر في الحساب بشكلٍ صريح.
- فالمساهمة الأخيرة في الطاقة تُعدُّ الجزء الوحيد المناسب لدراسة مغنطيسية المادة؛ ولذلك، افترض هايزنبرغ أنه يمكن دراسة المغنطيسية بهاملتون يتضمن هذه المساهمة السبينية فقط. فمن أجل سبينين، يساوي هاملتون هايزنبرغ

$$\boxed{\mathrm{H} = -2X\,\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2} \qquad (34\text{-}8)$$

- تُمثِّل الكمية $\vec{S}_i$ هنا المؤثرات السبينية. ومن أجل مناقشتنا الراهنة من المناسب النظر إليها على أنها مجرد اتجاهات سبينية لموقعٍ محددٍ.
- تمّ إدخال العامل 2 بغرض الحصول على فرقٍ طاقيٍ مقداره $2X$ بين الحالات الفردية والحالات الثلاثية، كما في العلاقة (33-8) من أجل جزيء الهيدروجين.
- سنحاول الآن فهم جوهر الانتظام الفرومغنطيسي التلقائي تأسيساً على هاملتون هايزنبرغ: فعند تعميم الدراسة الأخيرة على الجسم الصلب، فإن المؤثر السبيني $\vec{S}_i$ لكل موقعٍ من مواقع الشبكة البلّورية سيتأثر مع السبين لكل موقع شبكة بلّورية آخر، وإذا أضفنا إلى الدراسة احتمال وجود حقل مغنطيسي خارجي، فإن الهاملتون النهائي يأخذ الشكل الآتي:

$$\boxed{\mathrm{H} = -\sum_{i \neq j} \sum X_{ij}\,\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j + g_e \mu_B \vec{B}_0 \cdot \sum_i \vec{S}_i\,,} \qquad (35\text{-}8)$$

حيث يشمل الجمع i,j كل الذرات في الجسم الصلب و X_{ij} التآثر التبادلي بين السبينات لمواقع الشبكة البلّورية i و j. يُمثِّل الحد الثاني تأثير الحقل المغنطيسي الخارجي– إن وجد– على كل السبينات.

- يمكن تبسيط المعادلة (35-8)، لأن التآثر التبادلي يتناقص بسرعة كبيرة من أجل المسافات البعيدة. ولذلك، افتراض أن سبين موقعٍ ما، i مثلاً، يتآثر مع سبينات أقرب الذرات المجاورة فقط يُعدُّ تقريباً جيداً.
- ويمكننا أيضاً أن نعدَّ X_{ij} ذاته من أجل كل هذه المجاورات، ولذلك يمكننا تسميته ببساطة X.
- وعندها يمكننا الحصول على العلاقة الآتية:

$$\boxed{\mathrm{H} = -X \sum_i \sum_{nn} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_{nn} + g_e \mu_B \vec{B}_0 \cdot \sum_i \vec{S}_i\,,} \qquad (36\text{-}8)$$

حيث يشمل المجموع الثاني المجاورات الأقرب nn لكل ذرة.

يصعب تماماً إيجاد شكل حلول معادلة هاملتون (36-8)، ولكن يسهل تخمين كيف يمكن أن تبدو الحالة الأرضية: فمن أجل طاقة تبادل موجبة $(X > 0)$، يجب أن تكون الحالة ذات الطاقة الأخفض نفسها، أي الحالة التي

من أجلها تكون كل السبينات متسقةً، توازي بعضها بعضاً وتعاكس الحقل الخارجي (بحيث أن عزمها المغنطيسي يوازي هذا الحقل).

سنبيّن الآن أن العلاقة (8-36) **تسمح بتمغنطٍ تلقائيٍ** حتى بدون حقل خارجي:

يكمن العائق الأكبر أمام فعل ذلك في **الحد الأول** من العلاقة (8-36) الذي يحوي ضمنياً التآثر الموضعي بين سبينات المواقع المتجاورة الأقرب. يمكن تجاوز ذلك باستخدام ما يسمى **تقريب الحقل الوسطي** *Mean Field Approximation* الذي تُستبدل فيه كل سبينات المواقع المتجاورة **باتجاه سبيني متوسط في الجسم الصلب**، بحيث أن

$$\mathrm{H}=\sum_i \vec{S}_i\cdot\left(-\sum_{nn} X\left\langle\vec{S}\right\rangle+g_e\mu_B\vec{B}_0\right)=\sum_i \vec{S}_i\cdot\left(-n_{nn}X\left\langle\vec{S}\right\rangle+g_e\mu_B\vec{B}_0\right), \tag{37-8}$$

حيث n_{nn} عدد المجاورات الأقرب.

يمكننا أن نستغل الآن الارتباط المباشر لـ $\left\langle\vec{S}\right\rangle$ بالتمغنط الماكروسكوبي الذي ندرسه تبعاً للعلاقتين (8-4)، $\vec{M}=\vec{\mu}N/V$، و (8-17)، $\vec{\mu}=-g_e\mu_B\vec{S}$، وإيجاد علاقة $\left\langle\vec{S}\right\rangle$:

$$\vec{M}=-g_e\mu_B\left\langle\vec{S}\right\rangle\frac{N}{V}\qquad\Rightarrow\qquad\left\langle\vec{S}\right\rangle=-\frac{\vec{M}V}{g_e\mu_B N}, \tag{38-8}$$

ثمَّ نعوّض عن علاقة $\left\langle\vec{S}\right\rangle$ في العلاقة (8-37) فينتج **هاملتون هايزنبرغ** الآتي:

$$\mathrm{H}=\sum_i \vec{S}_i\cdot\left(\frac{n_{nn}XV}{g_e\mu_B N}\vec{M}+g_e\mu_B\vec{B}_0\right)=g_e\mu_B\sum_i \vec{S}_i\cdot\left(\frac{n_{nn}XV}{g_e^2\mu_B^2 N}\vec{M}+\vec{B}_0\right) \tag{39-8}$$

ومن ثمَّ

$$\boxed{\mathrm{H}=g_e\mu_B\sum_i \vec{S}_i\cdot\left(\vec{B}_W+\vec{B}_0\right),}$$

حيث

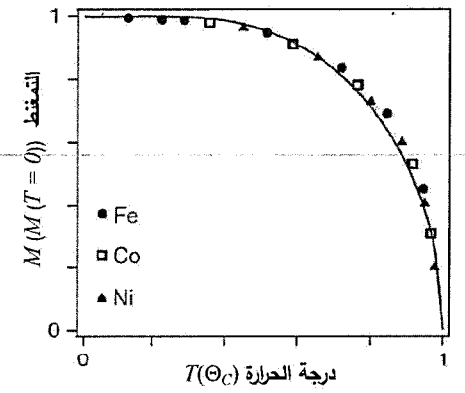
$$\boxed{\vec{B}_W=\vec{M}\,\frac{n_{nn}XV}{g_e^2\mu_B^2 N}.} \tag{40-8}$$

شكلياً، تصف العلاقة (8-39) جملة سبينات متوضّعة ومستقلة، تتعرّض لمجموع حقلين مغنطيسيين؛

- **الحقل الأول** $\vec{B}_W$ **ناتج عن التمغنط** $\vec{M}$، **الذي يؤثر في السبينات الفردية** $\vec{S}_i$
- **والثاني** الحقل الخارجي، $\vec{B}_0$.
- يسمى $\vec{B}_W$ **حقل وايّس** *Weiss Field*. ونؤكد هنا أن $\vec{B}_W$ ليس حقلاً مغنطيسياً "حقيقياً" ناتجاً من تمغنط العيّنة، إلاَّ أنه مجرد طريقة ذكية للتعبير عن أهمية التآثر التبادلي في شيء ما يمكن معاملته بشكلٍ مشابهٍ لمعاملة حقلٍ مغنطيسيٍ.
- العنصر الحاسم في العلاقة (8-40) هو الطاقة التبادلية X، التي تُعدُّ ضروريةً للحصول على حقل وايس، $\vec{B}_W$، محدود عند وجود مغنطة.

إن الحالة الموصوفة بالعلاقة (8-39) مطابقة للحالة التي عالجناها في بارامغنطيسية كيوري من حيث أن العزوم المغنطيسية المتوضّعة تتعرّض لحقلٍ مغنطيسيٍ، $\vec{B}_W+\vec{B}_0$. ويمكننا استغلال ذلك في حساب التابعية الحرارية للتمغنط. يكمن الفارق الأساسي بالنسبة لنموذج كيوري في أن جزءاً من الحقل المغنطيسي، $\vec{B}_W$، ليس حقلاً مغنطيسياً

خارجياً، ولكن حقل وايس الظاهر هنا ينتج بفضل التمغنط؛ إذا كان $\vec{B}_W$ كبيراً كفايةً فثمة احتمال مهم جداً يؤكد على وجود تمغنطٍ من دون أي حقل خارجي، $\vec{B}_0$.



الشكل (8-5): التابعية الحرارية لتمغنط كل من Fe و CO و Ni من تحت درجة حرارة كيوري Θ_C. يُمثِّل الخط المنحني القيم المتوقعة تبعاً للمعادلة (8-42) من أجل جملة سبين 1/2.

لنفرض أن $B_0 = 0$ ونحسب التابعية الحرارية للتمغنط الصرف بوجود حقل وايس باستخدام العلاقة (8-26)، $\bar{\mu} = \frac{1}{Z}\sum_{m_J=-J}^{J} g_J \mu_B m_J \exp\left(\frac{g_J \mu_B m_J B_0}{k_B T}\right)$ من أجل جملة حالتين حيث ندخل الرمز $x = g_e \mu_B |m_s| B_W / k_B T$ في الحساب.

إذا درسنا السبينات فقط فيمكننا أيضاً أخذ التقريب $g_e |m_s| \approx 1$ بالحسبان ومن ثمّ $\mu_B B_W / k_B T \approx 1$ ونحصل على العلاقة الآتية:

$$M(T) = \frac{\mu_B N}{V}\frac{e^{x} - e^{-x}}{e^{x} + e^{-x}} = M(0)\tanh(x), \quad (41\text{-}8)$$

حيث $M(0) = \mu_B N / V$ التمغنط الأكثر احتمالاً الذي يمكن بلوغه عند درجة الصفر المطلق، $0\,\mathrm{K}$. تسمح لنا المعادلة (8-41) بدراسة التمغنط كتابع لدرجة الحرارة ولكن بوجود صعوبة متمثلة في أن x في الطرف الأيمن منها يتعلق أيضاً بهذا التمغنط، كما يظهر في حقل وايس (8-40). ويبدو ذلك واضحاً أكثر عند إعادة كتابة المعادلة (8-41) بالشكل الآتي:

$$\frac{M(T)}{M(0)} = \tanh\left(\frac{M(T)}{M(0)}\frac{\Theta_C}{T}\right), \quad (42\text{-}8)$$

حيث أدخلنا في العلاقة الأخيرة ما يسمى بدرجة حرارة كيوري Θ_C المعرّفة بالمساواة

$$\Theta_C = \frac{n_{nn} X}{g_e^2 k_B} \quad (43\text{-}8)$$

فمن أجل درجة حرارة T معطاة يجب أن نبحث عن $M(T)$ بحيث تتحقق المعادلة (8-42): من الواضح أن ذلك ممكن دوماً من أجل عيّنة غير ممغنطة تتصف بالمساواة $M(T) = 0$؛ غير أنه يبدو أن حلولاً غير تافهة موجودة أيضاً ما دامت درجة الحرارة T أقل من Θ_C. يمكن إيجاد هذه الحلول عددياً والشكل (8-5) يوضحها. يبدو أن التابعية الحرارية للتمغنط في هذا النموذج البسيط توافق النتيجة المقيسة تماماً من أجل الفلزات الانتقالية 3d الفرّومغنطيسية؛ مثل Fe و CO، و Ni، على الرغم من أن إلكترونات التكافؤ التي تؤدي إلى تمغنطٍ في هذه العناصر ليست متوضّعة جزئياً.

يمكننا تقدير **قيمة حقل وايس**، $\vec{B}_W$، من درجة حرارة كيوري المقيسة. وجد أن $\vec{B}_W$ كبير جداً، من رتبة **مئات حتى آلاف التسلا**، أقوى بكثير من أي حقلٍ يمكن توليده في المخبر؛ وهذا ما يفسّر لماذا بمقدور حقل وايس الاحتفاظ بتمغنطٍ تلقائي في العيّنة ولكن يجب التأكيد مرة أخرى أن **حقل وايس لا يُعدُّ حقلاً مغنطيسياً عادياً**، فهو ناتج من مجموع التمغنط والتآثر التبادلي كما يبدو واضحاً في المعادلة (8-40).

يتلاشى التمغنط التلقائي فوق درجة حرارة كيوري، وهذا يفترض نقصاً في الانتظام بعيد– المدى، ولكن بطبيعة الحال تبقى العزوم المغنطيسية موجودة. ولذلك، يمكننا أن نتوقع وجود سلوك بارامغنطيسي. وللاقتناع بذلك، يمكننا القيام بالإجراء الذي قمنا به من أجل بارامغنطيسية كيوري تماماً وحساب التابعية الحرارية في المعادلة (8-41) في حدود درجة

الحرارة المرتفعة حيث نستبدل **تابع الظل القطعي** للمتحول بالمتحول ذاته. باستخدام العلاقة (8-5) أيضاً، يمكننا الحصول على ما يسمى **قانون كيوري- وايس** *Curie-Weiss Law* من أجل الطواعيّة:

$$\chi_m = \frac{C}{T - \Theta_C}. \qquad (44\text{-}8)$$

نلاحظ أن هذا القانون يشبه كثيراً قانون كيوري (8-28)، باستثناء أن مبدأ الحساب منزاح بمقدار درجة حرارة كيوري. يفترض هذا القانون أن الطواعيّة تتباعد عند اقترابنا من درجة حرارة كيوري، ولهذا الكلام معنى: فعند الدخول في نظام الفرّومغنطيسيّة، بمقدور حقل خارجي ليس كبيراً جداً أن يسبب استجابةً قويةً جداً. غير أنه يجدر بالذكر أن قانون كيوري- وايس يُعدُّ جداً لدرجة الحرارة المرتفعة ولذلك ليس بالضرورة أن يصف سلوك التمغنط بجوار درجة حرارة كيوري بدقة.

بالنتيجة يُعدُّ توصيف الفرّومغنطيسية وفق نموذج هايزنبرغ الطريقة المذكوره أعلاه مقبولاً.

- فهو يفسّر وجود التمغنط التلقائي من خلال التابعية الحرارية لشدة التمغنط تحت درجة حرارة كيوري والبارامغنطيسية فوق درجة حرارة كيوري. ثمَّ إننا درسنا هذا التمغنط من أجل جملة السبين $\frac{1}{2}$ بحالتين فقط؛
- غير أنه يمكن تعميم هذه الدراسة على أي عزم مغناطيسي مطلوب. ولكن يجدر بالذكر أن نموذج **هايزنبرغ** يفترض عزوماً مغنطيسية في مواقع الشبكة البلّورية، ولذلك، من المرجّح، أن يعمل هذا النموذج أفضل ما يمكن من أجل الحالات التي تقترب من هذه المثالية:
  - فالمعادن الترابية النادرة Gd و Dy ذوات الإلكترونات 4f قريبة جداً من هذه المثالية ولذلك توصف جيداً بنموذج هايزنبرغ.
  - ومن أجل المعادن الانتقالية Fe، و CO، و Ni، التي ينتج التمغنط فيها من الإلكترونات 3d الأكثر توضّعاً، يؤدي توصيف الفرّومغنطيسية بنموذج هايزنبرغ إلى بعض المشاكل، بصرف النظر عن التوافق الجيد ظاهرياً، الذي يبدو في الشكل (8-5).

8-5-3 الانتظام المغنطيسي من وجهة نظر عصابات الطاقة Magnetic Ordering in a Band Picture:

- لقد افترضنا أنه يمكن حساب التمغنط الأعظمي الممكن لعيّنة فرّومغنطيسية من كثافة العزوم المغنطيسية وقيمها. فمثلاً إذا كان لدينا **عزوم مغنطيسية سبينية فقط** فإن التمغنط الأكثر احتمالاً سيكون مساوياً $M(0) \approx \mu_B N/V$ ويمكن بلوغه في درجة الصفر كلفن، 0 K.

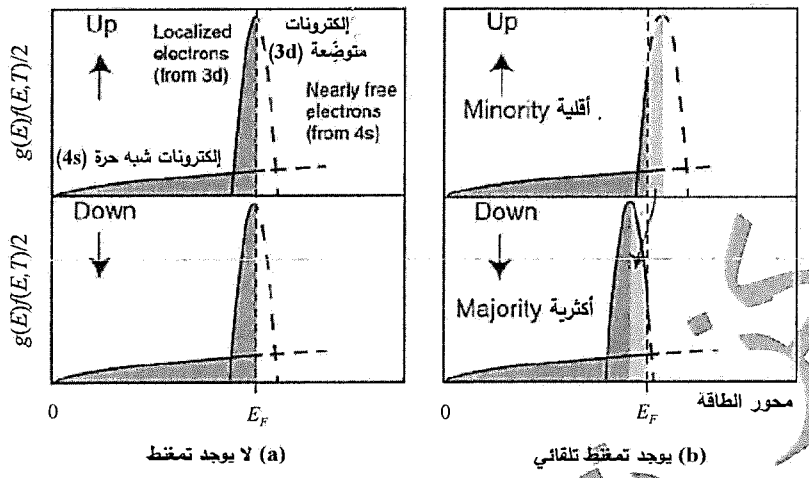
أمّا إذا كان لدينا عوضاً من ذلك، **العزم الزاوي للأيونات**، J، فنحصل على مقدار التمغنط $M(0) \approx \mu_B g J N/V$.

- التمغنط الأعظمي المقيس من أجل الفلزات النادرة 4f ليس بعيداً جداً عن هذا المقدار المتوقع ولكن التوافق من أجل الفلزات الانتقالية 3d، رديءٌ جداً.

يمكن أن يحصل ذلك لعدة أسباب؛ كسحق العزم المغنطيسي المداري (جزئياً) مثلاً. ولكن يبدو أن توصيف العزوم المغنطيسية ليس صحيحاً، لأن الحالات-3d ممتدة، ومن ثمَّ تتصف بسلوك عصابات الطاقة.

يمكن لعصابات الطاقة أن تكون ممتلئة جزئياً فقط، وهذا ما **يمكنه أن يفسّر عدم مساهمة كل الإلكترونات في التمغنط ويقتصر الأمر فقط على جزءٍ منها**. يعود توصيف التمغنط من أجل الحالات الإلكترونية التي تتصف بسلوك عصابات الطاقة لكل من ستونر Stoner وولفارث Wohlfarth.

يوضح الشكل (8-6a) شكلاً لكثافة الحالات في فلزٍ انتقاليٍ كـ Fe، أو CO، أو Ni:



الشكل (8-6): (a) كثافة الحالات المشغولة بالإلكترونات في فلزٍ انتقالي 3d بسبينات باتجاهين بدون وجود تمغنط محصّل. (b) تمغنط تلقائي للإلكترونات d، يحدث عندما يُغيّر الكثير من الإلكترونات اتجاه سبيناته (في الحالة الراهنة من up-(↑) إلى down-(↓)). وهذا يوافق وجود حالات مشغولة في العصابات الطاقية باتجاهات سبين-down أكثر؛ ويتحقق ذلك بانتقال الساحة الرمادية الفاتحة في كثافة الحالات سبين "up" إلى كثافة الحالات سبين "down".

- ❖ إنَّ الإلكترونات s (وبعض الإلكترونات p) تكوّن الكثافة الإلكترونية الحرة المألوفة للحالات التي تحقق القانون $g(E)\sim\sqrt{E}$.
- ❖ إلاَّ أن كثافة الحالات من أجل الإلكترونات **d** تبدو مختلفة تماماً. وتوجد العصابة d في **مجال طاقي صغير فقط حيث تكون كثافة الحالات مرتفعة نسبياً ومتمركزة بمعظمها عند طاقة فرمي.**
- ❖ يمكن فهم ذلك من خلال دراسة سلوك الإلكترونات d:
  - تكون العصابة أضيق طاقياً، لأن الطبيعة المتوضّعة للحالات-d تؤدي إلى تراكبٍ أقل للتوابع الموجية وانشطارٍ طاقيٍ أصغر. وهذا ما قمنا بدراسته، في نموذج الرابطة الشديدة:
  - إذْ أظهرت المعادلة (6-60)، $\gamma(\vec{R})=-\int\phi_n^*(\vec{r})\,v(\vec{r})\,\phi_n(\vec{r}-\vec{R})\,d\vec{r}$، أن المتحول γ الذي يُعيِّن عرض العصابة الطاقية متعلق بمقدار التراكب فيما بين التوابع الموجية في المواقع المتجاورة.
  - فهذا التراكب من أجل الإلكترونات d المتوضّعة صغير ومن ثمّ عرض العصابة الطاقية ضيق.
  - إنَّ كثافة الحالات مرتفعة، لأن العصابة الضيقة يجب أن تعدِّل الحالات-10d بالنسبة لكل ذرة في البلّورة.
  - وأخيراً، يتمركز معظم كثافة الحالات عند طاقة فرمي، لأنها ممتلئة جزئياً فقط؛ فمن أجل $Fe_{26}(1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2)$ تكون مشغولة **بستة إلكترونات d** من الإلكترونات العشرة-d. لقد اختيرت العصابة-d في الشكل (8-6) ليكون نصفها ممتلئاً.

لنتصور الآن حالة تتصف بتمغنط تلقائي ناتج من الإلكترونات d (طاقة التبادل من أجل الإلكترونات s صغيرة جداً لدرجة الإهمال). لنفرض أنه لدينا إلكترونات **بسبينات تتجه نحو"الأسفل"** (↓) "Down" Spin **أكثر** من الإلكترونات **بسبينات تتجه نحو"الأعلى"** (↑) "Up" Spin. ولهذا السبب يسمى السبين (↓) سبيناً أكثرياً والسبين (↑) أقلياً.

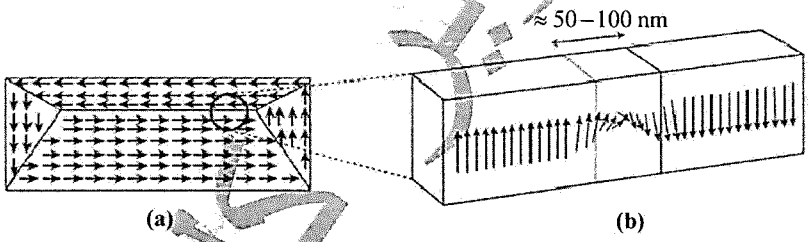
- نعلم الآن بأن الحالة المغنطيسية مستقرة **بدليل** أن الإلكترونات ذات السبين (↓)-down تكتسب **طاقةً من رتبة الطاقة التبادلية والإلكترونات ذات السبين (↑)-up تخسر هذه الطاقة التبادلية**؛ ومن ثمَّ، تنزاح طاقياً كثافتا الحالات الموافقة لذلك **بشكلٍ متعاكس**، كما يوضح الشكل (8-6b).
- **وبهدف الاحتفاظ بطاقة فرمي ثابتة**، تقلب الإلكترونات في ساحة كثافة الحالات المشغولة المظللة بلون رمادي باهت سبيناتها من (↑)-up إلى (↓)-down، ومن ثمَّ يتم بلوغ التمغنط المطلوب بإلكترونات أكثر، سبيناتها (↓)-down.

يوضح الشكل (8-6b) أن الكثير من الإلكترونات بجوار النهاية القصوى الحادة لكثافة الحالات d انتقل نحو الطاقات الأدنى حيث يمكننا رؤية التمغنط مباشرةً واعتباره ربحاً طاقياً.

- يمكننا أيضاً أن نفهم، لماذا يستطيع التمغنط الأعظمي في الدرجة $0\,K$، أن يوافق **عدداً كسرياً** من العزوم المغنطيسية في كل وحدة خلية: إن تمغنطاً تاماً للإلكترونات d سيوافق شغوراً تاماً للعصابة d بسبينات (↑) "up"، ولكن مع الانزياح المستمر هنا، فإن أي تمغنط جزئي يكون ممكناً.

8-5-4 الدومينات الفرّومغنطيسية Ferromagnetic Domains:

لا يبدو أن كل المواد **الفرّومغنطيسية** تُبدي تمغنطاً ماكروسوبياً تحت درجة حرارة كيوري. إذْ من الضروري أحياناً "مغنطتها" بحقل مغناطيسي خارجي، والسبب يكمن في وجود **دومينات مغنطيسية** *Magnetic Domains*، كما افترض وايّس P.Weiss عام 1907، راجع الشكل (8-7a):



الشكل (8-7): (a) دومينات بمغنطة مختلفة في جسم صلب فرّومغناطيسي. (b) مشهد تفصيلي لدوران التمغنط في حاجز بلوخ بين دومينين.

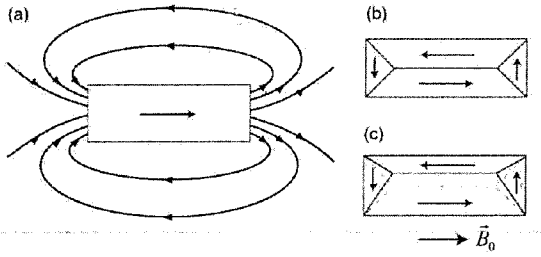
- تتصف الدومينات **باتجاهات تمغنطٍ مختلفةٍ** بحيث أن التمغنط الوسطي الكلّي للعينة **يساوي الصفر تقريباً**.
- يفصل بين الدومينات ما يسمى **حواجز بلوخ** *Bloch Walls* **التي** يدور التمغنط فيها من اتجاه لآخر. تبلغ سماكة حواجز بلوخ عادةً نحو $50-100\,nm$.
- **يمكن** جعل الدومينات المغنطيسية **مرئيةً**:

→ باستعمال مسحوق حديد ناعم جداً يُنثر على مغناطيس (أي بتطبيق ما يسمى **طريقة بيتر** *Bitter Method*)،

→ أو عن طريق ما يسمى عادةً **بمفعول كّير** *Kerr Effect*،

→ أو باستعمال **المجهر النفقي الماسح** STM **والاستقطاب- السبيني**.

يمكن إدراك وجود الدومينات من خلال دراستنا لما يحدث في المادة عند تبريدها إلى ما دون درجة حرارة كيوري: حيث يتشكّل انتظام فرّومغنطيسي في أماكن مختلفة من العيّنة تلقائياً وتتكوّن حواجز بلوخ حيث تتلامس الدومينات.
ثمة طريقة أخرى أيضاً تشرح منشأ الدومينات:



الشكل (8-8): (a) مادة مغنطيسية بدومن وحيد يسبب حقلاً قوياً خارجه. (b) إدخال دومينات جديدة يُخفِض الحقل الخارجي كثيراً. (c) يمكن للمادة أن تتمغنط بانتقال حواجز الدومينات نتيجةً لتطبيق الحقل الخارجي B_0.
الخطوط الرمادية المتقطعة توافق الإشباع قُبيل التعرّض لـ B_0.

- لندرس مغنطيساً أحادي الدومن، كما في الشكل (8-8a). فهو يسبب حقلاً مغنطيسياً قوياً **خارج** المادة بكثافة طاقية محددة.
- بإدخال بضعة دومينات، كما يظهر في الشكل (8-8b)، ينخفض الحقل القوي **الخارجي** كثيراً، مما يؤدي إلى ربحٍ طاقي؛ ولكن تكلفة ذلك، هي طاقة تشكّل حواجز الدومينات؛
  - ✓ إذا لم تكن طاقة التشكل كبيرة جداً، فإن حالة وجود بضعة دومينات ستكون مفضلة.
  - ✓ وإذا طبق الآن حقل خارجي، يمكن أن تتمغنط العيّنة عن طريق انتقال حواجز الدومينات بالنسبة لبعضها البعض، كما في الشكل (8-8c).
  - → من الواضح أن انتقال حواجز الدومينات يُعدُّ الطريقة الأكثر فعالية لتغيير تمغنط المادة.
  - → ثمة آلية أخرى لفعل ذلك، تكمن في انقلاب عزوم مغنطيسية فردية في منتصف دومن معطى فيتغيّر التمغنط فجأةً في كامل الدومن. غير أن الحاجز الطاقي أمام انقلاب العزوم الفردية عالٍ جداً، لأن عملية كهذه يجب أن تُعاكس حقل وايس الموضعي الكبير جداً.

5-5-8 دورة البطاء المغنطيسي Hysteresis:

بتحريك حواجز الدومينات في عينةٍ مصنوعة من مادة فرّومغنطيسية عن طريق تطبيق حقل خارجي، B_0، يمكن تحصيل تمغنطات مختلفة. فالشكل (8-9) يُظهر حالةً من أجل عيّنة لم تكن ممغنطة في الأساس موجودة في حقل متغير ببطء، B_0:

→ يكون التمغنط، M، في البداية معدوماً، ثمَّ يزداد عند تشغيل الحقل الخارجي؛ فمن أجل شدة حقل محددة، تتمغنط العيّنة بشكلٍ كاملٍ في اتجاهٍ واحدٍ، أي يتم بلوغ **تمغنط الإشباع** *Saturation Magnetization*، M_S.

→ وعند تخفيض الحقل الخارجي **من جديد**، يتناقص التمغنط، ولكنه لا يبلغ الصفر من أجل $B_0 = 0$، وإنما يبلغ ما يسمى **تمغنطاً متبقياً** *Remanent Magnetization*، M_R.

→ أول بلوغ للتمغنط الصفري، $M = 0$، يكون عند **الحقل القاهر** *Coercive Field*، B_C، في الاتجاه المعاكس؛ حتى من أجل حقل خارجي، B_0، أقوى في الاتجاه المعاكس يتم بلوغ حالة الإشباع مرةً أخرى.

يكمن سبب هذا البطاء أو **التخلّف المغنطيسي** *Hysteresis* جزئياً في أن انتقال حواجز بلوغ عبر العيّنة لا يُعدُّ عملية بسيطة عكوسة. إذْ لا بد أحياناً أن يتجاوز حاجز بلوغ عيوباً **وهذا يستوجب استهلاك طاقة.**

فالطاقة المبددة من أجل دورة مغلقة واحدة من منحني البطاء المغنطيسي، يمكن أخذها مباشرةً من المنحني إذا تمّ عرضه بطريقة مختلفة قليلاً، من خلال رسم التابع $B(H)$، عوضاً من رسم التابع $M(B_0)$. وعندها تساوي الطاقة المبددة $\oint BdH$، أي **المساحة المحدودة** بمنحني البطاء المغنطيسي. يبدو المنحني $B(H)$ مشابهاً تماماً للمنحني

$M(B_0)$، ولكنه لا يُبدي الإشباع في السياق ذاته، لأن الحقل B يبقى متزايداً عند ازدياد H حتى وإن كان M مشبعاً (راجع العلاقة (8-3)).

يمكن الحصول على دورة البطاء المغنطيسي أيضاً في نموذج بسيط من أجل بلّورة **خالية من العيوب**. لندرس مثلاً فرّومغناطيس بدومن وحيد عند درجة حرارة منخفضة جداً:

← تتراصف كل السبينات باتجاه الحقل المغنطيسي الخارجي المطبّق.

← والتراصف **لن يتلاشى** عند فصل الحقل الخارجي. في الواقع، لا بد من حقلٍ يكون في اتجاه معاكس للحقل الأخير وبشدة معقولة لكي ينعكس التمغنط، إذْ يجب أن تنقلب جميع السبينات. وحالما يتم بلوغ ذلك، يمكننا فصل الحقل الخارجي من جديد وجعل شدته صفراً مع بعض التغيرات الإضافية في التمغنط.

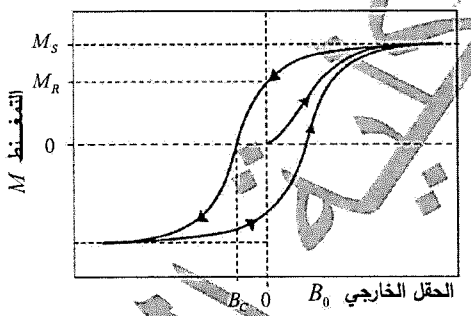
يتعلق الشكل الدقيق لمنحني البطاء المغنطيسي بنوع المادة وبنيتها بشكلٍ كبيرٍ؛ إذْ يمكن حياكة هذه المادة لتُلاءم متطلبات تطبيقات محددة؛

- فإذا كان الهدف الحصول على مغنطيس دائم جيد، فيُطلب أن يكون **التمغنط المتبقي كبيراً والحقل القاهر مرتفعاً**. ومثل هذه الخصائص تصف ما يدعى **بالمغانط القاسية** *Hard Magnets* التي يمكن استعمالها كذواكر مغنطيسية.

← ولتحقيق هذه الأهداف يمكن القيام بأشياء محددة؛ كأن نجعل **الحجم الحبيبي للمادة أصغر من الحجم العادي لدومن** مغنطيسي.

← وعندها، لا تستطيع الحبيبات أن تغيّر مغنطتها من خلال انتقال حواجز الدومينات؛ إذْ لفعل ذلك على المغنطة أن تنقلب ككل، وهو ما يُعدُّ عملية مكلفة.

- في الحالة الحرجة المعاكسة، ثمة حاجة لما يسمى **بالمغانط اللينة** *Soft Magnets*، من أجل تطبيقها في المحولات الكهربائية مثلاً.
  - فكما رأينا أعلاه، الطاقة المبددة في كل دورة تمغنط تساوي المساحة المحدودة بدورة البطاء المغنطيسي.
  - وتُفقد هذه الطاقة في محولة عادية 50 (أو 60) مرة في الثانية، ولذلك من الضروري أن تكون المساحة غير كبيرة.
  - وهذا يعني، أنه لا بد من الحصول على **حقل قاهر صغير وتمغنطٍ متبقٍ ضعيفٍ**.
  - وفي الوقت ذاته، يجب البحث عن حقل إشباع مرتفع ومادة بمقاومة عالية بغرض تخفيض تيارات إدي Eddy Currents إلى أدنى قيمة.



الشكل (8-9): تمغنط عيّنة فرّومغنطيسية كتابعٍ لحقلٍ خارجيٍ مطبقٍ B_0 . نقطة بداية المنحني هي مبدأ الإحداثيات.