كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثالثة

المادة : ميكانيك الموائع

المحاضرة : الثامنة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

$$\frac{u^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + Z = const$$

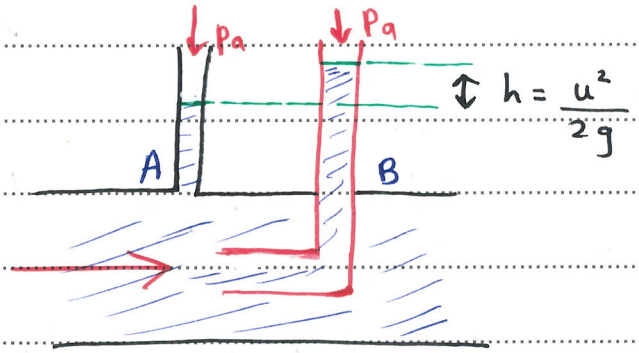
$$\gamma = \rho . g$$

تدعى هذه المعادلة بمعادلة برنولي للسوائل المثالية عند الجريان المستقر يتضح من هذه المعادلة أنها تجمع بين السرعة والضغط والارتفاع

أن مجموع الحدود الثلاث يساوي إلى قيمة ثابتة بالنسبة لخط التيار (1) بينما سيكون لخط تيار آخر (مجاور) قيمة أخرى ثابتة

تمثل هذه المعادلة معادلة برنولي للارتفاعات حيث لكل حد من حدودها الثلاث واحدة قياس الطول.

أن الحد الأول في هذه المعادلة: يمثل ارتفاع السرعة التي تصل إليه نقطة مادية إذا قذفت شاقولياً للأعلى في حجرة خالية من الهواء بسرعة ابتدائية مقدارها u.



يمكن بالتجربة قياس كمية المنع الناتجة عن السرعة $h = \frac{u^2}{2g}$ وذلك لو وضعنا أنبوبة على شكل حرف L في تدفق السائل بحيث تكون هذه الأنبوبة مفتوحة من الطرفين

الحد الثاني $\frac{P}{\gamma}$: يمثل ارتفاع الضغط (ارتفاع الضغ) ويكافئ ارتفاع عمود سائل ساكن وزنه النوعي $\gamma = \rho.g$ والذي يولد نتيجة ثقله الضغط p وبالتالي فهو يكافئ ارتفاع صعود السائل في أنبوب بيزومتري.

الحد الثالث Z : يمثل ارتفاع المكاني أو الهندسي بالنسبة لأي مستوي قياس أفقي أو مستوي صفري.

أن هذه المعادلة بالنسبة لجريان مثالي مستقر كلون مساوياً لمجموع ارتفاع السرعة وارتفاع الضغط وارتفاع المكاني في كل نقطة من نقاط خط التيار ومساوية لقيمة ثابتة.

$$\frac{u^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + Z = C_{BH}$$

C_{BH} : ثابت معادلة برنولي للارتفاع.

نضرب المعادلة التالية

$$\frac{u^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + Z = cte$$

بـ : $\gamma = \rho g$

$$\rho g \frac{u^2}{2g} + \frac{\rho g \cdot P}{\rho g} + \rho g Z = cte$$

$$\rho \frac{u^2}{2} + P + \rho g.Z = cte.$$

تسمى هذه المعادلة معادلة برنولي للضغوط وهي تسمح بحساب الضغط في اتجاه الجريان ويمكن التأكد بسهولة أن كل حد من المعادلة له واحدة قياس $\frac{N}{Cm^2}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

يسمى الحد الأول: بالضغط التحريكي أو ضغط الركود

يسمى الحد الثاني: بالضغط الستاتيكي

يسمى الحد الثالث: بضغط الثقالة أو ضغط القوى الحجمية

أن المضمون الفيزيائي لمعادلة برنولي يتوضح بشكل أفضل إذا قسمنا طرفي المعادلة على ρ:

$$\frac{\rho u^2}{2\rho} + \frac{p}{\rho} + \frac{\rho g z}{\rho} = cte$$

$$\frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = C_{BE}$$

والتي تسمى معادلة برنولي للقدرة بأن كل حد من حدود الطرف الأيسر يمثل قدرة بالنسبة لواحدة الكتلة

الحد الأول: يمثل القدرة الحركية

الحد الثاني: يمثل قدرة الضغط

الحد الثالث: يمثل القدرة الكامنة

فيكون مجموع القدرات الثلاث في كل نقطة من نقاط خط التيار يساوي قيمة ثابتة تسمى القدرة الميكانيكية أو قدرة الجريان قدرة ثابتة

استنتج معادلة برنولي للقدرة / للارتفاع / للضغط / واشرح كل حد من الحدود؟

الجواب الفقرة السابقة

معادلة برنولي كتكامل لمعادلة أويلر الحركية:

تمثل معادلة أويلر الحركية في اتجاه خط التيار لجريان وحيد البعد غير مستقر قابل أو غير قابل للانضغاط

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial s} + g\frac{\partial z}{\partial s} = 0 \quad (1)$$

وهي تتضمن ثلاثة مجاهيل هي: u و p و ρ كلها تابعة في حالة العامة للزمان والمكان ويتطلب حلها معادلتين إضافيتين هما:

1- حالة الجريان القابل للانضغاط:

$$\rho \neq cte$$

وهنه معادلة الاستمرارية تكون لدينا:

$$m = \rho_1 A_1 u_1 = \rho_2 A_2 u_2 = cte$$

حيث A_1 و A_2 مقاطع الجريان

2- أما الجريان الغير قابل للانضغاط:

تكون $\rho = cte$

فالمعادلة الأولى تحتوي على مجهولين فقط هما السرعة والضغط ويلزمنا لحلها معادلة واحدة هي معادلة استمرارية لجريان مستقر

$$Q = u_1 A_1 = u_2 A_2 = cte$$

في الجريان المستقر ينعدم التسارع الزماني ويصبح لدينا $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ وتصبح السرعة والضغط تابعين للمكان فقط وبالتالي يمكن تبسيط المعادلة الأولى للشكل التالي:

$$u\frac{du}{ds} + \frac{1}{\rho}\frac{dp}{ds} + g\frac{dz}{ds} = 0 \quad (2)$$

حيث يمكن كتابة المشتقات الجزئية بالمشتقات العادية بسبب وجود متحول واحد فقط والذي هو تسارع الحمل $u\frac{du}{ds}$

يمكن كتابة معادلة أويلر (2) على اعتبار أن الجريان مستقر وغير قابل للانضغاط بالشكل التالي:

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\frac{\rho}{2}\frac{d(u)^2}{ds} + \frac{dp}{ds} + \rho g \frac{dz}{ds} = 0$$

تمثل كامة الحدود كسوراً تفاضلية بالاتجاه الجريان S ويمكن كتابة المعادلة بعد المكاملة بالشكل التالي

$$\frac{\rho}{2}u^2 + p + \rho z g = cte.$$

استنتج معادلة برنولي كتكامل لمعادلة أويلر الحركية لجريان وحيد البعد غير مستقري

الجواب الفقرة السابقة

تطبيقات معادلة برنولي:

تعتبر معادلة برنولي من أهم قوانين الهيدرو ديناميكية والتي تمكننا من حل العديد من مسائل الجريان

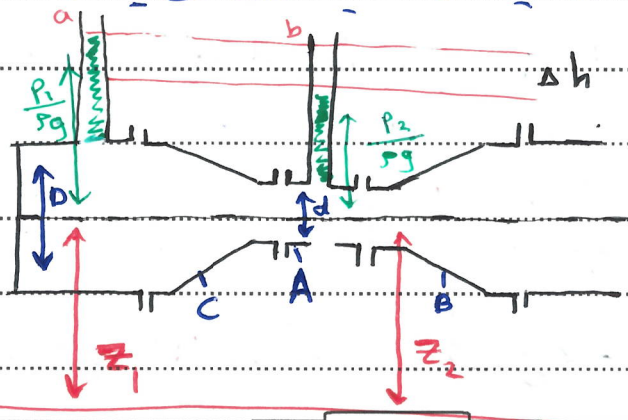
مقياس فنتوري لتحديد التدفق (أو الغزارة) من خلال الأنبوب:

أسهل طريقة لقياس تدفق سائل هي الطريقة الحجمية

عند القياس بهذه الطريقة يتم وصل السائل إلى وعاء حجمه معروف وبقسمة الحجم على الفترة الزمنية نجد مقدار غزارة السائل في الأنبوب

$$Q = \frac{V}{t} \quad m^3/s.$$

مقياس فنتوري هو مقياس كمية السائل يعمل حسب مبدأ برنولي



TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

يمثل الشكل السابق مقياس فينتوري

يتكون مقياس فينتوري من جزئين مخروطين B و C تتصل النهاية الجزء أسطوانية A قطر النهايتين الواسعتين متساويين ويساوي قطر الأنبوبة المراد قياس السرعة داخلها.

يتصل الجزئين الأسطوانيين بأنبوبتين للضغط هما A و B في المقطع الضيق للقياس تزداد السرعة للسائل وتبعاً يزداد الدفع الناتج من السرعة وبالتالي ينخفض الضغط وبما أن المحور أفقي فيكون لدينا $Z_1 = Z_2$ نكتب معادلة برنولي على الشكل التالي:

$$\frac{u_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} = \frac{u_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g}$$

فإذا رمزنا إلى الفرق بين ارتفاع السائل في أنبوبتين بالرمز Δh

$$\Delta h = \frac{P_1 - P_2}{\rho g}$$

نصل في النهاية على أن

$$\Delta h = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}$$

$$\Rightarrow u_2^2 - u_1^2 = 2g\Delta h \quad \ldots (1)$$

من معادلة استمرارية يكون لدينا

$$w_1 u_1 = w_2 u_2$$

$$\Rightarrow u_1 = u_2 \frac{w_2}{w_1} \quad \ldots (2)$$

بتعويض قيمة u_1 في (1) نجد أن:

$$u_2^2 \left[1 - \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2\right] = 2g\Delta h$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\Rightarrow u_2 = \sqrt{\frac{2g\,\Delta h}{1-\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2}}$$

بالتعبير عن ساحتي المقطع بواسطة قطري أنبوبتين يكون لدينا:

$$\omega_1 = \pi \frac{D^2}{4} \quad , \quad \omega_2 = \pi \frac{d^2}{4}$$

وبالتالي تكون عزارة السائل في أنبوبة ماوية إلى بالاجمالي:

$$Q = \omega_2 . u_2$$

$$= \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2g\,\Delta h}{1-\left(\frac{d}{D}\right)^4}}$$

عند تطبيق معادلة برنولي كنا قد أهملنا ~~الفقد~~ الفقد في الدفع بين المقطعين المدروسين المقطع الأول والثاني لذلك يجب إدخال تصحيح في المعادلة الأخيرة معامل التصريف μ

$$Q = \mu \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2g.\Delta h}{1-\left(\frac{d}{D}\right)^4}}$$

ليكن لدينا الشكل المجاور استنتج عزارة السائل أو كمية أو مقدار المتدفق من خلال أنبوب اعتماداً على مقياس فينتوري ومعادلة برنولي؟ الجواب الفقرة السابقة

معادلة تورشيللي:

$$u_2 = \sqrt{2g.H}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

تدعى هذه العلاقة بعلاقة تورشيللي ومن الملاحظ أن سرعة التفريغ المثالية لا تخضع لتأثير ثقالة أرضية تتعلق فقط بالارتفاع الشاقولي وتساوي السرعة النهاية التي يبلغها جسم صلب يسقط سقوطاً حر.

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z