كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثالثة

المادة : كهرطيسية

المحاضرة :السادسة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

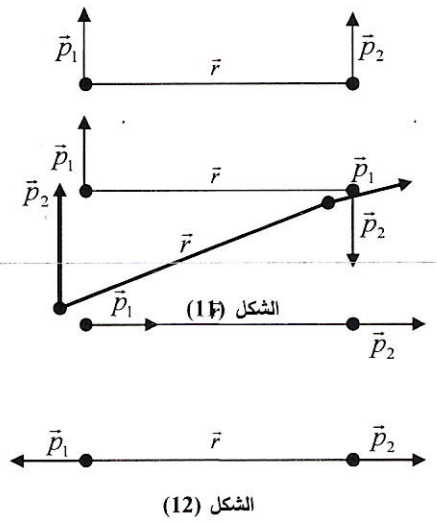
كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

نستنتج من هاتين العلاقتين، أن طاقة التأثير المتبادل بين الثنائيين لا تتعلق بالبعد $\vec{r}$ وحسب، بل بالزاوية المتشكلة بين عزمي الاستقطاب الكهربائيين $\vec{P}_1$ و $\vec{P}_2$ أيضاً. وهذا النوع من القوى يختلف عن القوى المركزية التي تتعلق بالبعد r فقط، كقوى كولون وقوى الجاذبية، حيث $F \sim 1/r^2$.

لنناقش الآن المعادلة (70):

- تكون الجملة المؤلفة من ثنائيي قطب في حالة استقرار، عندما تكون طاقتها الكامنة أصغر ما يمكن، أي عندما $\vec{P}_1$ و $\vec{P}_2$ متوازيين $(\vec{P}_1 \uparrow\uparrow \vec{P}_2)$.
- وتكون الجملة في حالة غير مستقرة، أي الحالة التي تكون عندها طاقتها الكامنة عظمى، إذا كان $\vec{P}_1$ و $\vec{P}_2$ متعاكسين $(\vec{P}_1 \uparrow\downarrow \vec{P}_2)$.



- وفيما يلي نبين الحالات المختلفة لوضعيي $\vec{P}_1$ و $\vec{P}_2$ بالنسبة للمسافة الفاصلة بينهما، ونوضح ذلك بالأشكال الأربعة المبينة في الشكل (12)، والمعادلات الآتية:

$$\vec{P}_1 \uparrow\uparrow \vec{P}_2 \begin{vmatrix} \vec{P}_1 \perp \vec{r} \\ \vec{P}_2 \perp \vec{r} \end{vmatrix} \quad \Rightarrow \quad U_{12} = U \equiv U_{\uparrow\uparrow};$$

$$\vec{P}_1 \uparrow\downarrow \vec{P}_2 \begin{vmatrix} \vec{P}_1 \perp \vec{r} \\ \vec{P}_2 \perp \vec{r} \end{vmatrix} \quad \Rightarrow \quad U_{12} = -U \equiv -U_{\uparrow\downarrow};$$

$$\vec{P}_1 \uparrow\uparrow \vec{P}_2 \begin{vmatrix} \vec{P}_1 \uparrow\uparrow \vec{r} \\ \vec{P}_2 \uparrow\uparrow \vec{r} \end{vmatrix} \quad \Rightarrow \quad U_{12} = -2U \equiv -2U_{\rightarrow\rightarrow};$$

$$\vec{P}_1 \uparrow\downarrow \vec{P}_2 \begin{vmatrix} \vec{P}_1 \uparrow\downarrow \vec{r} \\ \vec{P}_2 \uparrow\uparrow \vec{r} \end{vmatrix} \quad \Rightarrow \quad U_{12} = 2U \equiv 2U_{\leftrightarrow},$$

حيث $U = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^3}\vec{P}_1 \cdot \vec{P}_2$.

لنطبق مجموعة العلاقات الأخيرة في الفيزياء الذرية والنووية؛ فعلى سبيل المثال، يؤلف الديتيريوم جملة مكونة من بروتون ونترون. تكون هذه الجملة مستقرة، عندما يكون سبين البروتون $\vec{s}_p$ وسبين النترون $\vec{s}_n$ متوازيين، أي عندما $s_p + s_n = 1$. وتكون طاقة ارتباط الديتيريوم في هذه الحالة أصغر ما يمكن. ولذلك لا يوجد الديتيريوم في الطبيعة بشكل مستقر، عندما $\vec{s}_p \uparrow\downarrow \vec{s}_n$ ، أي عندما $s_p + s_n = 0$.

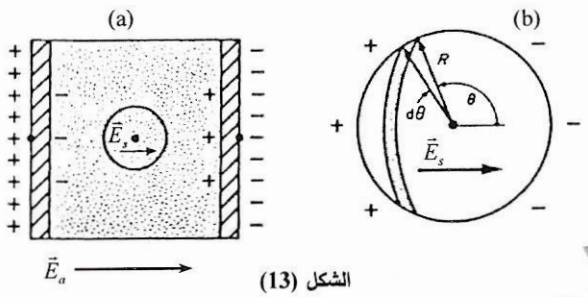
3- الحقل الكهربائي الموضعي داخل مادة مُكَثَّفَة The Electric Field within a Dense Material:

نأخذ مادة عازلة غير قطبية ومتماثلة الخواص موضوعة بين لوحي مكثفة في دارة كهربائية، كما في الشكل (13a).

لإيجاد عازلية هذه المادة عيَّن لورانتس كرة نصف قطرها R داخل لوحي المُكَثِّفَة. تتشكل شحنات كهربائية موجبة وأخرى سالبة على لوحي المُكَثِّفَة من جهة الخارج تحت تأثير الحقل الكهربائي المطبق $\vec{E}_a$. وتعمل الشحنات السطحية لكرة لورانتس على إنقاص شدة الحقل الكهربائي المطبق.

يكون الحقل **الموضعي** الواقع في الغازات ذات الكثافة المنخفضة مساوياً الحقل الكهربائي المطبق. غير أن هذه الحالة ليست محققة في المواد المُكَثَّفَة (المواد التي تتصف بكثافة عالية) لأنها تُبدي استقطاباً، لا سيما إذا كانت جزيئات الوسط تملك عزم ثنائي- قطب دائم. ولذلك سندرس مادة عازلة مُكَثَّفَة، لا تتصف جزيئاتها بعزم دائم. في هذه الحالة يكون الاستقطاب متوافقاً بالاتجاه مع الحقل الكهربائي المطبق الناتج عن فصل الشحنات داخل الجزيئات.

يتولد الحقل الموضعي في نقطة ما داخل المادة المتموضعة ضمن لوحي مُكَثِّفَة نتيجة توزع الشحنات عند السطوح الخارجية للمادة **أولاً، وثانياً** نتيجة **مساهمة عزوم ثنائيات- القطب الجزيئية** التي تُحيط بالنقطة، التي يُحسب عندها الحقل الموضعي.



الشكل (13)

تتعين المساهمة الأولى من كثافة الشحنات السطحية، أي من:

$$E_i = \sigma_s / \varepsilon_0 \,. \qquad (71)$$

ومن أجل تعيين المساهمة **الثانية، نتبع طريقة لورانتس** حيث نرسم كرة حول النقطة التي نريد تحديد الحقل عندها، ونعدُّ المادة داخل الكرة مكوّنة من جزيئات منفردة، وأن المادة خارج الكرة معتدلة كهربائياً، كما في الشكل (13b).

لقد رأينا سابقاً، أن عزوم ثنائيات- القطب الفردية داخل الكرة المرسومة تتناقص بسرعة مع $1/r^3$. ومن ثمَّ، يمكن إهمالها من أجل المسافات الكبيرة. إن سطح الكرة الوهمية يُبدي شحنة سطحية، تُحدَدُ بمتجهة الاستقطاب $\vec{P}$.

لإيجاد الحقل $\vec{E}_s$ داخل الكرة **نفرض** أن N عدد ثنائيات- القطب الجزيئية في وحدة الحجم من الكرة. في هذه الحالة، **يكون متوسط الاستقطاب** $\vec{P}_{av}$ مساوياً:

$$\vec{P}_{av} = \varepsilon_0 \alpha N \vec{E} \,. \qquad (72)$$

ومن جهة أخرى، لدينا:

$$\vec{P}_{av} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E} \,, \qquad (73)$$

حيث $\chi_e = (\varepsilon_r - 1)$ الطواعية (الحساسية) الكهربائية وهي مقدار ليس له واحدة قياس.

- وفي المواد العازلة المتجانسة والمتماثلة المناحي يكون الاستقطاب $\vec{P}$ موافقاً لاتجاه الحقل المطبق $\vec{E}$.
- أما في المواد المتباينة الخواص، فإن χ_e كمية تنسورية، أي تتغير قيمتها وفقاً للاتجاه.

ومن جهة أخرى، لا تكون العلاقة بين $\vec{P}$ و $\vec{E}$ خطية. إذاً:

$$\vec{P}_{mol} = \varepsilon_0 \, \alpha \, \vec{E} \,, \qquad (74)$$

حيث $\vec{P}_{mol}$ عزم ثنائي- القطب للجزيئ الواحد الذي يولّد حقلاً كهربائياً في نقطة ما يُعطى بالعلاقة التالية:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{3\left(\vec{P}_{mpl}\cdot\vec{r}\right)\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{P}_{moi}}{r^3}\right]. \qquad (75)$$

وقد وجد أن الحقل الوسطي $\vec{E}$ الناتج عن ثنائيات– القطب الجزيئية داخل الكرة يساوي الصفر. ومن ثمَّ، الحقول التي تُسهم في الحقل الموضعي $\vec{E}_{local}$ في مركز الكرة هي الحقل $\vec{E}_i$ الناتج عن الشحنات الموجودة على السطح الخارجي للوحي المُكثِفة، والحقل الناتج عن الاستقطاب، أي:

$$\vec{E}_{local} = \vec{E}_i + \frac{\vec{P}_{av}}{3\varepsilon_0}.$$

وتُبيّن هذه المعادلة أن المفاعيل المكانية، يمكن أن تُزيد الحقل بمقدار $\vec{P}_{av}/3\varepsilon_0$.

نحصل من العلاقتين (72) و (73) على علاقة كلاوزيوس– موسوتي *Clausius-Mosotti* الآتية:

$$\varepsilon_0\chi_e \equiv \varepsilon_0\varepsilon_r - \varepsilon_0 = \varepsilon_0\alpha N.$$
$$\varepsilon_r - 1 = \alpha N;$$
$$\varepsilon_r + 2 \cong 3;$$

ومن ثمَّ

$$\boxed{\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} = \frac{N\alpha}{3}}. \qquad (76)$$

4.2- كثافة تدفق الإنزياح الكهربائية Electric Displacement Flux Density:

غالباً ما تُعطى كثافة تدفق الإنزياح الكهربائية بالعلاقة التالية:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} \quad ; \quad \vec{P} = \varepsilon_0\chi_e\vec{E}. \qquad (77)$$

وبتعويض العلاقة (73) في العلاقة (77) نجد:

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \quad ; \quad \varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r. \qquad (78)$$

وتتحقق العلاقة (77) من أجل المواد العازلة الخطية. أما إذا كانت المواد العازلة غير خطية ومتباينة الخواص، فإن العازلية الكهربائية ε تكون كمية تنسورية.

5.2- قرينة الانكسار والعازلية النسبية Refractive Index and Relative Permittivity:

من المعلوم، أن قرينة الانكسار لوسط مادي ما هي خاصية ضوئية وتُعرّف بأنها نسبة سرعة الضوء c في الخلاء إلى سرعته υ في الوسط:

$$n = \frac{c}{\upsilon}. \qquad (79)$$

ومن جهة أخرى، تُعرّف العازلية الكهربائية النسبية، بأنها نسبة شدة الحقل الكهربائي في وسط ما إلى شدة هذا الحقل في الفراغ المحيط بالوسط المدروس:

$$\varepsilon_r = \frac{\left(\vec{E} + \vec{P}/\varepsilon_0\right)}{\vec{E}}. \qquad (80)$$

لتحديد العلاقة بين n و ε_r نوجد المعادلة الموجية للحقل $\vec{E}$ من معادلات مكسويل (52) و (53) من أجل وسط عازل $\rho_f = 0$ و $J_f = 0$:

$$\nabla^2\vec{E} - \frac{\varepsilon_r}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0.$$

وبمقارنة المعادلة الأخيرة مع المعادلة

$$\nabla^2\vec{E}-\frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0\,.$$

نجد أنَّ:

$$\frac{1}{\upsilon^2}=\frac{\varepsilon_r}{c^2}\quad\Rightarrow\quad \varepsilon_r=\frac{c^2}{\upsilon^2}=n^2\,. \tag{81}$$

تدعى هذه العلاقة بعلاقة مكسويل.

6.2- متعددات الأقطاب المغنطيسية Magnetic Multipole:

سندرس هنا متعددات الأقطاب المغنطيسية انطلاقاً من تعيين الكمون المتجه $\vec{A}(\vec{r})$ المتولد عن التيار المستمر:

$$\vec{A}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\frac{\vec{J}(\vec{r}')dV'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\,. \tag{82}$$

من أجل $\vec{r}>>\vec{r}'$، يمكننا نشر التابع: $f(\vec{r},\vec{r}')=\dfrac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$ حسب سلسلة تايلور (56)، فنجد:

$$f(\vec{r},\vec{r}')=\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}=\frac{1}{r}-(\vec{r}'\cdot\vec{\nabla})\frac{1}{r}+\frac{1}{2}(\vec{r}'\cdot\vec{\nabla})^2\frac{1}{r}-.....$$

$$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}=\frac{1}{r}-\vec{r}'\frac{\partial}{\partial r}\frac{1}{r}+\frac{1}{2}\left(\vec{r}'\cdot\frac{\partial}{\partial r}\right)\left(\vec{r}'\cdot\frac{\partial}{\partial r}\right)\frac{1}{r}-..... \tag{83}$$

وبتعويض العلاقة (83) في علاقة الكمون المتجه (82) وترتيبها من جديد نجد:

$$\vec{A}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\frac{\vec{J}(\vec{r}')dV'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\left[\frac{1}{r}-\vec{r}'\frac{\partial}{\partial r}\frac{1}{r}+\frac{1}{2}\left(\vec{r}'\cdot\frac{\partial}{\partial r}\right)\left(\vec{r}'\cdot\frac{\partial}{\partial r}\right)\frac{1}{r}-....\right]\vec{J}(\vec{r}')dV'$$

ومن ثمَّ

$$\vec{A}(\vec{r})=\vec{A}^{(0)}(\vec{r})+\vec{A}^{(1)}(\vec{r})+\vec{A}^{(2)}(\vec{r})+..... \tag{84}$$

يدعى **الحد الأول** أحادي– القطب المغنطيسي وعند إجراء التكامل فإنه يساوي الصفر، وبالتالي، لا يوجد أحادي– قطب مغنطيسي في الطبيعة:

$$\vec{A}^{(0)}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\frac{\vec{J}(\vec{r}')dV'}{r}=0\,.$$

ويُعبّر **الحد الثاني** عن ثنائي القطي المغنطيسي **والحد الثالث** عن رباعي الأقطاب المغنطيسي. وبعد إجراء عملية التكامل، نجد أن الحد **الثاني** الذي يُمثل بالكمون المتجه $\vec{A}^{(1)}(\vec{r})$ الناتج عن ثنائي القطب المغنطيسي يساوي:

$$\boxed{\vec{A}^{(1)}(\vec{r})=-\frac{\mu_0}{4\pi}\left(\vec{\mu}\wedge\vec{\nabla}\frac{1}{r}\right),} \tag{85}$$

حيث $\vec{\mu}$ عزم ثنائي القطب المغنطيسي، ويُعطى بالعلاقة التالية:

$$\vec{\mu}=\int_{V'}\frac{1}{2}\left[\vec{r}'\wedge\vec{J}(\vec{r}')\right]dV'\,. \tag{86}$$

ويمكن إيجاد حقل التحريض المغنطيسي المتولد عن ثنائي القطب بالشكل الآتي:

$$\vec{B}(\vec{r})=\vec{\nabla}\wedge\vec{A}=\frac{\mu_0}{4\pi}\vec{\nabla}\wedge\left(\vec{\nabla}\frac{1}{r}\wedge\vec{\mu}\right). \tag{87}$$

وباستخدام المتطابقات نجد:

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3(\vec{\mu}\cdot\vec{r})\vec{r}}{r^5}-\frac{\vec{\mu}}{r^3}\right].} \quad (88)$$

من الناحية الذرية كل جسيم يملك سبيناً يتمتع بعزم مغنطيسي، فالعزم المغنطيسي $\vec{\mu}_l$ الناتج عن الحركة الدورانية للإلكترون حول النواة، والعزم المغنطيسي $\vec{\mu}_s$ الناتج عن الحركية السبينية يُعطيان بالعلاقتين:

$$\vec{\mu}_l=\frac{1}{\hbar}g_l\mu_B\vec{l} \quad ; \quad \vec{\mu}_s=\frac{1}{\hbar}g_s\mu_B\vec{s}\,. \quad (89)$$

حيث $g_l=1$ و $g_s=2$ العاملان المداري والسبيني على الترتيب و $\mu_B=e\hbar/2m=9.27\times10^{-24}\,\mathrm{A\cdot m^2}$ مغناطون بور. وهذه الحقيقة تُطبق على النوى التي تملك سبيناً.

7.2- التمغنط والمواد المغنطيسية Magnetization and Magnetic Material:

تُعرّف متجهة التمغنط $\vec{M}$ بأنها عزوم ثنائيات القطب– المغناطيسية $\vec{\mu}$ في وحدة الحجم:

$$\vec{M}=\int_V\vec{\mu}\,dV\,. \quad (90)$$

يتألف التيار الكلي في وسط مادي مغنطيسي من مجموع كثافات التيارات الآتية:

- كثافة تيار الناقلية للشحنة الحرة $\vec{J}_f$،
- وكثافة تيار الاستقطاب الكهربائي للشحنات المرتبطة $\vec{J}_b$،
- وكثافة تيار التمغنط الذري $\vec{J}_a$:

$$\vec{J}_t=\vec{J}_f+\vec{J}_b+\vec{J}_a\,; \quad (91)$$

حيث:

$$\vec{J}_a=\mathrm{rot}\,\vec{M}\,. \quad (92)$$

- يدعى المقدار $\vec{J}_a$ **معدل تيار التمغنط** وهو ناتج عن إعادة توزع التيارات عند تطبيق الحقل المغنطيسي على المادة المدروسة.

ومن جهة ثانية، يمكن أن نجد من العلاقة (86) ما يلي:

$$\vec{\mu}=\frac{1}{2}\int_V\left(\vec{r}\wedge\vec{J}\right)dV=\frac{1}{2}\int_V\left(\vec{r}\wedge\mathrm{rot}\,\vec{M}\right)dV\,,$$

وبعد إدخال تيار التمغنط تصبح معادلات مكسويل من الشكل:

$$\left.\begin{aligned}
&\vec{\nabla}\wedge\vec{B}=\mu_0\left(\vec{J}_f+\vec{J}_b+\vec{J}_a\right)+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\,.\\
&\vec{\nabla}\wedge\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\,;\\
&\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=\frac{\rho_f+\rho_b}{\varepsilon_0}\,;\\
&\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0\,;
\end{aligned}\right\} \quad (93)$$

وبالتعويض عن كثافتي تيار الشحنات المقيدة $\vec{J}_b=\partial\vec{P}/\partial t$ وتيار التمغنط $\vec{J}_a=\mathrm{rot}\,\vec{M}$ في معادلة مكسويل الأولى نجد، أن:

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{B}=\mu_0\vec{J}_f+\mu_0\mathrm{rot}\vec{M}+\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\left(\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}\right);\quad\Rightarrow$$

$$\vec{\nabla}\wedge\left(\vec{B}-\mu_0\vec{M}\right)=\mu_0\left(\vec{J}_f+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)\quad\Rightarrow\quad\vec{\nabla}\wedge\left(\frac{\vec{B}-\mu_0\vec{M}}{\mu_0}\right)=\vec{J}_f+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}.\qquad(94)$$

من جهةٍ أخرى، تُعرّف متجهة الحقل المغنطيسي بالعلاقة التالية:

$$\boxed{\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}}.\qquad(95)$$

حيث ترتبط متجهة التمغنط $\vec{M}$ مع الطواعية المغنطيسية، χ_m ، بعلاقة من الشكل:

$$\vec{M}=\frac{\chi_m\vec{B}}{(1+\chi_m)\mu_0}.\qquad(96)$$

وبالتعويض عن العلاقة الأخيرة (96) في العلاقة (95) نحصل على العلاقة الآتية:

$$\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\frac{\chi_m\vec{B}}{(1+\chi_m)\mu_0}=\frac{\mu_r\vec{B}}{\mu_r\mu_0}-\frac{(\mu_r-1)\vec{B}}{\mu_r\mu_0}=\frac{\mu_r\vec{B}-\mu_r\vec{B}+\vec{B}}{\mu}$$

حيث:

$$\mu_r=1+\chi_m\qquad\text{و}\qquad\mu=\mu_0\mu_r.\qquad(98)$$

ومن ثمَّ

$$\boxed{\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu}},\qquad(97)$$

تتحقق المعادلة (97) في المواد المغنطيسية الخطية، بينما تتحقق المعادلة (95) في الحالة العامة.

- إذا كانت $\mu_r=1$ ، فإن $\chi_m=0$ والوسط المدروس فراغ (خلاء).
- إذا كانت $\mu_r<1$ ، فإن $\chi_m<0$ ويوصف الوسط المدروس بأنه مادة دايامغنطيسية *Diamagnetic* (عكسية المغنطة).
- إذا كانت $\mu_r>1$ ، فإن $\chi_m>0$ ويوصف الوسط المدروس بأنه مادة بارامغنطيسية *Paramagnetic* (طردية المغنطة).
- إذا كانت $\mu_r>>1$ ، فإن $\chi_m>1$ ويوصف الوسط المدروس بأنه مادة حديدية المغنطة *Ferromagnetic*.

8.2- المواد القطبية والأنتروبية:

وجدنا أنَّ المواد التي جزيئاتها تمتلك عزوم ثنائيات– قطب كهربائية دائمة تدعى بالمواد القطبية. وهذا يعني، أنه بالنسبة للمواد القطبية يوجد فصلٌ دائمٌ للشحنات الكهربائية داخل الجزيئة. وعند تطبيق حقل كهربائي على مادة عازلة متماثلة الخواص، فإن أنتروبيتها إمَّا أن تزداد وإمَّا أن تنقص.

وبدراسة أنتروبية المادة العازلة بعد تطبيق حقل كهربائي عليها نحصل على درجة انتظام عزوم ثنائيات– القطب الكهربائية مع الحقل المطبق. فإذا أدى تطبيق الحقل الكهربائي إلى زيادة الأنتروبية، فهذا يوافق انخفاض درجة انتظام ثنائيات– القطب داخل المادة العازلة، والعكس بالعكس.

إن حساب قيمة الحقل الكهربائي داخل المادة القطبية معقد جداً، حتى في المواد المتماثلة الخواص كالغازات والسوائل. ولكن يمكننا الحصول على معلومات مفيدة حول هذه المواد استناداً لمعادلة مصونية الطاقة الكهرطيسية، وبعض المفاهيم الأولية في الترموديناميك (دراسة الأنتروبية).

1.8.2- الطاقة الكهرطيسية في المادة العازلة The Electromagnetic Power in Dielectric:

تُعطى معادلات مكسويل في المواد العازلة المتماثلة الخواص بالعلاقات التالية:

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{H}=\vec{J}_f+\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{E}+\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}\right); \tag{99}$$

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{E}=-\mu_0\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}; \tag{100}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{E}+\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}\right)=\frac{\rho}{\varepsilon_0}; \tag{101}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{H}=0; \tag{102}$$

نضرب المعادلة (99) سلمياً بالحقل $\vec{E}$ من جهة اليسار، فنجد:

$$\vec{E}\cdot\left(\vec{\nabla}\wedge\vec{H}\right)=\vec{E}\cdot\vec{J}_f+\varepsilon_0\vec{E}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{E}+\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}\right), \tag{103}$$

ثم نضرب المعادلة (100) سلمياً بالحقل $\vec{H}$ من جهة اليسار أيضاً، فنجد:

$$\vec{H}\cdot\left(\vec{\nabla}\wedge\vec{E}\right)=-\mu_0\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}. \tag{104}$$

نطرح العلاقة (104) من (103)، فنجد:

$$\vec{E}\cdot\left(\vec{\nabla}\wedge\vec{H}\right)-\vec{H}\cdot\left(\vec{\nabla}\wedge\vec{E}\right)=\vec{E}\cdot\vec{J}_f+\varepsilon_0\vec{E}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{E}+\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}\right)+\mu_0\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}. \tag{105}$$

وبإدخال علاقة السماحية النسبية، التي تُعطى بالعلاقة:

$$\varepsilon_r=\frac{\vec{E}+\vec{P}/\varepsilon_0}{\vec{E}}\quad;\quad\varepsilon_r\vec{E}=\vec{E}+\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}. \tag{106}$$

نحصل على الشكل الآتي للعلاقة الأخيرة:

$$\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{E}\wedge\vec{H}\right)=\vec{E}\cdot\vec{J}_f+\varepsilon_0\vec{E}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\left(\varepsilon_r\vec{E}\right)+\mu_0\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}. \tag{107}$$

يُعبّر كل حد من حدود المعادلة (107) عن معدل جريان الطاقة في وحدة الحجم من المادة. فمثلاً، يُعبّر الحد التالي:

$$\varepsilon_0\vec{E}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\left(\varepsilon_r\vec{E}\right) \tag{108}$$

عن معدّل تغير الطاقة في وحدة الحجم بسبب التغير اللامتناهي $d\vec{E}$ في الحقل الكهربائي.

لنوجد الآن أنتروبية المادة $d\varphi$ الناتجة عن تغيرات الحقل الكهربائي $\vec{E}$ ودرجة الحرارة T، والتي تُعطى بالعلاقة التالية:

$$d\varphi=\frac{dQ}{T}, \tag{109}$$

حيث، dQ كمية الحرارة المقدمة للوسط عند درجة الحرارة T.

وليكن dU تغير الطاقة الداخلية للوسط المادي في وحدة الحجم والناتج عن تغير البارامترات $\vec{E}$ و T. وبالتالي، يتطلب مبدأ مصونية طاقة الجملة أن تتحقق العلاقة التالية:

$$dU=dQ+\varepsilon_0\vec{E}\cdot d\left(\varepsilon_r\vec{E}\right)=dQ+\varepsilon_0\vec{E}\cdot\left(\varepsilon_r d\vec{E}+\vec{E}\,d\varepsilon_r\right). \tag{110}$$

ومن ثمّ

$$dU=dQ+E^2\varepsilon_0 d\varepsilon_r+\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r d\left(E^2\right). \tag{111}$$

نستنتج من هذه العلاقة، أن طاقة المادة تابعة للمتحولين E^2 و T: $U=U\left(E^2,T\right)$

$$\therefore dU=\frac{\partial U}{\partial\left(E^2\right)}d\left(E^2\right)+\frac{\partial U}{\partial T}dT\,. \tag{112}$$

وبالتعويض عن dU بقيمتها من العلاقة (112) في العلاقة (111)، $d\varphi=dQ/T$، نحصل على علاقة dQ الآتية:

$$dQ=\frac{\partial U}{\partial\left(E^2\right)}d\left(E^2\right)+\frac{\partial U}{\partial T}dT-E^2\varepsilon_0\frac{d\varepsilon_r}{dT}dT-\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{2}d\left(E^2\right)\,. \tag{113}$$

ومن ثمَّ نعوض عن العلاقة (113) في العلاقة (109)، فنحصل على علاقة تغير الأنتروبية الآتية:

$$d\varphi=\left(\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial T}dT-\frac{E^2\varepsilon_0}{T}\frac{d\varepsilon_r}{dT}\right)dT+\left(\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial\left(E^2\right)}-\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{2T}\right)d\left(E^2\right). \tag{114}$$

نستنتج من العلاقة الأخيرة، أن تغير الأنتروبية يتعلق بالمقدارين E^2 و T أيضاً، بحيث يمكننا أن نكتب:

$$\varphi=\varphi\left(E^2,T\right); \tag{115}$$

$$\therefore d\varphi=\frac{\partial\varphi}{\partial\left(E^2\right)}d\left(E^2\right)+\frac{\partial\varphi}{\partial T}dT\,. \tag{116}$$

ومن جهة أخرى، نعلم من منهاج الرياضيات العامة، أن:

$$\frac{\partial}{\partial\left(E^2\right)}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial T}\right)=\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\left(E^2\right)}\right)\,. \tag{117}$$

لنوجد الآن كلاً من $\frac{\partial\varphi}{\partial T}$ و $\frac{\partial\varphi}{\partial\left(E^2\right)}$ من مقارنة العلاقتين (114) و (116)، ثم نعوض في العلاقة (117)، فنحصل على العلاقة الآتية:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\left(E^2\right)}=\frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{d\varepsilon_r}{dt}\quad\text{or}\quad\partial\varphi=\frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{d\varepsilon_r}{dt}\partial\left(E^2\right). \tag{118}$$

وتُعطي المكاملة الجزئية بالنسبة للمقدار E^2 عبارة الأنتروبية بصيغتها النهائية التالية:

$$\boxed{\varphi=\frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{d\varepsilon_r}{dT}\left(E^2\right)+\varphi_0\left(T\right).} \tag{119}$$

حيث $\varphi_0(T)$ أنتروبية المادة المرتبطة بدرجة الحرارة فقط.

- نستنتج من العلاقة الأخيرة (119)، أن تطبيق الحقل الكهربائي على المادة العازلة يؤدي إلى زيادة أنتروبيتها أو نقصانها، تبعاً لإشارة المقدار $d\varepsilon_r/dT$.
- فإذا كان $d\varepsilon_r/dT$ موجباً، فإن تطبيق الحقل الكهربائي يؤدي إلى زيادة الأنتروبية، ومن ثمَّ نقصان درجة انتظام ثنائيات- القطب الكهربائي داخل المادة العازلة.
- أما عندما $d\varepsilon_r/dT$ سالباً، فإن تطبيق الحقل يؤدي لنقصان الأنتروبية، ومن ثمَّ زيادة درجة انتظام ثنائيات- القطب الكهربائي داخل المادة العازلة.

وعندما تتحول المادة من الحالة الصلبة إلى الحالة السائلة أو الغازية، فإن إشارة المقدار $d\varepsilon_r/dT$ تتغير:

- إذْ نتوقع أن يكون المقدار $d\varepsilon_r/dT$ موجباً في **الأجسام الصلبة** عند تطبيق الحقل الكهربائي، لأن العزوم في بنيتها البلّورية تكون مرتبة ومنتظمة إلى حدٍ كبير قبل تطبيقه.

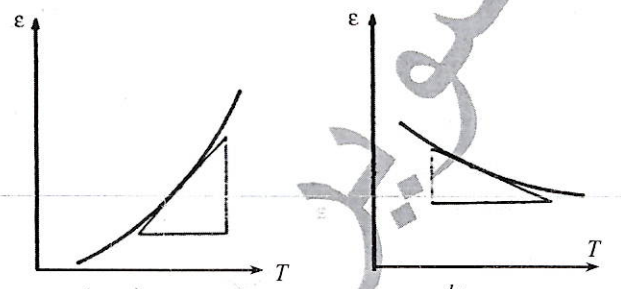
- أما في **السوائل والغازات**، فنتوقع العكس، حيث لا تكون العزوم منتظمة قبل تطبيق الحقل الكهربائي. وقد لوحظ تجريبياً، أن درجة الانتظام تزداد بعد تطبيق الحقول الكهربائي، مما يُشير إلى أن إشارة $d\varepsilon_r / dT$ سالبة. ويمكننا تفسير هذه النتيجة بالشكل الآتي:

- في المواد القطبية يُسيطر الاستقطاب الموجّه $\vec{P}$ لثنائيات– القطب الكهربائي، حيث نفترض أنَّ الحقل المطبق ساكنٌ أو متغيرٌ بتردد منخفض. وهذا يعني أن الحركة الجزيئية تواكب الحقل. ويوجد هنا عاملي تأثير متعاكسين، تأثير الحقل المطبق وتأثير درجة الحرارة:

→ إذْ يميل الحقل الكهربائي المطبق إلى جذبْ الجزيئات باتجاهه، ومن ثمَّ زيادة قيم كلٍ من الاستقطاب $\vec{P}$ والسماحية النسبية ε_r،

→ في حين تميل درجة الحرارة إلى تحطيم عملية التوجيه.

- أمّا في المواد السائلة والغازية فيجب أن تنخفض قيم ε_r مع ارتفاع درجة الحرارة، مما يعني أن إشارة المقدار $d\varepsilon_r / dT$ تُصبح سالبة. ولكن هذه الحالة تكون مختلفة في الأجسام الصلبة، حيث تحتل الجزيئات فيها مواقع ثابتة، وتهتز حول هذه المواقع بطاقات حرارية (اهتزازات الشبكة البلورية)؛ إذْ يؤدي ارتفاع درجة حرارة



(a) صلب طبيعي $\frac{d\varepsilon_r}{dT}$ موجب (b) سائل أو غاز $\frac{d\varepsilon_r}{dT}$ سالب

الشكل (12)

الجسم الصلب إلى زيادة درجة حُريّة الجزيئات ومن ثمَّ، توجيهها باتجاه الحقل، وانسجاماً مع ذلك، ينبغي أن تزداد ε_r مع ارتفاع درجة الحرارة، وتصبح إشارة المقدار $d\varepsilon_r / dT$ موجبة. والشكل (12) يبّين هذه النتائج بالنسبة للأجسام الصلبة والسائلة والغازية.

لا نستطيع القول دائماً أن المواد التي من أجلها $\frac{d\varepsilon_r}{dT} > 0$ هي مواد صلبة، وتلك التي من أجلها $\frac{d\varepsilon_r}{dT} < 0$ هي مواد سائلة. في بعض المواد تأخذ جزيئاتها أشكالاً كروية أو أسطوانية، وبالتالي، تكتسب هذه الجزيئات درجة حرية دورانية، قبل أن تكتسب درجة حرية انتقالية وتصبح المادة سائلة. ومن أجل هذه المواد يكون $d\varepsilon_r / dT$ سالباً. ويبين الجدول التالي بعضاً من هذه المواد:

المادة	شكل الجزيئة	درجة حرارة الانتقال، °C	درجة حرارة الانصهار، °C
$C_{17}H_{35}CO_2H_5$	أسطوانية	+23	+34
HCl	كروية	-174	-111
$C_{10}H_{16}O$	كروية	-35	+180

2.8.2- المواد الفيروكهربائية والفيرومغناطيسية The Ferroelectric and Ferromagnetic Materials:

تتميز هذه المواد باستقطابٍ مُستحثٍّ (مُتحرّضٍ) دائم، عندما تكون تحت تأثير درجة حرارة حرجة تدعى بدرجة **حرارة كوري** T_c؛ فعند درجة حرارة كوري يتم الانتقال من الحالة المنتظمة إلى الحالة غير المنتظمة؛ إذْ تُستهلك الطاقة الحرارية على الحركة العشوائية لاتجاهات ثنائيات الأقطاب الجزيئية (الكهربائية أو المغنطيسية).

تقوم بعض النظريات البسيطة بوصف المواد الفيروكهربائية والفيرومغنطيسية وتفسير سلوكها بوساطة الحقل الموضعي، الذي قُمنا بدراسته بشكل مفصل في الفقرة 3:

$$\vec{B}_{local} = \vec{B} + \beta\vec{M} \quad \& \quad \vec{E}_{local} = \vec{E} + \beta\vec{P} \,, \tag{120}$$

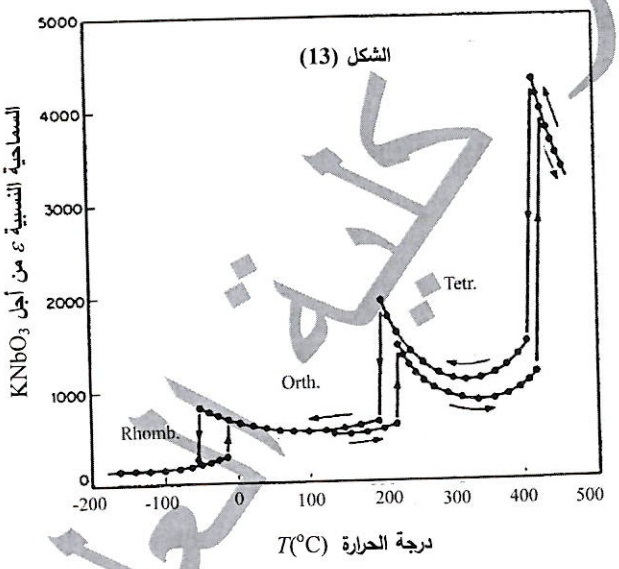
حيث $\vec{P}$ و $\vec{M}$ متجهتا الاستقطاب الكهربائي والتمغنط المغنطيسي في وحدة الحجم على الترتيب و β ثابت يصف مساهمة ثنائيات الأقطاب المجاورة للحقل الموضعي.

وكما هو معلوم، تصف علاقة **كيوري– وايس** *Curie-Weiss* سلوك هذه المواد في درجات الحرارة الأعلى من درجة حرارة كوري. تبين علاقة **كيوري– وايس** تابعية الطواعية الكهربائية لدرجة الحرارة:

$$\chi = \left.\frac{C}{T - T_c}\right|_{T>T_c} ; \quad \chi = \varepsilon_r - 1 \,, \tag{121}$$

حيث C ثابت.

يبين الشكل (13) تغيرات النسبة البلورية (المتمثلة في تغيرات العازلية النسبية مع تغير درجة الحرارة) للمادة الفيروكهربائية $KNbO_3$ التي تتواجد عند درجات حرارة انتقال الأطوار البلورية.



وبإتباع الطريقة السابقة من أجل وسط عازل تام، نحصل على المعادلة الموجية للحقل الكهربائي $\vec{E}$ من أجل الشروط الجديدة (وسط عازل غير كاملٍ):

$$\nabla^2\vec{E} = \mu_0\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}. \tag{135}$$

نبدل (125) في العلاقة الأخيرة، فنجد:

$$\begin{aligned} &k^2 = \mu_0\varepsilon\omega^2 - i\mu_0\sigma\omega\,; \\ &k^2 = \mu_0\varepsilon\omega^2\left(1-\frac{i\sigma}{\varepsilon\omega}\right) = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_r\left(1-\frac{i\sigma}{\varepsilon\omega}\right) = k_0^2\left(\varepsilon_r - \frac{i\sigma}{\varepsilon_0\omega}\right); \\ &k = \sqrt{\mu_0\varepsilon}\,\omega\left(1-\frac{i\sigma}{\varepsilon\omega}\right)^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \tag{136}$$

حيث $\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$.

ويمكن أن نحصل على قرينة انكسار الوسط العازل غير الكامل من العلاقة (136) بالشكل الآتي:

$$\boxed{n = \frac{k}{k_0} = \left(\varepsilon_r - \frac{i\sigma}{\varepsilon_0\omega}\right)^{\frac{1}{2}} = n_r - in_i\,.} \tag{137}$$

حيث أن n_r قرينة الانكسار الحقيقية، و n_i مقدار يتعلق بامتصاص الوسط العازل المدروس ويعبّر عن قدرته على إضعاف طاقة الموجة نسميه اختصاراً بعامل التوهين.

وبما أن σ صغيرة جداً، فإن $\frac{\sigma}{\varepsilon\,\omega} << 1$، ومن ثمَّ يمكننا نشر المقدار $\left(1-\frac{i\sigma}{\varepsilon\omega}\right)^{1/2}$ في العلاقة الأخيرة من جملة العلاقات (136) والحصول على المساواة الآتية:

$$\boxed{k = \sqrt{\mu_0\varepsilon}\,\omega\left(1-\frac{i\sigma}{2\varepsilon\omega}\right).} \tag{138}$$

نلاحظ هنا، أن المقدار k عقدي، أي يمكن كتابته بالشكل التالي:

$$k = k_r - ik_i \quad \Rightarrow \quad k^2 = k_r^2 - k_i^2 - 2i\,k_rk_i\,. \tag{139}$$

نقارن العلاقة الأولى من (137) مع (139)، فنجد:

$$\boxed{k_r^2 - k_i^2 = \mu_0\varepsilon\omega^2; \qquad 2k_rk_i = \mu_0\sigma\omega.} \tag{140}$$

وبحل جملة المعادلتين (140)، نحصل على القسمين الحقيقي والتخيلي للعدد الموجي k:

$$\left.\begin{aligned} k_i &= \omega\sqrt{\frac{1}{2}\varepsilon\mu_0}\sqrt{\sqrt{\left(1+\frac{\sigma^2}{\omega^2\varepsilon^2}\right)}-1}\,; \\ k_r &= \omega\sqrt{\frac{1}{2}\varepsilon\mu_0}\sqrt{\sqrt{\left(1+\frac{\sigma^2}{\omega^2\varepsilon^2}\right)}+1}\,. \end{aligned}\right\} \tag{141}$$

وبما أن $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} << 1$، نجد أنَّ k_i و k_r تساوي:

$$k_i = \omega\sqrt{\frac{1}{2}\varepsilon\mu_0}\sqrt{1+\frac{\sigma^2}{2\omega^2\varepsilon^2}-1} = \omega\sqrt{\frac{1}{2}\varepsilon\mu_0}\sqrt{\frac{\sigma^2}{2\omega^2\varepsilon^2}}\,;$$

$$\therefore k_i = \omega\sqrt{\frac{1}{2}\varepsilon\mu_0}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{Q};$$

حيث $Q = \varepsilon\omega/\sigma$ عامل جودة الوسط المدروس.

$$k_r = \omega\sqrt{\frac{1}{2}\varepsilon\mu_0}\sqrt{2+\frac{\sigma^2}{2\omega^2\varepsilon^2}} = \omega\sqrt{\varepsilon\mu_0}\sqrt{\left(1+\frac{\sigma^2}{4\omega^2\varepsilon^2}\right)} = \omega\sqrt{\varepsilon\mu_0}\left(1+\frac{1}{8}\frac{\sigma^2}{\omega^2\varepsilon^2}\right).$$

ومن ثمَّ

$$k_r = \omega\sqrt{\varepsilon\mu_0}\left(1+\frac{1}{8}\frac{1}{Q^2}\right). \qquad (142)$$

يُعرّف عامل جودة الوسط المادي، Q، بأنه نسبة تيار الإزاحة إلى تيار الناقلية:

$$Q = \frac{\left|\partial\vec{D}/\partial t\right|}{\left|\vec{J}\right|} = \frac{\varepsilon\omega}{\sigma}. \qquad (143)$$

ومن جهة أخرى، يُعبّر عن عامل جودة الوسط بأنه نسبة كثافة الطاقة الكهربائية إلى كثافة الطاقة المغنطيسية:

$$Q = \frac{\frac{1}{2}\varepsilon E_0^2}{\frac{1}{2}\mu_0 H_0^2} = \frac{\varepsilon\omega}{\sigma}. \qquad (144)$$

وبما أن σ صغيرة جداً في المواد العازلة، فإن النسبة $\vec{J}/\sigma$ تكون كبيرة، أي $\vec{E}/\vec{J} = 1/\sigma >> 1$. ومن ثمَّ، يكون الحقل الكهربائي $\vec{E}$ شديداً. في حين أن قيمة كثافة التيار $\vec{J}$ ، ومن ثمَّ $\vec{H}$ تكون صغيرة.

مركز تحرير كلية العلوم

مكتبة

مكتبة A TO Z

فرع 1
تجمع الكليات(كلية العلوم)

فرع 2
الكورنيش الشرقي جانب MTN

طباعة محاضرات ـ قرطاسية

Mob:0931 497 960