كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : كهرباء ومغناطيسية١

المحاضرة : السابعة /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

التيار الكهربائي المستمر

Direct Electric current

• مقدمة :

عندما نضع ناقلاً لحمل كهربائي تنتقل الشحنات الموجبة والسالبة تحت تأثير هذا الحقل، ويحدث هذا الحقل حركة مستمرة لهذه الشحنات، حيث تتحرك الشحنات الكهربائية الموجبة من النقاط ذات الكمون المرتفع إلى النقاط ذات الكمون المنخفض، بينما تتحرك الشحنات السالبة بالعكس. نسمي الوسط الذي تجري فيه هذه الشحنات الكهربائية بالوسط الناقل، كما نسمي الشحنات الكهربائية المتحركة بحاملات الشحنة الكهربائية.

و تشمل مايلي :

- الالكترونات التي تتحرك في الجامدات ونعني بها الالكترونات الحرة.
- الشوارد الموجبة والشوارد السالبة التي تتحرك في الغازات المتأينة والمحاليل الكهربائية

• تقسم المواد بحسب الوسط الناقل وحاملات الشحنة الكهربائية إلى ثلاثة أنواع :

النوع الأول: المواد ذات الناقلية الكهربائية الجيدة، كالفلزات والجامدات، وتتحرك فيها الالكترونات الحرة بسهولة داخل هذه المواد من مكان إلى آخر، وهي شبيهة بحركة جزيئات الغاز، لكن الفرق بين حركة الالكترونات الحرة في الناقل وحركة جزيئات الغاز أن حركة الالكترونات في الناقل تابعة لشدة الحقل، أما الغاز تكون مستقلة عن الحقل فحركة الالكترونات الحرة في الناقل تكون عشوائية قبل تطبيق أي حقل كهربائي.

النوع الثاني: مواد نصف ناقلة كالسيليكون (Si) والجرمانيوم (Ge) وتكون فيها الالكترونات مقيدة في درجات الحرارة المنخفضة ولكن عندما ترتفع درجات الحرارة وتتطلق قسم من هذه الالكترونات الحرة، وتساهم في الناقلية الكهربائية إذاً

الالكترونات تفقد طاقة تحررها من طاقة الحرارية. فالمواد توصف بالناقلة تزداد ناقليتها الكهربائية عند الدرجات المرتفعة نتيجة الحرارة، بينما تكون عازلة عند الدرجات المنخفضة وهذا يعطيها أهمية كبيرة في إصناعة خاصة في مجال الالكترونيات والكمبيوتر.

النوع الثالث:

مواد عازلة كهربائياً حيث أن جميع الالكترونات ذرات تكون مقيدة أي طاقة ارتباط الالكترونات بالنواة تكون كبيرة جداً ولا يمكن لهذه الالكترونات أن تتحرر حتى بوجود حقل كهربائي إلا أنه من الممكن أن تستقطب هذا يعني أنها تكتسب عزوماً كهربائية ناجمة عن ثنائيات الاقطاب الكهربائية تؤدي إلى ما يسمى كهرباء الاستقطابية أو فيرو كهربائية كما هو الحال في المواد المغناطيسية ما يعرف بالمواد الفيرومغناطيسية الحديدية التي سوف ندرسها عند دراسة الحقل.

- التيار الكهربائي: Electric current

كما رأينا سابقاً، إذا تم تطبيق حقل كهربائي على ناقل معدني فإن حاملات الشحنة (الالكترونات مثلاً) تقوم بحركة منتظمة على طول الناقل حيث أن الشحنات السالبة تتحرك بعكس جهة الحقل الكهربائي.

هذه الحركة المنتظمة للشحنات تسمى بالتيار الكهربائي، وسوف نستخدم الرمز i لشدة التيار الكهربائي على الكمية السلمية التي تساوي الشحنة التي تجتاز سطح مقطع الناقل المذكور ولتكن dq في واحدة الزمن dt أي أن:

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad (1-7)$$

حيث: i: شدة التيار بالأمبير (A).

أما في أذهان النواقل والمحاليل المائية القابلة للشرد فإن التيار الكهربائي ينتج عن حركة الشحنات الموجبة والسالبة وعملية نقل شحنة موجبة في اتجاه معين يكافئ عملية نقل شحنة سالبة في الاتجاه المعاكس.

فإذا تمت حركة الشحنات الموجبة والسالبة في الناقل وخلال زمن قدره dt حيث نرمز للشحنات الموجبة في الناقل المذكور dq^+ والشحنات السالبة dq^- في الاتجاه المعاكس dq^+ يكون لدينا:

$$i = \frac{dq^+}{dt} + \frac{dq^-}{dt} \quad (2-7)$$

حيث dq^-: القيمة المطلقة للشحنات السالبة.

إن اتجاه التيار الكهربائي يكون موجباً حيث تتجه الشحنات الموجبة. إن كامل الشحنة أيضاً دوراً في الحركة الحرارية الجزيئية، وبالتالي تتحرك بالسرعة $\vec{u}$ في غياب الحقل وفي هذه الحالة تكون كمية الشحنات التي تعبر سطح الناقل متساوية بالقيمة المطلقة ومختلفة بالإشارة. أي أن شدة التيار المعرفة بالعلاقة (7-1) تساوي الصفر بسبب الحركة العشوائية لجوامل الشحنة. أما عند تطبيق حقل كهربائي على هذه الحركة العشوائية ذات السرعة $\vec{u}$ فتبدأ لدينا حركة منتظمة بسرعة $\vec{v}$ وبالتالي تصبح سرعة حوامل الشحنة هي $\vec{v} + \vec{u}$ حيث أن القيمة المتوسطة لـ $\vec{u}$ تساوي الصفر. إذن السرعة المتوسطة لحوامل الشحنة بعد تطبيق الحقل الكهربائي على الناقل تصبح:

$$\overrightarrow{\vec{v} + \vec{u}} = \overrightarrow{\vec{v}} + \overrightarrow{\vec{u}} = \vec{v} \quad (3-7)$$

- كثافة التيار الكهربائي: current Density

من الممكن التعبير عن التيار الكهربائي من خلال سطح مقطع الناقل الذي يجتاز هذا التيار بشكل غير متجانس، لذلك نستخدم شعاعاً نضيف لنا شدة التيار الكهربائي بشكل أدق، ألا وهو متجهة كثافة التيار الكهربائي، ونرمز لها بالرمز $\vec{J}$ وهذه المتجهة تساوي شدة التيار بوحدة السطح الذي يجتاز الشحنات الكهربائية

والعمودي على عنصر ds، أي أنّ:

$$j = \frac{dI}{ds} \quad (7-7)$$

حيث نعتبر اتجاه $\vec{j}$ هو اتجاه السرعة $\vec{v}^+$.

لحركة حاملات الشحنة الموجبة، ومعرفة متجهة كثافة التيار في كل نقطة من الناقل يمكن معرفة شدة التيار عبر أي سطح بالعلاقة التالية:

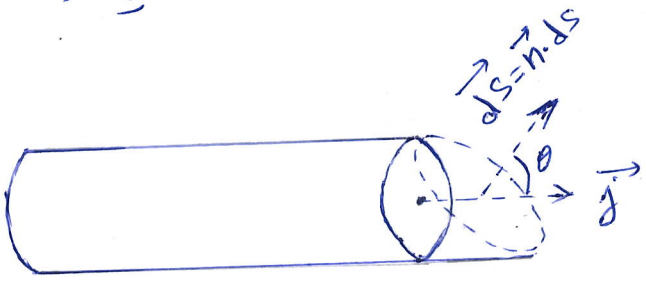
$$dI = \vec{j}.\vec{ds} \Leftrightarrow I = \iint \vec{j}.\vec{dS} = \iint_S j_n \, ds \quad (5-7)$$

حيث j_n هو مسقط المتجهة $\vec{j}$ على الناظم $\vec{n}$ على السطح ds ويساوي

$j_n = j\cos\theta$ حيث θ الزاوية المحصورة بين $\vec{j}$ و $\vec{n}$ على أنّ التكامل يحدد مقطع الناقل أيضاً كما في الشكل (7-3). في الحالة التي يكون فيها سطح مقطع الناقل غير عمودي على التيار، أي أنّ التيار في هذه الحالة ما هو إلاّ عبارة عن تدفق متجهة كثافة التيار من خلال السطح المغلق الموجي على حركة حاملات الشحنة الكهربائية على سطح الناقل أي إنّ:

$$I = \iint \vec{j}.\vec{ds} \Rightarrow dI = \vec{j}.\vec{dS} = j.ds.\cos\theta \quad (6-7)$$

من هذه العلاقة نلاحظ أنّ شدة التيار الكهربائي وبالتالي تدفق متجهة كثافة التيار الكهربائي تكون أعظمية عندما يكون الناظم على السطح يوازي متجهة كثافة التيار، أي أنّ الزاوية بين كثافة التيار والناظم على السطح تساوي الصفر.



الشكل (7-3)

• من خلال العلاقة (4-7) يمكننا حساب واحدة متجهة كثافة التيار الكهربائي كما يلي:

$$[j] = \frac{A}{m^2}$$

• علاقة شدة التيار الكهربائي بسرعة حاملات الشحنة:

Relation between Electric current and charge velocity:

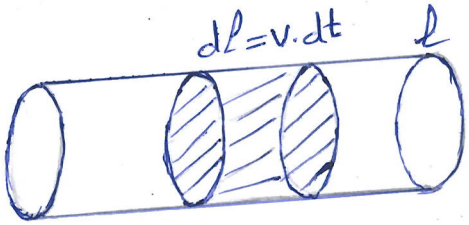
• لقد ذكرنا أن التيار الكهربائي ناتج عن الحركة الجريانية لحاملات الشحنة في الناقل المعدني (الالكترونات). فإذا كانت شحنة الالكترون q وعددها في واحدة الحجم المعين من ناقل هي n وتسير بسرعة جريانية وسطية قيمتها $\vec{V}$ فإن شدة التيار الكهربائي تعطى بالعلاقة:

$$I = n.q.V.S \quad (7-7)$$

للبرهان على هذه العلاقة نعتبر أن ناقلاً حجمه الكلي V ومساحة مقطعه S وطوله l. أي أن $V = S.l$، وأن شحنة كهربائية q تتحرك على طول هذا الناقل كما في الشكل (4-7) وأن هذه الشحنة خلال الزمن dt قطعت المسافة $dl = v.dt$ حيث V السرعة الجريانية للشحنة والتي تمسح حجماً عنصرياً من الناقل قيمته $dV = S.dl = S.v.dt$

إذاً هذا الحجم العنصري وخلال الزمن dt سوف يحوي عدداً من الشحنات قدره:

$$dn = n.dV = n.S.v.dt$$



الشكل (4-7)

$$dn = n \cdot dV = n \cdot v \cdot dt \cdot S \quad (8-7)$$

فتكون الشحنة الكلية للحوامل الكهربائية في الحجم الصغير dt من الناقل هي :

$$dQ = q \cdot n \cdot v \cdot dt \cdot S$$

وبتقسيم الطرفين على dt نحصل على شدة التيار، حيث تم تعريفها سابقاً أي أن :

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

إذاً :

$$I = n \cdot q \cdot v \cdot S$$

وبالتالي تكون كثافة التيار تعطى بالعلاقة

$$j = \frac{I}{S} = n \cdot q \cdot v \quad (9-7)$$

أو بالصيغة الشعاعية :

$$\vec{j} = n \cdot q \cdot \vec{v}$$

حيث أن $\vec{v}$ تمثل السرعة الحرية للالكترونات بحيث

$\rho = n \cdot q$ تمثل الكثافة الحجمية للحوامل الكهربائية ونكتب العلاقة التالية

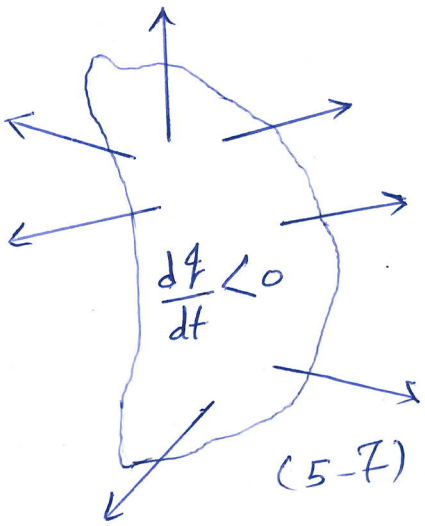
$$j = \rho \cdot v \quad (10-7)$$

• معادلة الاستمرار "معادلة حفظ الشحنة الكهربائية"

Continuity Equation :

• إن كثافة التيار الكهربائي $\vec{J}$ وكثافة الشحنة الكهربائية الحجمية ρ هما كميتان مرتبطتان إحداهما بالأخرى بمعادلة تفاضلية تسمى معادلة الاستمرار أو معادلة حفظ الشحنة، وأصل هذه المعادلة مستمد أساساً من حقيقة أن الشحنة لا تخلق ولا تفنى.

• لندرس وسطاً يمتلئ تيار كهربائي، وهذا الوسط يمثل سطحاً مغلقاً كما في الشكل (5-7).



الشكل (5-7)

• شدة هذا التيار كما رأينا سابقاً هي $\iint \vec{J} \cdot d\vec{S}$، وهذه الكمية تعطينا كمية الشحنة الكهربائية dq الخارجة من الحجم V المحدد بالسطح S.

إن انحفاظ الشحنة الكهربائية من هذه العلاقة يجب أن يساوي سرعة تناقص الشحنة الكهربائية dq المحتواة في الحجم V أي أن:

$$i = \iint \vec{J} \cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d}{dt} \iiint \rho \, dV \qquad (11-7)$$

وقد وضعنا تفاضلاً مع حجم ثابت العينة (V) ففي حالتنا هذه إن الشحنات الكهربائية تابعة للزمن لذا فإن المشتق بالنسبة للزمن يصبح مشتقاً جزئياً وبالتالي يمكن كتابة العلاقة (11-7) كما يلي:

$$\oiint \vec{j}\cdot d\vec{S} = -\iiint \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dV \qquad (12-7)$$

حيث أن الإشارة السالبة تعني أن الشحنات الكهربائية تتناقص مع مرور الزمن.

• بتطبيق نظرية أستروغرادسكي على الطرف الأيسر من العلاقة (7-12):

$$\oiint \vec{j}\cdot d\vec{S} = \iiint \vec{\nabla}\cdot\vec{j}\, dV$$

إذاً بالتعويض نجد:

$$\iiint \vec{\nabla}\cdot\vec{j}\, dV = -\iiint \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dV \qquad (13-7)$$

العلاقة (13-7) محققة من أجل أي حجم اختياري يجري عليه التكامل وهذا ممكن في الحالة التي من أجلها في أي نقطة من الفراغ يتحقق الشرط التالي:

$$\operatorname{div}\vec{j} = \vec{\nabla}\cdot\vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \qquad (14-7)$$

تسمى المعادلة (14-7) بمعادلة الاستمرار، وهي تعبّر عن قانون انحفاظ الشحنة الكهربائية أي لدينا في النقاط التي تعتبر منابع لكثافة التيار $\vec{j}$ لدينا تناقص في الشحنة. في حالة التيار المستمر تأخذ المعادلة (14-7) الشكل التالي:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{j} = 0 \qquad (15-7)$$

• الاستطاعة الكهربائية: Electric power

إذا طبقنا حقلاً $\vec{E}$ على ناقل فإن كل شحنة من شحنات هذا الناقل ستخضع لقوة الكولون المرتبطة بالحقل الكهربائي بالعلاقة $\vec{F} = q\cdot\vec{E}$، وتنتقل خلال الزمن dt على طول الناقل مسافة قدرها $d\vec{\ell} = \vec{v}\cdot dt$

وبالتالي العمل المنجز من قبل قوة كولون هو:

$$dW = \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = q\cdot\vec{E}\cdot\vec{v}\cdot dt \qquad (16-7)$$

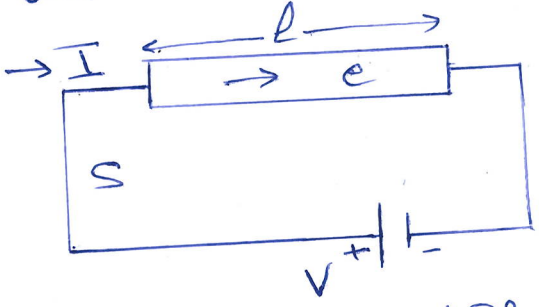
تعرف الاستطاعة الكهربائية المطبقة على ناقل بأنها العمل الذي تنجزه الشحنات الكهربائية خلال واحدة الزمن ويمكن التعبير عن ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$P = \frac{dW}{dt} \qquad (17-7)$$

حيث P: تمثل الاستطاعة الكهربائية.

ومن العلاقة (17-7) يمكننا استنتاج واحدة قياس الاستطاعة الكهربائية:

$$[P] = \frac{Joul}{Sec} = Watt$$



الشكل (6-7)

نعود إلى العلاقتين (16-7) و (17-7) فنجد:

$$P = \mathcal{E}.I.V \qquad (18-7)$$

لكن كمية الكهرباء $\mathcal{E}$ التي اجتازت سطح مقطع الناقل خلال الزمن t:

$$I = j.S \quad \& \quad \mathcal{E} = I.t$$

نعوض في (17-7) فنجد أن:

$$P = I.t.E.V = j.S.t.V.E = j.\tau.E \qquad (19-7)$$

حيث أن: $S.V.t = \tau$ حجم الناقل الشكل (6-7) الذي سطح مقطعه S وطوله l ومن جهة أخرى تصبح العلاقة (19-7) على الشكل التالي:

$$P = \frac{I}{S}.\frac{V}{l}.\tau = V.I \qquad (20-7)$$

حيث $\tau = S.l$

V : فرق الكمون المطبق بين طرفي الناقل.

تكتب العلاقة (19-7) بالشكل التفاضلي:

$$dP = \vec{j}.\vec{E}.d\tau$$

ومن أجل الاستطاعة بكامل حجم الناقل بشكل عام نأخذ التكامل على كامل الحجم أي أن:

$$P = \iiint \vec{j}.\vec{E}.d\tau \quad (21-7)$$

حيث أن P هي عبارة عن الاستطاعة الكهربائية المصروفة في الناقل والتي تؤدي إلى زيادة حركة الشحنات الكهربائية في الناقل وهذه الزيادة تؤدي بدورها إلى شدة حمية من الحرارة. وهذا يعني أن مرور التيار الكهربائي في الناقل يؤدي إلى تسخينه، وهذا ما يدعى بقانون جول.

- المقاومة والنقل الكهربائي Electric Resistance and conductor

- إذا طبق فرق في الكمون بين طرفي قضيبين رفيعين متساوي الأبعاد أحدهما من الذهب والآخر من النحاس مر فيهما تياران مختلفان، وكان تيار قضيب النحاس أقل من تيار قضيب الذهب. نسمي هذه الظاهرة المميزة بين هذين القضيبين بالمقاومة.

- نعرف مقاومة ناقل بين قطبين بأنها حاصل قسمة فرق الكمون المطبق بين هاتين النقطتين على شدة التيار الكهربائي المار ونرمز لها بالرمز R أي أن: $R = \frac{V}{I}$. أما واحدة قياس المقاومة R هي:

$$[R] = \frac{Volt}{A} = \Omega$$

وتسمى هذه الواحدة بالأوم ويسمى مقلوب المقاومة بالناقلية الكهربائية ويرمز لها بالرمز $G = \frac{I}{V} = \frac{1}{R}$ واحدة الناقلية الكهربائية هي (Ω^{-1})

- علاقة المقاومة بأبعاد الناقل:

حسب تعريف المقاومة لدينا $R = \frac{V}{I}$ فإذا أخذنا ناقلاً طوله ℓ ومساحة مقطعه S يمر فيه تيار كهربائي شدته I فإن:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{-\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{\ell}}{\int_a^b \vec{j} \cdot d\vec{S}} = \frac{E \cdot \ell}{j \cdot S} \qquad (22-7)$$

نعرف النسبة $\rho = \frac{E}{j}$ بالمقاومة النوعية $\Omega.m$.

إذاً تصبح العلاقة (22-7) كما يلي:

$$R = \rho \frac{\ell}{S} \qquad (23-7)$$

حيث ℓ: طول السلك، S: مساحة مقطعه

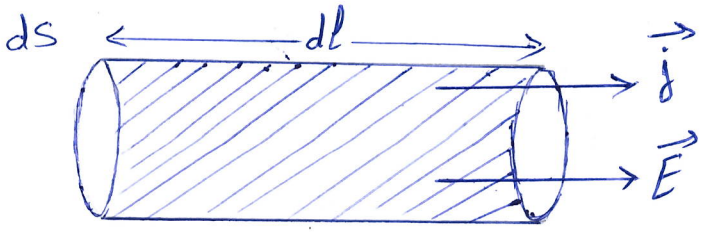
تدعى العلاقة (23-7) بقانون أوم.

وتعرف الأوم من العلاقة $R = \frac{V}{I}$ وهو مقاومة ناقل إذا طبق بين طرفي الناقل فرق كمون قدره فولط واحد فيمر فيه تيار شدته أمبير واحد.

- الشكل التفاضلي لقانون أوم: Derivative ohm Law

لنأخذ حجماً أسطوانياً يشكل عنصراً من ناقل فيجتاز كما في الشكل (7-7) وليكن لدينا تيار كهربائي يجتاز المقطع العرضي للأسطوانة شدته $j.ds$

وفرق التكون المطبق بين طرفي الجزء العنصري للاسطوانة هو $E.dl$ حيث E هو شدة الحقل الكهربائي في المكان المدروس وإذا أن مقاومة الاسطوانة هي $\rho \cdot \frac{dl}{ds}$ حيث ρ : المقاومة النوعية للناقل وإذا بالتعويض في العلاقة (22-7) نجد أن:



الشكل (7-7)

$$dI = j.ds = \frac{ds}{\rho.dl} . E.dl \quad (24-7)$$

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E} = \sigma . \vec{E} \quad (25-7)$$

حيث $\frac{1}{\rho} = \sigma$ تسمى الناقلية الكهربائية النوعية للمادة وواحدتها $\Omega^{-1}.m^{-1}$

تسمى العلاقة (25-7) الشكل المتعاطي لقانون أوم.

• حركية الشحنات الكهربائية - الشكل المجهري لقانون أوم:

Mobility of charges and Microscopic ohms Law.

رأينا سابقاً أنه في حال غياب الحقل الكهربائي داخل الناقل فإن حركة الإلكترونات الحرة عشوائية حيث أن الحركة الموسطة لسرعتها تكون معدومة.

أي أنه بشكل عام يكون عدد الإلكترونات الذي تتحرك في اتجاه ما يساوي عدد الإلكترونات التي تتحرك بعكس هذا الاتجاه، فإذا طبقنا حقلاً كهربائياً على الناقل فإن حركة هذه الشحنات تنتظم بعكس اتجاه الحقل وذلك بسبب القوة الكهربائية الناتجة عن الحقل والتي تدعى بقوة كولون وتعطى $\vec{F_e} = q.\vec{E}$ حيث أن $\vec{E}$ شدة الحقل الكهربائي المطبق.

كل الكترون مرفق الحامل سوف يتأثر بالقوة $\vec{F_e}$ وبفرض أن m هي كتلة الالكترون و $\vec{a}$ تسارعه فيكون لدينا حسب قانون نيوتن الثاني:

$$q.\vec{E} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q.\vec{E}}{m}$$

حيث أن: $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$ إذاً:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{q.\vec{E}}{m} \Rightarrow d\vec{V} = \frac{q.\vec{E}}{m} dt \Rightarrow \vec{V}(t) = \frac{q.\vec{E}}{m} t + \vec{V_0} \quad (26-7)$$

حيث أن $\vec{V_0}$ هي السرعة الابتدائية في اللحظة $t=0$ أي قبل بدء تطبيق الحقل الكهربائي. $\vec{E}$ و $\vec{V_0}$ تمثل ثابت التكامل والقيمة المتوسطة لهذا الثابت في اللحظة $t=0$ تكون معدومة لتصبح العلاقة (26-7):

$$\vec{V} = \frac{q\vec{E}}{m} t \quad (27-7)$$

تعرف حركية إنتشار الكهربائية ونرمز لها بالرمز μ وهي عبارة عن نسبة سرعة انتشار الكهربائية في الحقل الكهربائي المطبق أي أن $\mu = \frac{V}{E}$ نعوضها في العلاقة (27-7) فنجد:

$$\mu = \frac{|\vec{V}|}{|\vec{E}|} = \frac{q.t}{m} \Leftrightarrow \vec{V} = \mu.\vec{E} \quad (28-7)$$

وحسب العلاقة (28-7) نستنتج واحدة قياس μ كما يلي:

$$[\mu] = \frac{m/s}{V/m} = \frac{m^2}{V.s}$$

العلاقة (28-7) التي تربط سرعة انتشار الكهربائية بالحقل الكهربائي تمثل الشكل المجهري لقانون أوم.

• لدينا من العلاقة التي تحدد لنا كثافة التيار الكهربائي:

$$j = n \cdot q \cdot V \quad ; \quad I = nq \cdot V \cdot S \qquad (29-7)$$

من العلاقتين (27-7) و (28-7) نجد أن:

$$I = \frac{n \cdot q^2 \cdot t}{m} \cdot E \cdot S \qquad (30-7)$$

وحيث أن $E = \frac{V}{l}$ إذاً من العلاقة (30-7) نجد تناسباً طردياً بين شدة التيار الكهربائي والتكون الكهربائي وهو الذي يعبر عن قانون أوم إذاً الناقلية الكهربائية:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{j}{E} = \frac{nq^2 t}{m} = \frac{nqV}{E} = nq\mu$$

$$= \mu\rho \qquad (31-7)$$

وهي العلاقة التي تربط بين كل من حركية الشحنات الكهربائية وكثافة (الحجمية وناقلية الكهربائية النوعية.

• تغير المقاومة مع درجة الحرارة: Variation of Resistance with Temperature:

إن حركة الشحنات الكهربائية العشوائية داخل الناقل قبل تطبيق الحقل الكهربائي تكون شبيهة بحركة الجزيئات في الغاز، وإن الطاقة الحركية لكل جزيء في الغاز هي $\frac{1}{2} mv^2$ حيث أن: m: كتلة الجزيء، V: سرعة الجزيء.

وأن هذه الطاقة حسب النظرية الحركية في الغازات تساوي إلى $\frac{3}{2} KT$، حيث K هو ثابت بولتزمان، T: درجة الحرارة بالطلقة أي أن:

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{3}{2} KT \qquad (32-7)$$

لدينا من المعادلة (31-7) أن: $\sigma = \frac{nq^2 \cdot t}{m} = \frac{nq^2 \cdot l}{mv}$ (33-7)

حيث l هي المسافة التي تقطعها الجسيم بين تصادمين متتاليين.

إذا عوضنا (7-32) في (7-33) نجد أن:

$$\sigma = \frac{l.n.q^2.k}{3KT} \qquad (7-34)$$

توضح هذه المعادلة أن المقاومة الكهربائية النوعية تناسب عكساً مع درجة الحرارة أي أن المقاومة النوعية التي تعطى مقلوب الناقلية النوعية تناسب طرداً مع درجة الحرارة.

- قانون جول لينز:

Joules and Lenz Law

لدينا من العلاقتين (7-17) و (7-20):

$$P = \frac{dw}{dt} = I.V = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow dQ = IVdt = RI^2.dt$$

أي أن كمية الحرارة Q التي ينشرها الناقل تناسب مع المقاومة والزمن ومربع شدة التيار. وهذه العلاقة حصل عليها جول تجريبياً وبعده لينز وأطلق عليها قانون جول لينز.

إذا كانت شدة التيار متغيرة مع الزمن فإن كمية الحرارة تعطى بالعلاقة:

$$Q = \int_0^t R.i^2.dt \qquad (7-36)$$

نفرز حجم عنصري من الناقل على شكل أسطواني، نحصل وحسب علاقة جول لينز خلال الزمن dt من الحجم المذكور على كمية من الحرارة مقدارها:

$$dQ = R.i^2.dt = \rho.\frac{dl}{ds}(j.ds)^2.dt = \rho.j^2.dV.dt$$

حيث: $dV = ds.dl$ هي الحجم العنصري تسمى كمية الحرارة المنسوبة لواحدة الزمن وواحدة الحجم بالقدرة الحرارية النوعية للتيار وتعطى بـ:

$$w = \frac{dQ}{dV.dt}$$

ومنه نجد أن:

$$\frac{dQ}{dV.dt} = w = \rho.j^2 \qquad (7-37)$$

وبالاستفادة من العلاقة التي تربط $\vec{j}$ و $\vec{E}$ و ρ و σ تصبح العلاقة (37-7) كما يلي:

$$w = \rho . j^2 = \rho (\sigma^2 . E^2) = \sigma . E^2 \quad (38-7)$$

تعبر العلاقتان (37-7) و (38-7) عن قانون جول لنز التفاضلي. أما من أجل كمية الحرارة الناتجة عن كامل الناقل خلال الزمن t يجب أن نكامل W بالنسبة لحجم الناقل في لحظة زمنية t وبعد ذلك نكامل بالنسبة للزمن أي أن:

$$dQ = w . dV . dt \Rightarrow Q = \int_0^t dt \iiint \rho . j^2 . dV \quad (39-7)$$

وهي عبارة عن كمية الحرارة المأخوذة على كامل حجم الناقل V خلال كامل الزمن المطلوب t

مسألة:

لدينا سلك من النحاس اسطواني الشكل قطر مقطعه 4mm نمرر فيه تياراً كهربائياً شدته 10A والمطلوب:

1- احسب كثافة التيار في سلك النحاس.

2- سرعة الجريان الالكترونات الحرة

3- الحقل الكهربائي داخل هذا السلك.

علماً أن عدد الالكترونات في واحدة الحجم من النحاس هي $8,4 \times 10^{28} e/m^3$ والمقاومة النوعية للنحاس تساوي $1,56 \times 10^{-8} \Omega.m$.

الحل 1- لدينا من علاقة كثافة التيار وبالتحويل إلى المعادلة الرياضية:

$$J = \frac{I}{S} = 7,9 \times 10^5 A/m^2$$

2- أما سرعة الجريان فهي:

$$V = \frac{j}{nq} = 5,8 \times 10^{-5} m/s$$

نلاحظ أن سرعة الجريان الالكترونات الحرة داخل الناقل صغيرة جداً وهذا يعكس السرعة الانسيابية (الجريان) الالكترونات الحرة وليس سرعة الموجات التي داخل الناقل التي تكون كبيرة جداً.

3- الحقل الكهربائي داخل السلك:

$$j = \sigma . E = \frac{E}{\rho}$$

$$E = \rho . j = 1,3 \times 10^{-2} V/m$$

مكتبة A to Z