



كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثانية

المادة : كهرباء ومغناطيسية ١

المحاضرة : السادسة / نظري

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z : Facebook Group

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

المحاضرة السادسة

المكثفات الكهربائية : Electrical capacitors

ليكن لدينا ناقل A ولنفرض كمحore هذا الناقل إلى كمية ثابتة V (بوصلة مثلاً بالقطب الموجب كما في الشكل (3-6) فيكتب عندئذ الناقل A شحنة قدرها Q قمتها تساوي $Q = C \cdot V$ حيث C سعة الناقل A.

• لنفرض الآن من الناقل A ناقل آخر وليكن B كما في الشكل (4-6) موصولة بالأرض فيؤثر الناقل A على الناقل B الذي يكتسب شحنة سالبة تؤثر بدورها على الناقل A فتظهر عليه شحنة إضافية أي يحدث تماثل الكهربية على الناقل A بسبب وجود الناقل بالقرب منه وكلما اقترب B من A ازدادت شحنة على الناقل A ونظراً لثبات V تكون شحنة A مرتبطة بكونه بالطلاقة $Q' = C' \cdot V$ حيث C' هي سعة الناقل A بحضور الناقل B.

• من الواضح أنه $C' > C$ لأن $Q'_B > Q_A$ يعمل الناقلان A و B على زيادة مكثفة وعندما تصبح المسافة بين الناقلين صغيرة جداً بالانتهاء لبعضهما البعض يسير كل من الناقلين A و B ليوسى المكثفة.

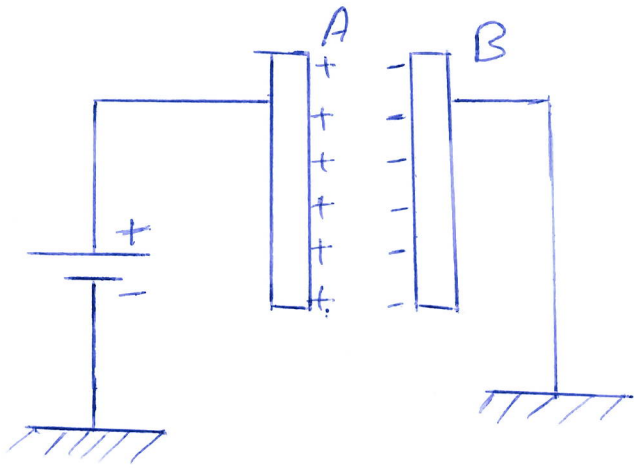
• تبين نظريته غولد أن شحنتين سطحيتين المتقابلتين A و B متساويتان بالقيمة ومعاكستان بالإشارة أي أن $|Q_A| = |Q_B|$ ، حيث Q هي شحنة مكثفة.

وتدل التجارب على أنه شحنة المكثفة تتناسب طرأً مع فرق الجهد V بين لوسير. وفق العلاقة: $Q = C \cdot V$ نسمي C سعة المكثفة.

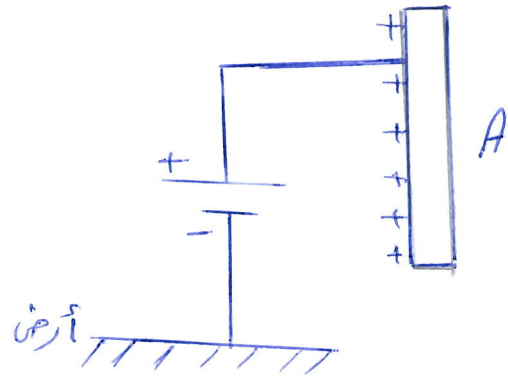
وتوقف C على الشكل الهندسي للمكثفة والمسافة بين لوسير وعلى طبيعة العازل بين لوسير.

فإذا كان الوسط العازل هو الخلاء كانت الععة C_0 وإذا كان الوسط عازلاً آخر فالععة أو البارافين كانت الععة C حيث أن $\frac{C}{C_0} = \epsilon_r > 1$.

• نسمي ϵ_r الخاصية النسبية (العازلية النسبية) للوسط العازل وهو يرمز بالواحد في الخلاء أي $(\epsilon_r = 1 \text{ في الخلاء})$.



الشكل (5-6)



الشكل (3-6)

• **حساب سعة المكثفة:**

يمكن حساب سعة المكثفة إذا كان شكل الزئبقي منتظماً كما لمكثفة مستوية أو الكروية أو الأسطوانية أما إذا تعذر الحساب فحين نقسم سعة C بقدراس Q و V .

وتقوم الطريقة العامة لحساب سعة المكثفة على ما يلي:

أ- حساب شدة الحقل الكهربائي في نقطة بين اللوحين (من نظرية غاوس).

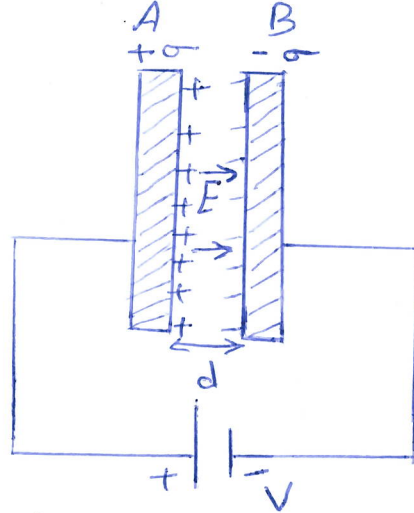
ب- حساب فرق الجهد بين اللوحين بالاستفادة من علاقة الحقل بالجهود.

ج- استخراج النسبة $\frac{Q}{V}$ من المعادلة السابقة هي السعة المطلوبة.

• حساب سعة المكثف المسوية

calculation of Flat capacitor :

• المكثف المسوي عبارة عن مستويين متوازيين سطح كل منهما S وبمسافة بينهما d مغطاة جيداً بالمقارنة مع أبعاد اللوحين (المستويين) كما هو موضح في الشكل (5-6).



الشكل (5-6)

• إذا طبقنا بين اللوحين شحنة فرقاً في الجهد V ، فإن كلا منهما يجتذب شحنة تتوزع على سطحه بكثافة متساوية ويمكن أن تكون $+\sigma$ على اللوح A و $-\sigma$ على اللوح B . وبالتالي يتولد بين اللوحين حقل كهربائي متطعم عمودي على كل من اللوحين.

• يمكن حساب الحقل الكهربائي بطريقة نظرية غاوس على سطح مغلق S' عبارة عن اسطوانة عمودية على اللوح A وتمتد داخله.

$$\Phi = \oint_{S'} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i \Rightarrow E \cdot S' = \frac{\sigma \cdot S'}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (4-6)$$

• لحساب فرق الجهد V من جولان الحقل بين اللوحين A إلى B كما يلي:

$$\int_A^B -dV = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A^B E \cdot dl \Rightarrow V_A - V_B = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot d = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot S} \cdot d$$

إدارة الطاقة المتجددة:

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{\sum q_i}{d} \quad (6-6)$$

• حساب سعة المكثف الكروي: Calculation of spherical capacitor

• المكثف الكروي عبارة عن كرتين لهما مركز واحد إحداهما داخلية نصف قطرها R_1 والى خارجية خارجية نصف قطرها R_2 ، الخارجية محفوفة بحاجز بالداخلية

ولا فرق في أن تكون الداخلية موصلة أم محفوفة لأن الشحنة تتوضع فقط على سطح الخارجية من الجسم المتحرك ويؤهل بين هاتين الكرتين الحثالة أو المادة العازلة.

• عندما نطبق بين البوسين أي كرتين فرقاً في الجهد قدره V فإن الكرت A

تكتسب شحنة $+Q$ والكرت B تكتسب شحنة $-Q$.

• لنحسب الحقل الكهربائي $\vec{E}$ في نقطة M واقعة بين البوسين كما في الشكل (6-6) تبعد مسافة r عن المركز O أي نأخذ كرة نصف قطرها r حيث أن $R_1 < r < R_2$ ونطبق نظرية غاوس على سطح هذه الكرة فنجد التالي:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} \Rightarrow E \cdot (4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

وبالتالي فرق الجهد بين البوسين هو:

$$V_A - V_B = \int_A^B -dV = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

وبالتالي فإن العلاقة:

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad (7-6)$$

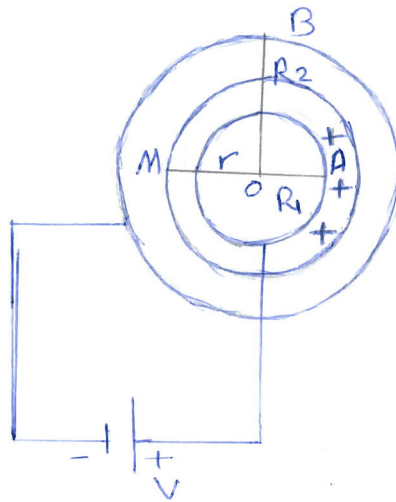
في الحالة الخاصة عندما $d \ll R_1$ و R_2 يمكننا إجراء التقريب التالي:

$$R_1 \approx R_2 \approx R \quad \text{و} \quad R_1 R_2 = R^2 \quad \text{و} \quad R_2 - R_1 = d$$

نضرب المعادلة في (7-6) :

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0 \cdot R^2}{d} = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{d} \quad (8-6)$$

وهي العلاقة نفسها مع كثافة المساحة.



الشكل (6-6)

• حساب كثافة الطاقة:

calculation of cylindrical capacitor:

• تتألف المكثفة الاسطوانية من لوحين في شكل اسطوانتين لهما المحور نفسه طول كل منهما L ونصف قطرها اسطوانة الداخلية R_1 واسطوانة R_2 تكون مكثفة الاسطوانية بتطبيق فرق في الجهد بين لوحيه كما في الشكل.

وبالتالي تكتب الاستوانة الداخلية سعة $+Q$ والوجه الداخلي للاستوانة الخارجية $-Q$. كتاب الحمل الكهربائي بأحد الاستوانة خارجية طول L وزحف قطرها r : $R_1 < r < R_2$ فيكون سطح غوصه $2\pi r.L$

• بتطبيق نظرية غاوس:

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E.(2\pi r.L) = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{2\pi r.L.\epsilon_0} \quad (8-6)$$

• كتاب فرق الجهد المطبق حسب جولة الحمل الكهربائي بين البوتين كما يلي:

$$\int_A^B -dV = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \Rightarrow V_A - V_B = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0.L} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r}$$

$$= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0.L} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{2\pi\epsilon_0.L}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (9-6)$$

• حالة خاصة: عندما $d \ll R_1$ أو R_2 يمكننا إهمال الفرق بين R_2 و R_1 وبالتالي

$$\ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right) = \ln \left(\frac{d+R_1}{R_1} \right) = \ln \left(1 + \frac{d}{R_1} \right) \approx \frac{d}{R_1}$$

إذاً بالتعويض في (6-9) نجد أنه:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\frac{d}{R_1}} = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{d}$$

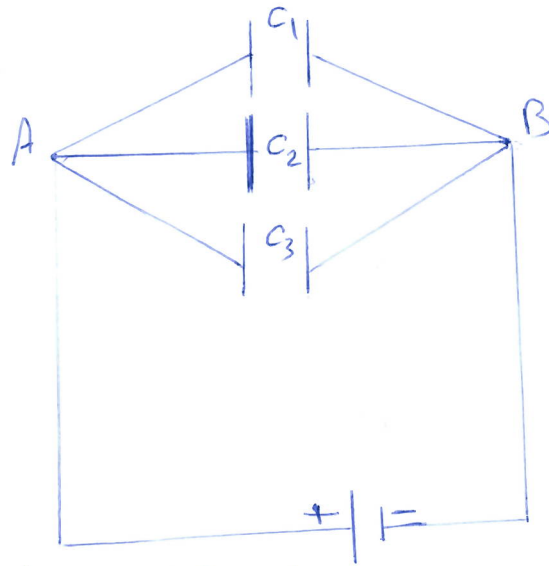
وهي تماماً ما حصلنا عليه من أجل المكثفة المستوية.

• وصل المكثفات : Connection of capacitors

يمكن وصل المكثفات بطريقتين وذلك حسب الكمية لقيمة إسماء المطلوبة الوصل كالتفرع والوصل على التوالي.

• وصل المكثفات على التفرع : Connection in parallel

لتحقيق هذا الوصل نصل أحد البؤسين في كل مكثفة إلى نقطة معينة A كما نصل البؤس الآخر في كل مكثفة في الطرف الآخر إلى نقطة أخرى B كما في الشكل (6-8).



الشكل (6-8)

• لنطبق فرقاً بين النقطتين A و B باعتبار أن فرق الجهد يكون واحداً فإن:
كل مكثفة تتحمل نسبة معينة كالتالي:

$$Q_1 = C_1(V_A - V_B) \text{ و } Q_2 = C_2(V_A - V_B) \text{ و } Q_3 = C_3(V_A - V_B)$$

أما الشحنة الكلية متساوي مجموع الشحنات على المكثفات :

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (V_A - V_B)(C_1 + C_2 + C_3)$$

أما إذا كان لدينا n مكثفة موصولة على التفرع فإن الشحنة الكلية هي :

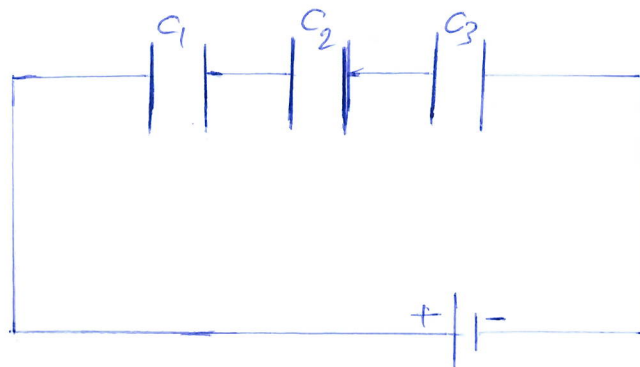
$$Q = (V_A - V_B) \sum_{i=1}^n C_i \Rightarrow C(V_A - V_B) = V_A - V_B \sum_{i=1}^n C_i$$

$$\Rightarrow C = \sum_{i=1}^n C_i \quad (10-6)$$

أي أن سعة المكثفة المكافئة أي حالة الوصول على التفرع تساوي مجموع سعات المكثفات الموصولة على التفرع .

• **وصل المكثفات على التوالي :** Connection in Series

في هذه الحالة من الوصول يوصل اللبوسان كما في الشكل (9-6) .



الشكل (9-6)

حيث نصل لأب المكثفة الأولى بين أ ب المكثفة التالية وهكذا نطبق بين طرفي هذه

المجموعة فرقاً في التكون يتوزع على كل مكثفة فتكتب المكثفة C_1 فرقاً في التكون قدره V_1 والمكثفة التالية C_2 فرقاً في التكون قدره V_2 وهكذا وبالتالي يكون فرق التكون الكلي

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{V}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

ومن أجل n مكثفة موصولة على التوالي يكون:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad (11-6)$$

أي أنه مقلوب سعة المكثفة المكافئة له حالة الوصل على التوالي
مجموع مقلوب سعات المكثفات الموصولة على التوالي .
• الطاقة الكهربائية المخزنة في مكثفة متوترة:

بأن المولد الكهربائي عليه أنه يقدم عملاً لحث المكثفة وهذا بدوره يؤدي إلى
أنه هناك طاقة كهربائية سوف تدخلك المكثفة ، فالطاقة الكهربائية التي
يقدمها المولد لنقل الحث dq ، المولد إلى المكثفة تعطى بالعلاقة:

$$dU = V \cdot dq \quad \text{و} \quad V = \frac{q}{C}$$

$$dU = \frac{q}{C} dq \Rightarrow U = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{1}{C} \left[\frac{1}{2} q^2 \right]_0^Q$$

$$= \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C \cdot V^2 = \frac{1}{2} Q \cdot V \quad (20-6)$$

وتظهر هذه الطاقة في المكثفة إما إذا فرغت في شكل حرارة أو بشكل صوتي

أو صوتي ، بإذن:

$$U = \frac{1}{2} C \cdot V^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 \cdot S}{d} \cdot E^2 \cdot d^2$$

$$= \frac{1}{2} \epsilon_0 S E^2 \cdot d = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \cdot \tau \quad (21-6)$$

حيث $\tau = S \cdot d$ ، فتبين الطاقة المدخلة في حجم من مكثفة قدر τ

و ليس بكثافة الطاقة ونعبر لا بالمد $V = \frac{U}{\tau}$ لتصبح العلاقة (21-6)

$$V = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 [J / m^3]$$

لتقريباً أننا نركبنا المكثفة على اتصال بالمولد (أي أبقينا فرق الجهد ثابتاً) ووضعنا صفيحة عازلة بدلاً الفراغ بين اللوحين مما حيز الشحنة Q فإن الجهد الكهربائي $E = \frac{V}{d}$ يتغير ثابتاً أما الطاقة الكهربائية فتتغير :

$$U = \frac{1}{2} \epsilon_r \epsilon_0 E^2 \Rightarrow C' = \epsilon_r C \text{ و } Q' = \epsilon_r Q$$

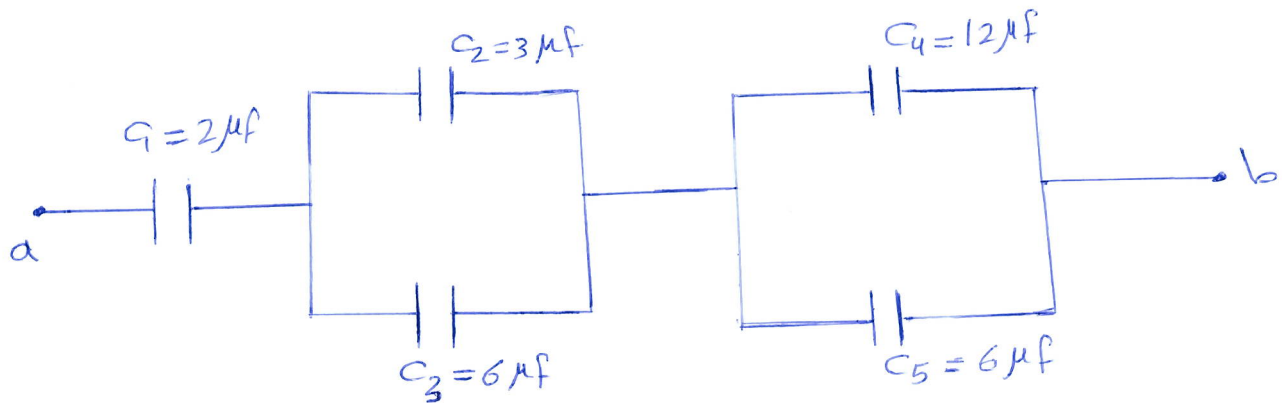
حيث C' و Q' : سعة وشحنة المكثفة بعد وضع المادة العازلة.

مسألة ١: خمسة مكثفات موصولة كما في الشكل والمطلوب :

1- احس سعة المكثفة المكافئة .

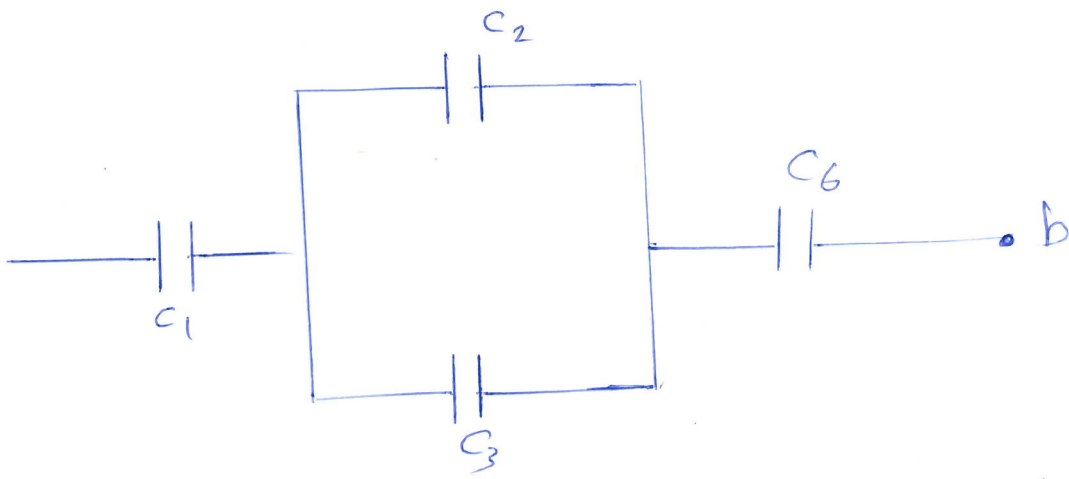
2- احس شحنة كل مكثف إذا علمت أن فرق الجهد بين (a, b) تساوي ١٥ فولت

3- احس الطاقة المخزنة في المكثفة $3 \mu f$.



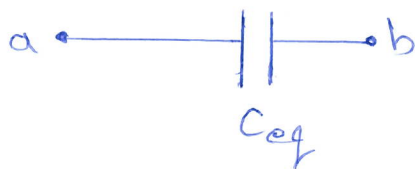
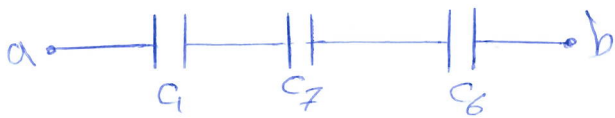
الحل :

$$C_6 = C_4 + C_5 = 12 + 6 = 18 \mu f \quad C_5 \text{ و } C_4 \text{ موصولتان بالتقريب}$$



C_2 و C_3 على التفرع : $C_7 = C_2 + C_3 = 3 + 6 = 9 \mu f$

C_1 و C_7 و C_6 على التوالي .



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{9+2+1}{18} = \frac{12}{18}$$

$$\Rightarrow C_{eq} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1,5 \mu f$$

$$Q = Q_{eq} = C_{eq} \cdot V = 1,5 \times 15 = 1,5 \times 10^{-6} \times 15 = 22,5 \times 10^{-6} C$$

$$Q = Q_{eq} = 22,5 \mu C$$

نعلم أن C_1 و C_7 و C_6 موصولة على التوالي :

$$Q = Q_1 = Q_6 = Q_7 = Q_{eq} = 22,5 \mu C$$

$$V_7 = \frac{Q_7}{C_7} = \frac{22,5}{9} = 2,5 \text{ Volt}$$

$$V_6 = \frac{Q_6}{C_6} = \frac{22,5}{18} = 1,25 \text{ Volt}$$

$$Q_4 = C_4 \times V_6 = 12 \times 1,25 = 15 \mu C$$

$$Q_5 = C_5 \times V_6 = 6 \times 1,25 = 7,5 \mu C$$

$$Q_2 = C_2 \times V_7 = 3 \times 2,5 = 7,5 \mu C$$

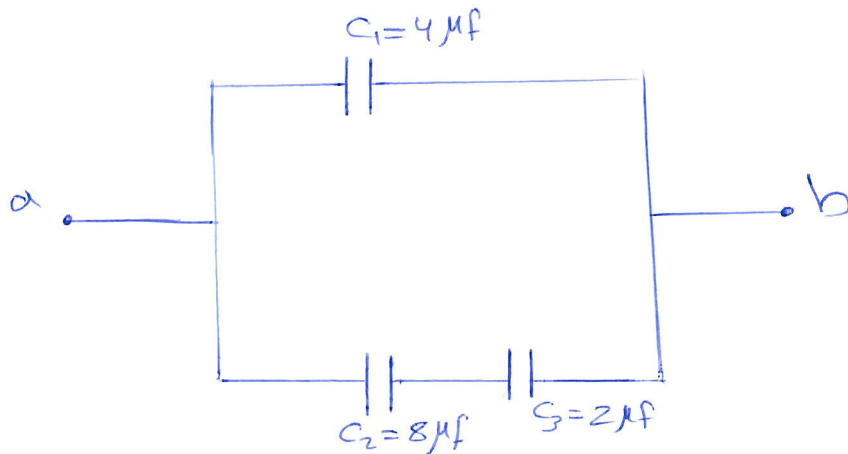
$$Q_3 = C_3 \times V_7 = 6 \times 2,5 = 15 \mu C$$

$$3] \quad U = W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_2} = \frac{1}{2} \frac{(7,5 \times 10^{-6})^2}{3 \times 10^{-6}} \\ = 9,375 \times 10^{-6} \text{ Joule}$$

سؤال (2):

ملات مكثفات كما في كل التالي والمطلوب:

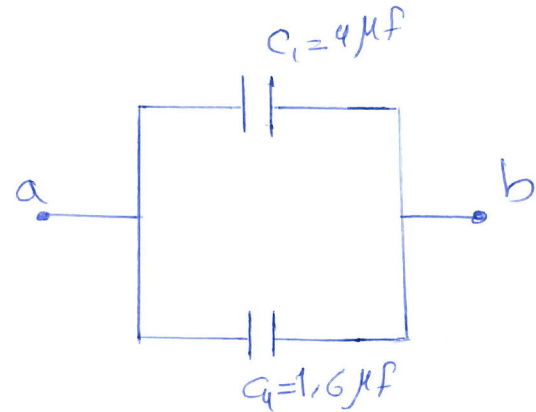
- 1- أوجد سعة المكثفة المكافئة بين طرفي a و b
- 2- احس شحنة كل مكثف إذا كان فرق الجهد بين (a, b) هو 20 Volt
- 3- احس فرق الجهد بين طرفي المكثفة $C_3 = 2 \mu f$
- 4- احس الطاقة المخزنة في المكثف $C_1 = 4 \mu f$



1- C_2 و C_3 موصولين على التوالي :

$$\frac{1}{C_4} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \Rightarrow C_4 = 1,6 \mu f$$

$$C_{eq} = C_4 + C_1 = 4 + 1,6 = 5,6 \mu f$$



$$2] Q_{eq} = C_{eq} \times V = 5,6 \times 20 = 112 \mu C$$

بما أن C_1 و C_4 موصولين على التفرع : $V = V_1 = V_4 = 20 \text{ Volt}$

$$Q_1 = C_1 \cdot V = 4 \times 20 = 80 \mu C$$

$$Q_4 = C_4 \cdot V = 1,6 \times 20 = 32 \mu C$$

بما أن C_2 و C_3 موصولين على التوالي فان : $Q_2 = Q_3 = Q_4 = 32 \mu C$

$$3] V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{32}{2} = 16 \text{ Volt}$$

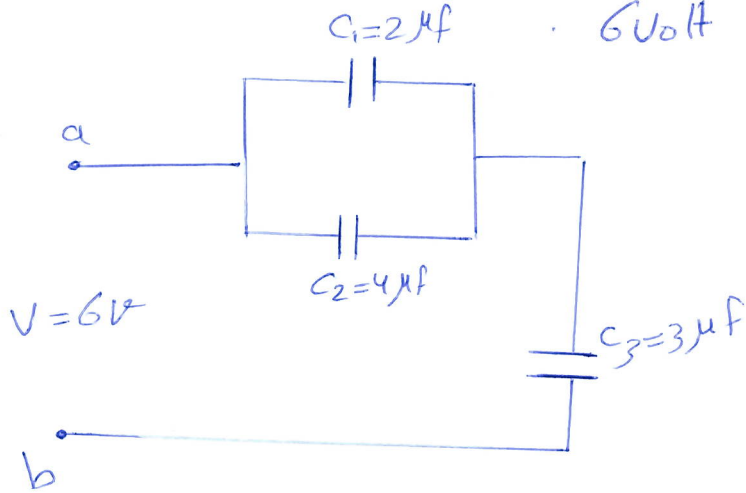
$$4] u = w = \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(80 \times 10^{-6})^2}{4 \times 10^{-6}}$$

مسألة 3 : ثلاث مكثفات موصولة كما في الشكل :

1 - أوجد سعة المكثفة المكافئة .

2 - احس شحنة كل مكثفة وفرق الجون بين طرفي كل غزل إذا علمت أن

فرق الجون بين (a, b) يساوي 6 Volt .



الحل:

[1] C_1 و C_2 موصولين على التفرع:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 2 + 4 = 6 \mu f$$

بما أن C_3 و C_{eq} على التوالي:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_{eq1}} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow C_{eq} = 2 \mu f$$

[2]

$$Q_{eq} = C_{eq} \cdot V = 2 \cdot 6 = 12 \mu C$$

بما أن C_3 و C_{eq} موصولين على التوالي:

$$Q_{eq1} = Q_{eq} = Q_3 = 12 \mu C$$

$$V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{12}{3} = 4 \text{ Volt}$$

$$V_{2,4} = \frac{Q_{eq}}{C_{eq}} = \frac{12}{6} = 2 \text{ Volt}$$

جاءت Q و C_2 على الترتيب $V_1 = V_2 = 2$ فولت

$$V_{2,4} = V_1 = V_2 = 2 \text{ Volt}$$

وتكون الشحنة:

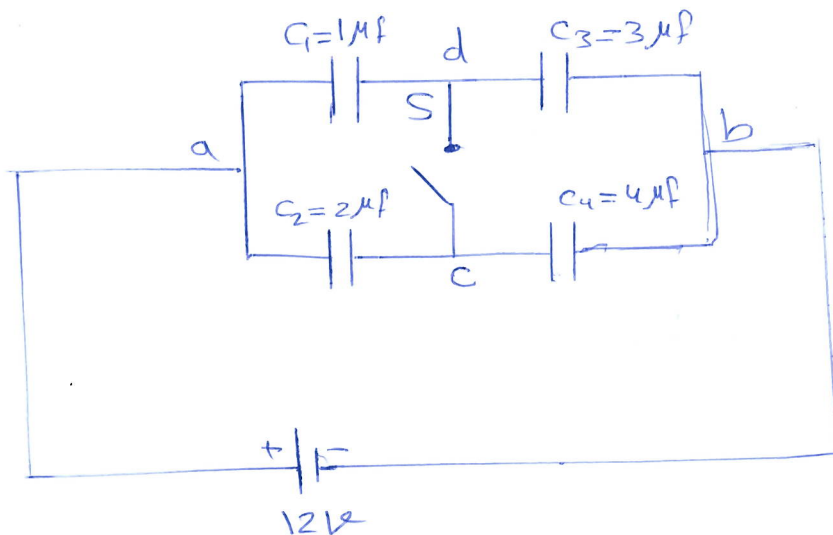
$$Q_1 = C_1 \cdot V_1 = 2 \times 2 = 4 \mu C$$

$$Q_2 = C_2 \cdot V_2 = 4 \times 2 = 8 \mu C$$

فأية 4.

لنكن الدارة الكهربائية المبينة في الشكل والمطلوب:

أوجد شحنة كل مكثف في الدارة قبل إغلاق القاطعة S وبعد إغلاقها.



الكل قبل إغلاق القاطبة S في هذه الحالة تكون المكثفات C_1 و C_3 عوصولتان
على السلسلة وكذلك C_2 و C_4 على السلسلة وعلى هذا يمكننا حساب
الطاقة كحالي:

$$C_{13} = \frac{C_1 \cdot C_3}{C_1 + C_3} = \frac{3}{4} \mu f = 0,75 \mu f \quad \text{و} \quad C_{24} = \frac{C_2 \cdot C_4}{C_2 + C_4} = \frac{4}{3} \mu f = 1,33 \mu f$$

الطاقة الكلية:

$$C_{eq} = C_{13} + C_{24} = \frac{25}{12} \mu f = 2,08 \mu f$$

$$\Rightarrow Q = C_{eq} \cdot V = 2,08 \times 12 = 24,96 \mu C$$

$$Q_{13} = Q_1 = Q_3 = C_{13} \cdot V = 0,75 \times 12 = 9 \mu C$$

بما أن C_1 و C_3 على السلسلة فإن $Q_{13} = Q_3 = Q_1$

وبما أن C_{13} و C_{24} على التفرع فإن $V = V_{13} = V_{24} = 12 \text{ V}$
وبما أن C_2 و C_4 على السلسلة:

$$Q_{24} = Q_2 = Q_4 = C_{24} \times V = 1,33 \times 12 = 15,96 \mu C$$

[2] بعد إغلاق القاطبة S تصبح المكثفات C_1 و C_2 على التفرع وكذلك C_3 و C_4
وكلتا المجموعتين على السلسلة:

$$C_{12} = C_1 + C_2 = 3 \mu f$$

$$C_{34} = C_4 + C_3 = 7 \mu f$$

C_{12} و C_{34} على السلسلة:

$$C = \frac{C_{12} \cdot C_{34}}{C_{12} + C_{34}} = 2,1 \mu f$$

بما أن C_2 و C_4 على السلسلة فإن:

$$Q = Q_{12} = Q_{34} = C \cdot V = 25,2 \mu C$$

$$V_{12} = V_1 = V_2 = \frac{Q_{12}}{C_{12}} = 8,4 \text{ V}$$



مكتبة
A to Z