كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : كهرباء ومغناطيسية١

المحاضرة : الرابعة /نظري/

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Zمكتبة

المحاضرة الرابعة

1. الكمون الكهربائي: Electric potential :

مقدمة: نعلم أن رفع جسم عن سطح الأرض يتطلب بذل عمل ضد قوى الجاذبية الأرضية، ويتحول العمل المبذول إلى طاقة كامنة في الجسم، والتي تسمى طاقة الموضع، أو طاقة السوية، وإذا ترك الجسم يسقط على الأرض بفعل الجاذبية الأرضية تتحول طاقته الكامنة تدريجياً إلى طاقة حركية لهبوطه من موضع مرتفع إلى منخفض. وبالمثل إذا حركت شحنة كهربائية (أو جسم مشحون) في حقل كهربائي فإنها تكون واقعة تحت تأثير القوة الكهربائية الساكنة الناشئة عن هذا الحقل، وهذا يعني أن تحريك شحنة ضد قوة الحقل الكهربائي الساكن يتطلب بذل عمل خارجي على هذه الشحنة، وبالتالي تتحول هذا العمل إلى طاقة كامنة كهربائية ندعوها بطاقة الموضع الكهربائية، إذ إنه إذا تركت الشحنة وشأنها فإنها ستتحرك بفعل الحقل الكهربائي فإذا عادت إلى الموضع الذي كانت فيه فإنها تنجز عملاً مساوياً للعمل الخارجي الذي بذل في تحريكها أولاً.

- بشكل عام، تزداد الطاقة الكامنة الكهربائية للشحنة الواقعة ضمن حقل كهربائي عندما تتحرك هذه الشحنة ضد القوة الكهربائية لهذا الحقل وذلك يكون على حساب طاقة خارجية وتنقص طاقتها عند حركتها مع قوى هذا الحقل، وذلك يكون على حساب طاقة هذا الحقل نفسه.

- يسمى التغير في الطاقة الكامنة الكهربائية لوحدة الشحنات الموجبة عند انتقالها بين نقطتين ضمن حقل كهربائي بفرق الكمون بين هاتين النقطتين، ونستطيع بالتالي أن نعرف فرق الكمون بين نقطتين يوجد بينهما حقل كهربائي، بأنه العمل الذي تنجزه واحدة الشحنات عند حركتها بين هاتين النقطتين، ويكون فرق الكمون سالب إذا كان العمل على حساب طاقة الحقل، وموجباً، إذا كان العمل على حساب طاقة خارجية، أي أن إشارة فرق الكمون هي دوماً بعكس إشارة العمل المصروف لدى انتقال الشحنة.

- كما أن سطح الأرض يعتبر سوية معيارية بالنسبة لطاقة الموضع في حقل الجاذبية الأرضية، فإن نقطة اللانهاية تعتبر سوية معيارية لحساب الطاقة الكامنة الكهربائية أو الكمون الكهربائي بالنسبة لها، حيث يكون الكمون الكهربائي عندها معدوماً، ويكون هذا الاعتبار هو نسبي، لذلك يجري التعامل مع مفهوم فرق الكمون في حالة الشحنات الكهربائية ضمن الحقول، حيث أنه أكثر منطقية وهو المستخدم على الأغلب.

• فرق الجهد الكهربائي : Eletrical Potential Difference

لقد تبين مما سبق أن شدة الحقل الكهربائي هي دالة لهذا الحقل، تصفه وتعبر عنه وسنجد أن الجهد الكهربائي هو أيضاً دالة للحقل، لكن بخلاف الحقل فإن الجهد مقدار سلمي بينما شدة الحقل مقدار متجه وسنجد أن هذين المقدارين مرتبطين ببعضهما البعض.

• يعرف فرق الجهد بين نقطتين A و B بأنه العمل W_{AB} الواجب تقديمه لتحريك شحنة اختبار من النقطة A إلى النقطة B مقسوماً على تلك الشحنة، ورياضياً يمكن التعبير عن ذلك بالعلاقة التالية:

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} \qquad (J/C) \qquad «1-4»$$

ويكون هذا العمل المبذول موجباً أو سالباً، أو صفراً وذلك حسب الحالة التي يكون فيها الجهد عند B أعلى، أو أدنى، أو مساوياً للجهد عند A على الترتيب. إن واحدة فرق الجهد في الجملة الدولية هي جول على كولون والتي تسمى بالفولط (V).

• أما الجهد الكهربائي عند نقطة ما فيعرف بالطريقة التالية:

تؤخذ نقطة ما A بحيث تكون على مسافة كبيرة جداً «اللانهاية» من كل الشحنات وتؤخذ قيمة V_A (اختيارياً) مساوية للصفر وبذلك يكون الجهد الكهربائي عند نقطة B مثلاً مساوياً:

$$V_B = \frac{W_{\infty B}}{q_0}$$

وتكتب عادة العلاقة السابقة بالشكل:

$$V = \frac{W}{q_0} \qquad (2-4)$$

حيث W العمل المبذول لتحريك شحنة اختبار q_o من اللانهاية إلى النقطة المراد حساب الجهد عندها . وهذا يذكرنا بالتعريف التقليدي للجهد الكهربائي عند نقطة على أنه العمل اللازم بذله ضد القوة الكهربائية للحقل الكهربائي لنقل واحدة الشحنات الموجبة من اللانهاية إلى تلك النقطة .

- من المهم أن نعلم أن الذي يهمنا أساساً هو فرق الجهد الكهربائي وليس الجهد بحد ذاته ؛ لأن العلاقة (4-2) تفترض اختيار (∞) اللانهاية كمرجع أو دليل للجهد الكهربائي المساوي للصفر . حيث يمكن اختيار الجهد ($-50\ Volt$) مثلاً كمرجع وعند دراسة الدارات الكهربائية نختار عادة الأرض كمرجع للجهد الكهربائي حيث يعتبر جهدها مساوياً للصفر . ولا ننسى أن فرق الجهد عبارة عن مقدار سلمي (غير متجه)

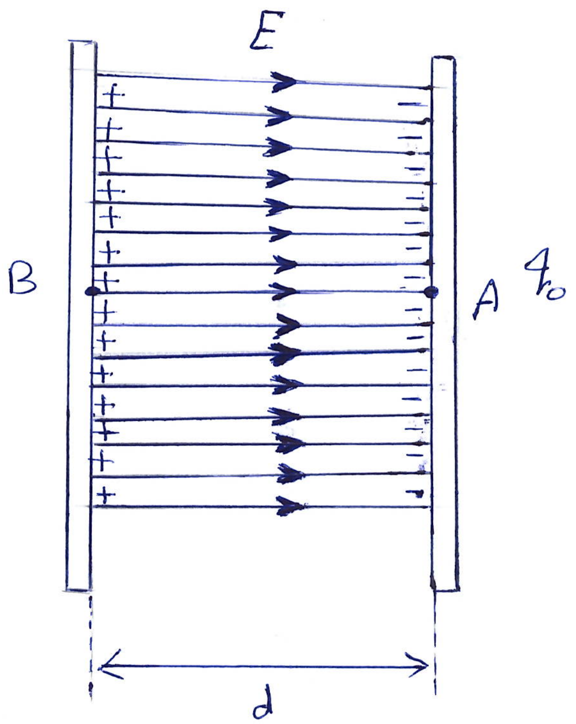
- العلاقة بين الجهد وشدة الحقل الكهربائي

The Relation between potential and Intensite of Electric field :

1 - حالة الحقل المنتظم

- نوضح الشكل (4-1) حقلاً كهربائياً منتظماً (كما هو الحال بين لبوسي مكثفة مستوية) النقطة A تبعد مسافة d ، في اتجاه الحقل ، عن نقطة B . ولنفرض وجود شحنة اختبار q_o موجبة تتحرك بمؤثر خارجي بدون تسارع من A إلى B . وعلى الخط المستقيم الواصل بين النقطتين .
- القوة الكهربائية المؤثرة على الشحنة هي $q_o\vec{E}$ متجهة من B إلى A (أي باتجاه المجال) ولكي نحرك الشحنة بجهة معاكسة لجهة الحقل (من A إلى B) لابد من وجود مؤثر خارجي يؤثر عليها بقوة $\vec{E}$ مساوية بالمقدار $q_o\vec{E}$ ، وعلى ذلك يكون العمل المبذول :

$$W = \vec{F}\cdot\vec{d} = q_o\vec{E}\,\vec{d}$$



الشكل (1 _ 4)
شحنة اختبار موجبة تتحرك في حقل كهربائي منتظم

• وبما أن الزاوية بين $\vec{E}$ و $\vec{d}$ تساوي الصفر نكتب :

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} = E.d \qquad (3-4)$$

2- الحالة العامة (الحقل الكهربائي غير منتظم) :

• يوضح الشكل (2-4) حقلاً كهربائياً غير منتظم ، حيث تتخذ شحنة اختبار q_0 مساراً غير منتظم من A إلى B ، كما في الشكل وبينما تتحرك الشحنة ، القوة الكهربائية $q_0\vec{E}$ تؤثر على الشحنة q_0 ولكي تتحرك الشحنة بدون تسارع فإن قوة خارجية $\vec{F}$ تساوي $-q_0\vec{E}$ يجب أن تؤثر أيضاً على الشحنة .

• إذا كانت الإزاحة التي تسببها $\vec{F}$ هي $\vec{dl}$ فيكون العمل المبذول بالمؤثر الخارجي هو :

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{dl}$$

والعمل المبذول في الحركة من A إلى B يكون:

$$W_{AB} = \int dw = \int_A^B \vec{F}\cdot\vec{dl}$$

بالتعويض عن $\vec{F}$ بقيمتها ينتج:

$$W = -q_0 \int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl}$$

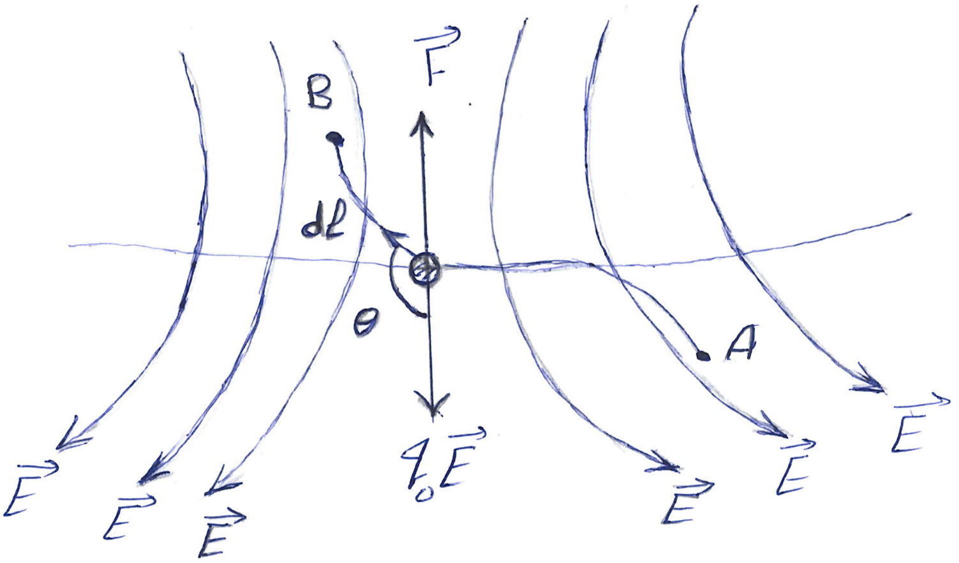
بالتعويض عن W بقيمته من العلاقة (4-1) نحصل على:

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl} \qquad (4-4)$$

بأخذ $A = \infty$ فإن $V_A = 0$ وبالتالي الكمون عند النقطة B يعطى بالعلاقة:

$$V_B = -\int_\infty^B \vec{E}\cdot\vec{dl} \qquad (4-5)$$

باستخدام العلاقتين السابقتين يمكن حساب فرق الكمون بين نقطتين (أو الكمون) إذا علم الحقل $\vec{E}$ عند نقطة معينة في مجال هذا الحقل.



الشكل (4-2)

شحنة تتحرك في حقل كهربائي غير منتظم

مثال: ليكن لدينا حقل كهربائي موجه باتجاه oX الموجب وشدته تساوي $10\ V/m$
والمطلوب إيجاد الكمون تابعية X علماً أن $V=0$ من أجل $X=0$.

الحل: نعلم أن فرق الجهد التفاضلي يعطى تابعية المسافة والحقل الكهربائي بالعلاقة التالية:

$$dV = -\vec{E}\cdot\vec{dl} = (-10\ V/m)\,\vec{i}\cdot(dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k})$$

$$= -(10\ V/m)\cdot dx$$

نجد بالتكامل أن:

$$V = \int dV = \int -(10\ V/m)\,dx = -(10\ V/m)\,X + V_0$$

يحدد ثابت التكامل V_0 من الشروط البدائية $V=0$ من أجل $X=0$

$$V(0) = V_0 = 0$$

يعطى الكمون إذاً بالعلاقة التالية:

$$V = -(10\ V/m)\,X$$

- سطوح تساوي الكمون:

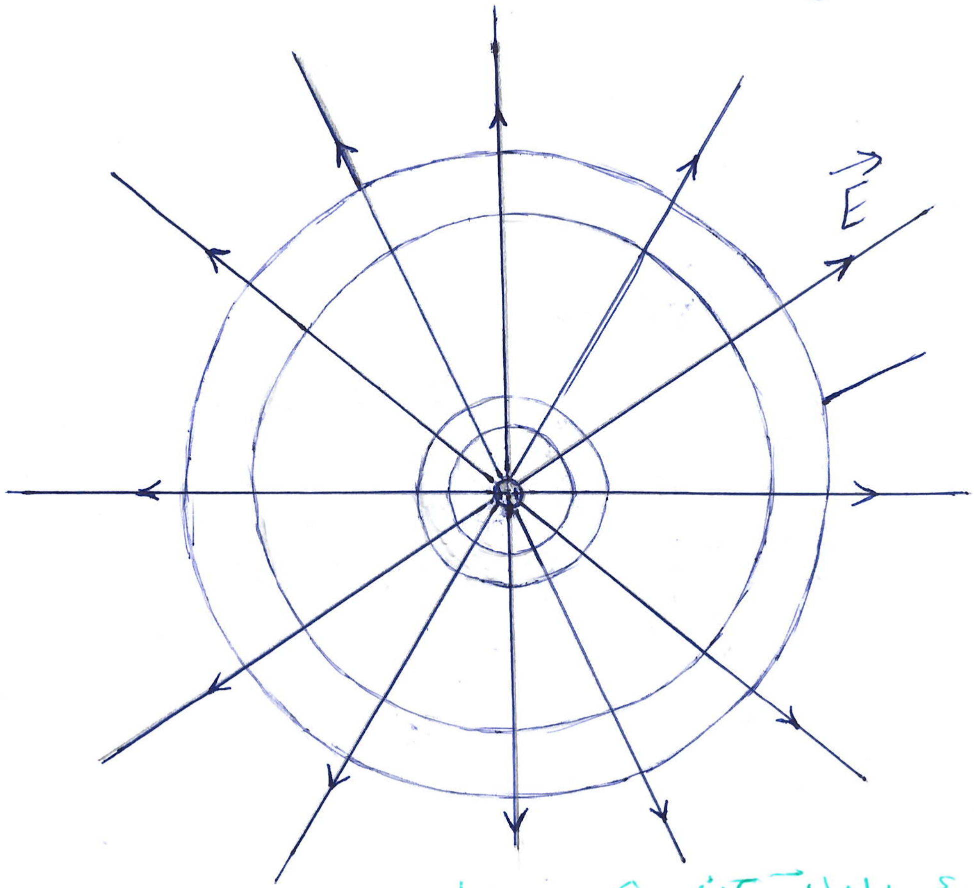
Equipotential surfaces

- نطلق على المحل الهندسي للنقاط التي لها نفس الكمون "السطح المتساوي الكمون" وبالتالي فإنه عند تحريك شحنة من نقطة إلى أخرى على سطح متساوي الكمون لا نحتاج لبذل أي عمل لأن فرق الكمون بين نقطتين الانتقال على السطح معدوم أي إن:

$$dV = -\vec{E}\cdot\vec{dl} = 0 \quad (6-4)$$

- وبما أن $\vec{E}$ و $\vec{dl}$ مختلفان عن الصفر نستنتج من العلاقة السابقة أن $\vec{E}$ لابد أن يكون عمودياً على الانتقال $\vec{dl}$، أي أن سطح تساوي الكمون يكون عمودياً على خطوط القوى الكهربائية. فإذا كان الحقل منتظماً فإن هذه السطوح تكون عبارة عن مستويات

عمودية على الحقل. أما سطوح تساوي الكمون ((الجهد)) الناتجة خارج ناقل كروي مشحون بكثافة منتظمة فهي عبارة عن كرات متحدة المركز في مركز الكرة، أما خطوط الحقل الكهربائي فهي عبارة عن أنصاف أقطار عمودية على سطح تساوي الكمون كما يوضح ذلك الشكل (4-3).



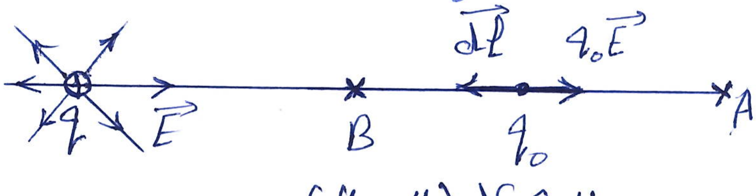
الشكل (4-3)
سطوح تساوي الكمون وخطوط الحقل الكهربائي خارج ناقل كروي مشحون بشحنة منتظمة

• الكمون الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية:

Potential of point charge

• ليكن لدينا شحنة نقطية موجبة q ونحاول حساب فرق الكمون بين النقطتين A و B الواقعتين في جوار الشحنة q وعلى استقامة واحدة للسهولة.

ولنفرض أن شحنة اختبار نقطية q_0 تتحرك من A إلى B كما هو موضح بالشكل (4-4)



الشكل (4-4)

• يتضح من الشكل السابق أن $\vec{E}$ متجه نحو اليمين بينما $\vec{dl}$ متجه نحو اليسار (في اتجاه الحركة) وبالتالي يكون لدينا:

$$\vec{E}\cdot\vec{dl} = E\cdot dl\cdot\cos 180^\circ = -E\cdot dl$$

ويمكن باعتبار أن الإزاحة ($\vec{dl}$) بعكس اتجاه زيادة نصف القطر r فإن:

$$dl = -dr \quad \text{و} \quad \vec{E}\cdot\vec{dl} = E\cdot dr$$

بالتعويض في العلاقة (4-4) نجد:

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl} = -\int_{r_A}^{r_B} E\cdot dr \qquad (7-4)$$

بالتعويض عن E بقيمته من العلاقة (2-4) المتعلقة بالحقل المتولد عن شحنة نقطية نجد:

$$V_B - V_A = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right] \qquad (8-4)$$

وبأخذ قيمة $A = \infty$ أي ($V_A = 0$) في هذه النقطة فتؤول العلاقة السابقة إلى علاقة تعطي الكمون عند أية نقطة تبعد مسافة r عن الشحنة:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r} \qquad (9-4)$$

تبين هذه العلاقة بشكل واضح أن سطوح تساوي الكمون لشحنة نقطية معزولة هي عبارة عن سطوح كروية مركزها الشحنة نفسها.

• الكمون المعطى بالعلاقة السابقة (4-9) موجب أو سالب وذلك حسب إشارة الشحنة q.

• الطاقة الكامنة U لشحنة الاختبار q_0 التي تقع على مسافة r من الشحنة النقطية q تعطى بالعلاقة:

$$U = q_0 \cdot V = \frac{K q_0 q}{r} \quad \text{و} \quad U = 0 \quad \text{من أجل} \quad r = \infty \qquad (4\text{-}10)$$

تمرين 2: ما هو الكمون الكهربائي على مسافة $r = 0{,}529 \times 10^{-10}$ من البروتون (هذه المسافة هي المسافة الوسطية بين البروتون والالكترون في ذرة الهيدروجين).

b) ما هي الطاقة الكامنة للإلكترون الذي يقع على نفس المسافة السابقة وكذلك البروتون.

الحل: a) يعطى الكمون الكهربائي بالعلاقة (4-9) فنجد:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r} = \frac{(9 \times 10^{9})(1.6 \times 10^{-19})}{0{,}529 \times 10^{-10}} = 27{,}2 \ V$$

b) من العلاقة (4-10) نحسب مباشرة الطاقة الكامنة الكهربائية:

$$U = q_0 \cdot V = (-e)(27{,}2) = -27{,}2 \ eV$$

ملاحظة 1: من المعروف أن الإلكترون يملك طاقة حركية في ذرة الهيدروجين تساوي: $13{,}6 \ eV$ وبالتالي فإن الطاقة الكلية للإلكترون في الذرة:

$$13{,}6 \ eV - 27{,}2 \ eV = -13{,}6 \ eV$$

هذه الطاقة هي الطاقة اللازمة لكي يتحرر الالكترون من ذرة الهيدروجين من الذرة أي $13{,}6 \ eV$ والتي تسمى طاقة التأين.

ملاحظة 2: $1 \ eV = 1{,}6 \times 10^{-19} \ C \cdot V = 1{,}6 \times 10^{-19} \ J$

تمرين 3: في الانشطار النووي، إذا اقتحمت ذرة يورانيوم U^{235} نتروناً، فإنه تنشطر إلى ذرتين خفيفتين نسبياً. في بعض الأحيان يمكن أن تكون الذرتان هما ذرة الباريوم (ذات الشحنة $56e$) وذرة الكربتون (ذات الشحنة $36e$)

إذا اعتبرنا أن هذين النيكليونين عبارة عن شحنتين نقطتين موجبتين تفصل بينهما مسافة $r = 14,6 \times 10^{-5}\,m$ والمطلوب حساب الطاقة الكامنة لهذه الجملة المكونة من النكليونين مقدرة بالإلكترون - فولط.

الحل: بتطبيق العلاقة (4-10) نجد:

$$U = \frac{K q_1 q_2}{r} = \frac{K(56e)(36e)}{r} = e\,\frac{Ke(56)(36)}{r}$$

$$= e\,\frac{(9\times10^{9})(1,6\times10^{-19})(56)(36)}{14,6\times10^{-15}}$$

$$= e(1,99\times10^{8}\,V) = 199\ MeV$$

ملاحظة: المسافة r أخذت مساوية تقريباً لمجموع نصفي قطري النكليونين.

بعد الانشطار فإن النكليونين يتباعدان عن بعضهما بسبب القوة الكهربائية الساكنة التدافعية. حيث تتصرف الطاقة الكامنة السابقة 199 MeV على شكل طاقة حركية ومن ثم طاقة حرارية. نتيجة هذا الانشطار فإننا نحصل أيضاً على نيترونين أو ثلاثة والتي بدورها تتفاعل مع ذرات يورانيوم أخرى مما يؤدي إلى انشطارات أخرى، وهذا ما يسمى بالتفاعل المتسلسل. وفي كل انشطار من هذه الانشطارات نحصل على ما يقارب 200 MeV بشكل وسطي.

• الكمون الكهربائي المتولد عن مجموعة من الشحنات النقطية:

• باعتبار أن الكمون مقدار سلمي، موجب إذا كانت الشحنة التي تولده موجبة، وسالب إذا كانت الشحنة التي تولده سالبة، فلحساب الكمون الكلي المتولد، في نقطة معينة بجوار مجموعة من الشحنات، نحسب الكمون المتولد عن كل شحنة كما لو كانت موجودة بمفردها، ثم نجمع هذه الكمونات جمعاً جبرياً فنحصل بذلك على العلاقة التالية:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_n = \sum_{i=1}^{n} V_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{K q_i}{r_i} \quad \ldots(11\text{-}2)$$

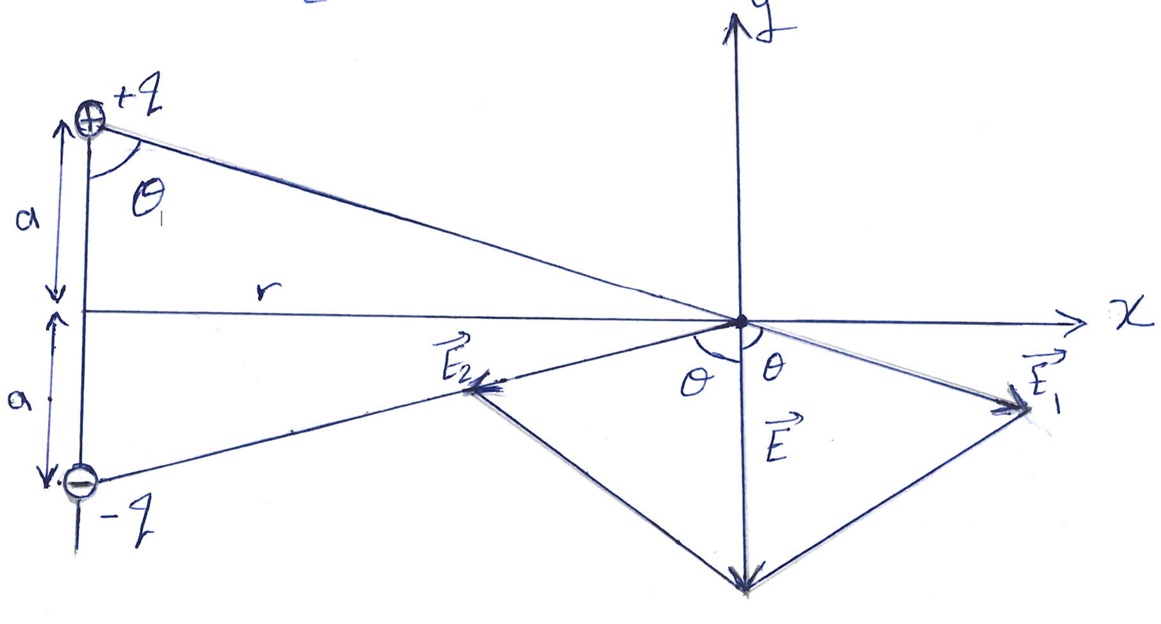
حيث : $i = 1, 2, \ldots, n$

• ثنائي الأقطاب الكهربائي :

تمرين : لتكن لدينا شحنتان متماثلتان في المقدار ومختلفتان في الإشارة $(+q)$ و $(-q)$ تفصل بينهما مسافة صغيرة جداً مقدارها $(2a)$. والمطلوب حساب شدة الحقل الكهربائي عند نقطة تقع على العمود المنصف للمسافة بين الشحنتين وتبعد مسافة r عن نقطة المنتصف.

الحل : الحقل الكهربائي الناتج عن ثنائي الأقطاب الكهربائي يكون مساوياً : محصلة الحقلين $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ الناتجتين عن الشحنتين q_1 و q_2 على الترتيب كما هو موضح بالشكل (13-2) ويكون مساوياً :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$



الشكل (13-2)

ثنائي الأقطاب الكهربائي

ويكون لدينا حسب العلاقة (4-2) :

$$E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{(a^2+r^2)}$$

ويتضح من الشكل أن مركبتي محصلة الحقلين على محوري الاحداثيات :

$$E_x = 0 \quad \text{و} \quad E_y = 2E_1 \cos\theta$$

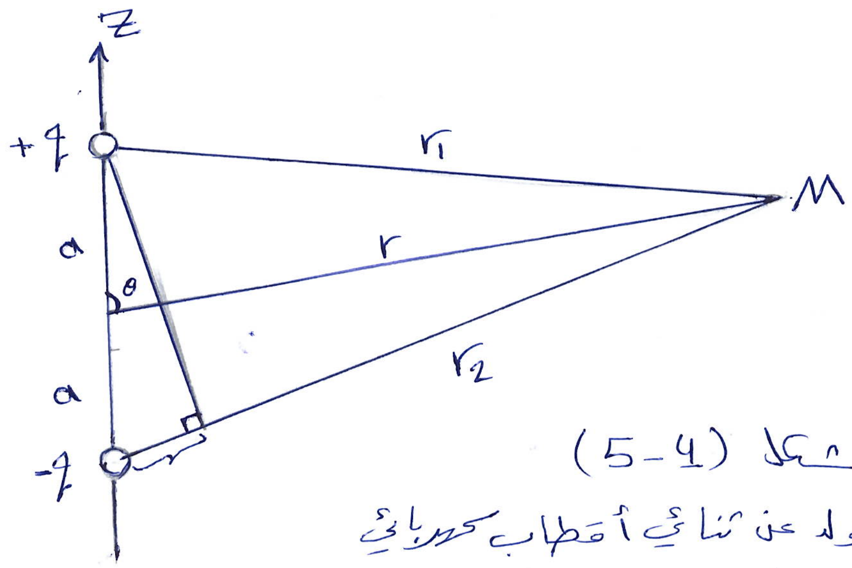
حيث $\cos\theta = \dfrac{a}{(a^2+r^2)^{1/2}}$

فيكون الحقل الناتج :

$$E = E_y = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0(a^2+r^2)} \cdot \frac{a}{(a^2+r^2)^{1/2}} = \frac{2qa}{4\pi\varepsilon_0(a^2+r^2)^{3/2}}$$

واتجاه $\vec{E}$ هو باتجاه Y السالب أي $(-j)$.

تمرين : لتكن الشحنتين $(+q$ و $-q)$ تفصل بينهما مسافة صغيرة $2a$،
احسب الكمون المتكون عن هذا الثنائي في نقطة ما (M) والتي احداثياتها
القطبية r و θ كما هو موضح بالشكل (4-5)



الشكل (4-5)
الكمون المتولد عن ثنائي أقطاب كهربائي
في النقطة M

الحل: بتطبيق العلاقة (4-11) نجد :

$$V = \sum V_i = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{r_1} + \frac{(-q)}{r_2}\right]$$

$$= K q \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$$

إذا كان لدينا $(r >> a)$ فمن خلال الشكل السابق نجد بتقريب معين أن :

$$r_2 - r_1 = 2a\cos\theta \quad , \quad r_1 . r_2 \approx r^2$$

بالتعويض في العلاقة السابقة نجد :

$$V = Kq . \frac{2a\cos\theta}{r^2}$$

نستنتج من العلاقة السابقة أن V يساوي الصفر في المستوي الذي تكون فيه $(\theta = 90°)$، كما أن V يكون أعظمياً موجباً عندما $(\theta = 0)$ ويأخذ قيمة سالبة عظمى من أجل $(\theta = 180°)$.

- إيجاد الحقل الكهربائي من الكمون :

Finding The Electric Field from The potential.

- إذا أمكننا معرفة الكمون، نستطيع حساب الحقل الكهربائي المتعلق به لنعتبر انتقالاً صغيراً في حقل كهربائي كيفي $\vec{E}$. التغير في الكمون يكون :

$$dV = -\vec{E} . \vec{d\ell} = -E_\ell . d\ell \quad (4-12)$$

حيث : E_l : تمثل مركبة $\vec{E}$ الموازية للانتقال ، إذن :

$$E_l = \frac{-dv}{dl} \qquad (13-4)$$

• إذا كان هذا الانتقال عمودياً على الحقل الكهربائي فإن الكمون لا يتغير .

• التغير الأكبر في الكمون يحصل عندما يكون الانتقال $\vec{dl}$ وفق اتجاه الحقل $\vec{E}$.

• الحقل الذي يتجه في اتجاه التغير الأكبر للتابع السلمي ويملك طويلة مساوية إلى مشتق هذا التابع بالنسبة للمسافة في هذا الانتقال يسمى تدرج التابع .

• الحقل الكهربائي $\vec{E}$ هو التدرج السالب لهذا الكمون V .

• إذا كان الكمون يتعلق فقط بالمتحول X ، فإنه لا يتغير أثناء الانتقال في الاتجاهين Y ، Z ، وبالتالي فإن $\vec{E}$ يجب أن يكون فقط وفق المحور X . من أجل الانتقال في اتجاه x ، فإن $\vec{dl} = dx.\vec{i}$ وبالتالي المعادلة (4_12) تصبح :

$$dV(x) = -\vec{E}\,\vec{dl} = -\vec{E}\,dx.\vec{i} = -E_x.dx$$

وبالتالي فإن :

$$E_x = -\frac{dV(x)}{dx} \qquad (14-4)$$

• بشكل مماثل ، فإنه من أجل توزع كروي متناظر للشحنة ، فإن الكمون تابع فقط للمسافة الشعاعية r . وكما رأينا فإن الانتقال بشكل عمودي على هذه المسافات الشعاعية لا تغير في الكمون $V(r)$ (سطح تساوي الكمون) ، وبالتالي فإن الحقل الكهربائي يجب أن يكون شعاعياً (أو نصف قطري) . الانتقال وفق الاتجاه الشعاعي حيث يكون لدينا :

$\vec{dl} = dr.\vec{r}$ وبالتالي المعادلة (4_12) تعطي أن نكتب :

$$dV(r) = -\vec{E}.\vec{dl} = -\vec{E}.dr.\vec{r} = -E_r.dr$$

وبالتالي :

$$E_r = -\frac{dV(r)}{dr} \quad (15-4)$$

انطلاقاً من العلاقة الأخيرة نلاحظ أنه بمعرفة أحد المقدارين الكمون أو الحقل في منطقة معينة من الفراغ فإنه يمكن استخدام المعادلة (15-4) لحساب الآخر.

تمرين : أوجد الحقل الكهربائي من أجل كمون كهربائي $V(x)$ معطى بالعلاقة التالية

$$V(x) = 100V - (25\, V/m)X$$

الحل: نلاحظ أن تابع الكمون يتعلق فقط بالمتحول x وبالتالي فإن الحقل الكهربائي ينتج بتطبيق العلاقة (14-4) فنجد

$$\vec{E} = -\frac{dV}{dx}\vec{i} = +(25\, V/m)\vec{i}$$

العلاقة العامة بين الحقل $\vec{E}$ و V :

General Relation between $\vec{E}$ and V:

شعاعياً تدرج التابع V يكتب $\overrightarrow{grad}\, V$ هذا يعني أن :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V \quad (16-4)$$

بشكل عام يمكن أن يتعلق تابع الكمون بكل من x و y و z . المركبات الديكارتية للحقل الكهربائي مرتبطة بالمشتقات الجزئية للكمون على الترتيب: x و y و z حيث تكون المتحولات الأخرى ثابتة . فمثلاً المركبة وفق x للحقل الكهربائي تعطى بالعلاقة التالية :

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad (a-17-4)$$

بشكل مشابه، المركبات وفق y و z الحقل الكهربائي المتعلقة بالكمون تعطى بالعلاقات التالية :

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad (b-17-4)$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad (c-17-4)$$

المعادلة (4-16) في الاحداثيات الديكارتية تصبح :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V = -\left[\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right] \quad (4-18)$$

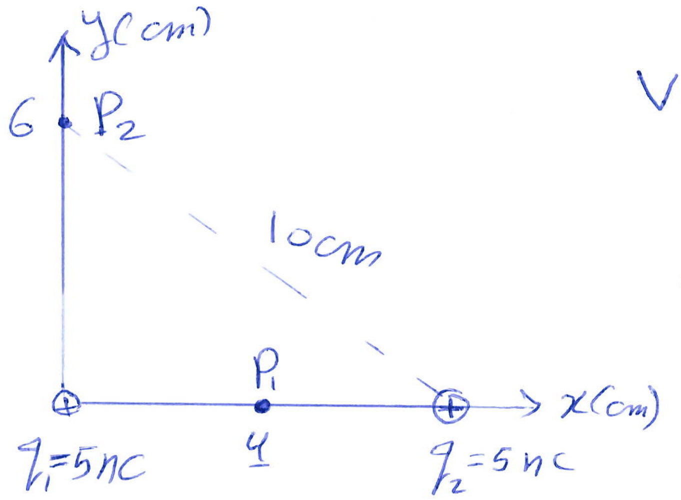
تمرين :

لتكن الشحنتان النقطيتان $+5nC$ على المحور x ، احداهما في المبدأ والاخرى عند $x = 8\,cm$ أوجد الجهد عند

a) النقطة P_1 على المحور x عند $x = 4\,cm$.

b) " P_2 " " y عند $y = 6\,cm$.

الحل:



$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=n}^{n}\frac{q_i}{r_i}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right)$$

لدينا $r_1 = r_2 = 4\,cm$

$q_1 = q_2 = 5\times10^{-9}\,C$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{2q}{r} = \frac{9\times10^{9}\times2\times5\times10^{-9}}{4\times10^{-2}} \simeq 2250\,V$$

$$b)\; V = \frac{9\times10^{9}\times5\times10^{-9}}{0{,}06} + \frac{9\times10^{9}\times5\times10^{-9}}{0{,}10} \simeq 1200\,V$$