كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : تحليل عقدي ومتجهي

المحاضرة : الرابعة /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

الجداء الاتجاهي المضاعف: $(\vec{A}\cap\vec{B})\cap\vec{C}$ يحسب بطريقتين:

1) الطريقة الأولى: هي إجراء الجداء الخارجي للشعاعين:

$\vec{A}\cap\vec{B}=\vec{D}$

ثم الناتج يضرب خارجيا بـ $\vec{C}$

$(\vec{A}\cap\vec{B})\cap\vec{C}\neq\vec{A}\cap(\vec{B}\cap\vec{C})$

2) الطريقة الثانية: علاقة هيبي

$(\vec{A}\cap\vec{B})\cap\vec{C}=(\vec{A}*\vec{C})\vec{B}-(\vec{B}*\vec{C})\vec{A}$

$\vec{A}\cap(\vec{B}\cap\vec{C})=(\vec{A}*\vec{C})\vec{B}-(\vec{A}*\vec{B})\vec{C}$

مثال:

$\vec{A}=(2,-1,3)$

$\vec{B}=(1,-1,5)$

$\vec{C}=(1,2,-3)$

b.1: $\vec{A}\cap(\vec{B}\cap\vec{C})$

$$\vec{B}\cap\vec{C}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\1&-1&5\\1&2&-3\end{vmatrix}=-7\vec{i}+8\vec{j}+3\vec{k}=\vec{D}$$

$$\vec{A}\cap\vec{D}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\2&-1&3\\-7&8&3\end{vmatrix}=-27\vec{i}+27\vec{j}+9\vec{k}$$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

ط٤: نطبق العلاقة (2) ص٨ ..... $\vec{A}*\vec{C}$ هو مبلغ ـــ لـ

$\vec{A}*\vec{c} = x_A x_c + y_A y_c + z_A z_c$

$= 2 - 2 - 4 = -9$

$\vec{A}*\vec{B} = 2 + 1 + 15 = 18$

$\vec{A}\wedge(\vec{B}\wedge\vec{C}) = -9\vec{B} - 18\vec{c}$

$= -9(1,-1,5) - 18(1,2,-3)$

$= -27i - 27j + 9kj$

فواصل الجداءات:

1) الشرط اللازم والكافي للوقوع 4 نقاط في مستوي واحد هو أن ..... تركب من هذه النقاط ثلاث متجهات واقعة في مستوي واحد.

2) الشرط اللازم والكافي للوقوع ثلاث أشعة في مستوي واحد ..... هو أن يكون جداء مختلط أحد هذه الأشعة الصفر $(\vec{a}+\vec{b})\wedge\vec{c} = 0$

3) الشرط اللازم والكافي يكون متجهات $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ مرتبطة خطياً هو أن ..... يكون أحد جداء المختلط يساوي الصفر.

4) إذا كانت النقاط ..... $M_1(x_1,y_1,z_1)$

$M_2(x_2,y_2,z_2)$

$M_3(x_3,y_3,z_3)$

$M_4(x_4,y_4,z_4)$

في الفراغ ٥ الشرط اللازم والكافي لوقوعها في مستوي واحد هو:

$$\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \\ x_4-x_1 & y_4-y_1 & z_4-z_1 \end{vmatrix} = 0$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال: اثبت أن النقاط الاربعة التالية تقع في مستوى واحد
A(1,6,5) B(7,-18,2) C(3,-2,4) D(4,4,9)

الحل:

$\overrightarrow{AB}$ (6, -24, -3)

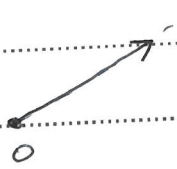
$\overrightarrow{AD}$ (3, -2, 4) $\Rightarrow$

$\overrightarrow{AC}$ (2, -8, -1)

$$\begin{vmatrix} 6 & -24 & -3 \\ 2 & -8 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

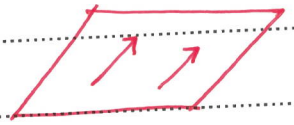
أنواع المتجهات:

١- المتجه المقيد: هو المتجه الذي يعين جميع عناصره (المبدأ، الحامل، الطويلة، الجهة)



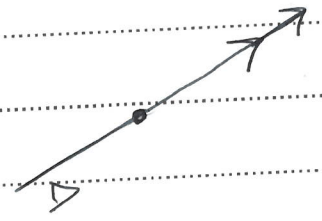
٢- المتجه الحر (الطليق):

هو المتجه مبدأ وحامله غير معينين (يمكن إزاحته في أي مكان في مستوه)



٣- المتجه المنزلق:

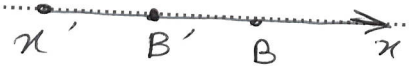
هو المتجه الذي مبدأه غير معين على حامله (يمكن إزلاقه بحرية على حامله)



TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

التوجيه:

١- توجيه المستقيم: يكفي اختيار اتجاه على المستقيم لنعتبره اتجاهاً موجباً حينئذٍ نشير إليه بالسهم



نقول: إذا تحركت النقطة B من x إلى x' نقول أنها تحركت بالاتجاه الموجب.

" " " " " " x' إلى x " " " " " السالب.

القيمة الجبرية للقطعة المستقيمة [BA]

نرمز له بـ $\overline{BA}$ وهو العدد الجبري الذي قيمته المطلقة هي قيمة القطعة المستقيمة BA

وتكون إشارته موجبة إذا كان اتجاه من بداية القطعة إلى نهايتها

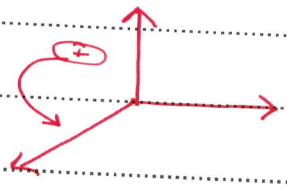
موافق لاتجاه الموجب وتكون الإشارة سالبة وبالعكس.

٢- توجيه المستوي

ليكن اختيار جهة الدوران عندما يقترب اتجاه موجب عكس عقارب الساعة

توجيه الفراغ: يعني ذلك باختيار توجيه الدوران حول محور في هذا الفراغ

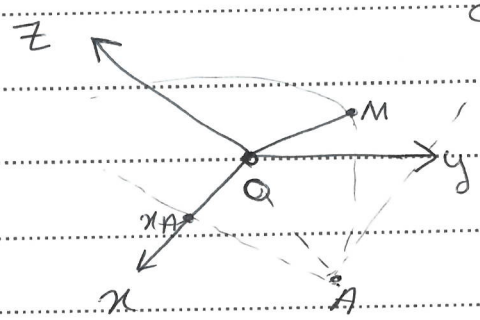
أحد الاتجاهين موافق وفق الاتجاه الموجب للمحور



TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

في الفراغ $\mathbb{R}^3$ ديكارتياً:

لتكن M نقطة معلومة من الفراغ



$$\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{OB}$$
$$= x_A\vec{i} + y_A\vec{j} + z_B\vec{k}$$

2) الاسطوانية:

نقوم بالخطوات نفسها كما في الطريقة الديكارتية ولكن هنا نفترض الجملة $OXYZ$ قائمة ونعين A في مستوي OXY بإحداثيات القطبية (ρ, θ) باعتبار OX هو الخط القطبي الأصلي وبالتالي نعين M بالطريقة الآتية:

$\rho = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$	$x = \rho\cos\theta$
$\theta = \arctan\frac{y}{x}$	$y = \rho\sin\theta$
$z = z$	$z = z$

الانتقال من كروية إلى ديكارتية:

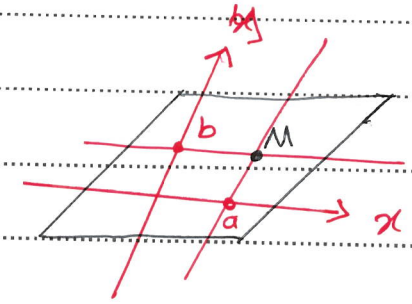
$\rho = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$	$x = \rho\sin\varphi\cos\theta$
$\varphi = \arctan\frac{\sqrt{y^2+x^2}}{z}$	$y = \rho\sin\varphi\sin\theta$
$\theta = \arctan\frac{y}{x}$	$z = \rho\cos\varphi$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

تعيين نقطة في المستوي:

1) الطريقة الديكارتية:



لتكن M نقطة مفروضة في المستوي نرسم محورين $\vec{ox}$ ، $\vec{oy}$ نرمز لواحدي المحورين بالمتجهتين $\vec{i}$ ، $\vec{j}$ ثم نشأ من M موازيين للمحورين يقطعانهما بـ a ، b

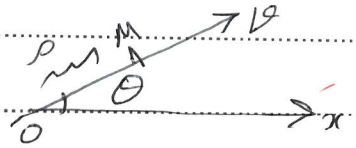
$$\vec{oM} = \vec{oa} + \vec{ob}$$

$$= a\vec{i} + b\vec{j}$$

a: فاصلة ، b: ترتيبة

2) طريقة قطبية:

لتكن M نقطة مفروضة في المستوي لتعيين هذه النقطة O ثابتة (القطب) نرسم من النقطة O محور المحور $\vec{ox}$ يتشكل محور يمر من O و M ولتكن $\vec{oM}$ هذا لتحديد موضع نقطة M يكفي معرفة $\theta = (\vec{ox}, \vec{oM})$ والفاصلة $\rho = \vec{ON}$



نسمي (ρ, θ) بالإحداثيات القطبية للنقطة M

نرمز لها بالشكل $M(\rho, \theta)$ العلاقة بين الإحداثيات القطبية و الديكارتية

$$\rho = \sqrt{a^2+b^2}, \quad \theta = \arctan\frac{b}{a}$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\rho \geq 0$$

$$x = \rho\cos\theta, \quad y = \rho\sin\theta$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z