كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : معادلات تفاضلية

المحاضرة : الحادية عشر /نظري/

الجملة التفاضلية غير الخطية: هي عبارة عن عدة تناسبات من الشكل:

$$\frac{dx}{P_1(x,y,z)} = \frac{dy}{P_2(x,y,z)} = \frac{dz}{P_2(x,y,z)}$$

وهي جملة من المرتبة الثانية لعدد النسب لكن أقل بـ 1 (جملة تناظرية)

مثال:

$$\frac{dx}{y^3 z} = \frac{dy}{x^3 z} = \frac{dz}{x z y^3}$$

الحل:

$$\frac{dx}{y^3 z} = \frac{dy}{x^3 z}$$

$$x^3 dx = y^3 dy$$

$$\frac{x^4}{4} - \frac{y^4}{4} = c_1 \quad : \psi_1$$

من (1) و (3)

$$\frac{dx}{y^3 z} = \frac{dz}{x y^3} = \frac{dx}{z} = \frac{dz}{x}$$

$$\psi_2 : \frac{x^2}{2} - \frac{z^2}{2} = c_2$$

يجب أن تكون ψ_1 و ψ_2 مستقلان حتى قيم لتم متولها مشابهة حل للجملة

$$\frac{D(\psi_1, \psi_2)}{D(x,y)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial \psi_1}{\partial x} & \frac{\partial \psi_2}{\partial x} \\ \frac{\partial \psi_1}{\partial y} & \frac{\partial \psi_2}{\partial y} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x^3 & x \\ -y^3 & 0 \end{vmatrix} = xy^3 \neq 0$$

ψ_2 , ψ_1 مستقلان

مثال:

$$\frac{dx}{xy} = \frac{dy}{y^2} = \frac{dz}{xyz - x^2z}$$

$$\frac{dx}{xy} = \frac{dy}{y^2} = \frac{dx}{x} = \frac{dy}{y}$$

$$\varphi_1 : \ln x - \ln y = c_1 \qquad \ln\left(\frac{x}{y}\right) = c_1$$

$$\frac{dz}{xz[y-x]} = \frac{dy - x}{y[y-x]}$$

$$\frac{dz}{z} = c_2 \, \frac{dy - x}{}$$

$$\ln z - c_2[y-x] = c_3$$

$$\Rightarrow \varphi_2 : \ln z - \frac{x}{y}[y-x] = c_3$$

تشكل من العدد اللغوي من φ_1 و φ_2 مستقل معادلة تفاضلية جزئية.

هي معادلة تفاضلية تحوي على تابع ح ومتحولين مستقلين x و y أو أكثر والمشتقات الجزئية لهما

شكل المعادلة:

$$\phi\left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial z^2}{\partial x^2}, \frac{\partial z^2}{\partial y^2}, \frac{\partial z^2}{\partial x \partial y}\right) = 0$$

تسمى المعادلة التفاضلية الجزئية الخطية.

إذا كانت لا تحوي على قوى أو جداءات المشتقات الجزئية

تحدد مرتبة معادلة تفاضلية الجزئية بأعلى أكبر مشتقات الجزئية

$$\frac{\partial z}{\partial x} = p \quad , \quad \frac{\partial z}{\partial y} = q$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = r \quad , \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = s$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = t .$$

تشكيل المعادلات التفاضلية الجزئية :

إن تشكيل المعادلة الجزئية المعادلة جبرية يعني ايجاد علاقة على قول على وسطاء اختيارية (ثوابت وتوابع اختيارية) والحصول عليها من اشتقاق العلاقات الجبرية جزئياً بالنسبة للمتحولات عدداً من المرات يكفي لحذف الوسطاء.

المعادلات التفاضلية الجزئية الخطية ذات المرتبة الأولى (معادلة لاغرانج) شكلها

$$P(x,y,z)\,p + Q(x,y,z)\,q = R(x,y,z)$$

نظرية :

إن الحل العام للمعادلة لاغرانج هو تابع اختياري F تابع لتابعين معلومين (U, V) في حل الجملة لها

$$\frac{dx}{P(x,y,z)} = \frac{dy}{Q(x,y,z)} = \frac{dz}{R(x,y,z)} \qquad \begin{aligned} U(x,y,z) &= a \\ V(x,y,z) &= b \end{aligned}$$

مثال:

حل معادلة $xq - yp = 0$

حل تشكل المعادلة مساعدة:

$$\frac{dx}{-y} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{0}$$

من نسبة ثالثة نجد $\varphi_1 : z = c_1$

$$\frac{dx}{-y} = \frac{dy}{x}$$

$$\varphi_2 = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = c_2$$

نعوض

$$\frac{D(\varphi_1, \varphi_2)}{D(x, z)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} & \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi_1}{z} & \frac{\partial \varphi_2}{z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & x \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -x \neq 0$$

φ_1 و φ_2 مستقلان

حل معادلات الجزئية تابع كيفي للتابع

$$F\left(z, \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2}\right) = 0$$