كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : معادلات تفاضلية

المحاضرة : التاسعة /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

القسم: فيزياء — السنة: الثانية

المادة: معادلات تفاضلية — نظري 9

إيجاد الحل الخاص للمعادلة غير متجانسة عندما $R(x)=Ae^{ax}$ الحل الخاص هو:

$$y=\frac{1}{F(D)}Ae^{ax}=\frac{Ae^{ax}}{F(a)}\quad ;F(a)\neq 0$$

أي a ليس جذر للمعادلة مميزة لو كان $F(a)=0$ أي a جذر مكرر S مرة

$$\Rightarrow F(D)=(D-a)^S H(D) \Rightarrow y_p=\frac{1}{(D-a)^S}\frac{1}{H(D)}Ae^{ax}$$

$$=\frac{A}{H(a)}\cdot\frac{1}{(D-a)^S}e^{ax}=\frac{A}{H(a)}\cdot\frac{x^S}{S!}e^{ax}$$

عندما $R(x)=A\cos ax$

$$y_p=\frac{1}{F(D^2)}A\cos ax=\frac{A}{F(-a^2)}\cos ax$$

شيء لتأكد $F(-a^2)=0$ عندما a جذر لكثير الحدود المميزة $\Leftarrow P(-a^2)=0$ وهنا

$$F(D^2)=(D^2+a)^S H(D^2)\Rightarrow y_p=\frac{A}{H(-a)^2}\cdot\frac{x^S}{S!}\cos ax$$

ملاحظة: يمكن الحل بالطريقة السابقة عن طريق وسائر أذكى وذلك في حالة كون أحد جذور المعادلة مميزة

مثال: $D^2(D-2)^3y=48e^{2x}$

معادلة مميزة $D^2(D-2)^3=0$ أي $D=0$ جذر مرتين و $D=2$ جذر مكرر 3 مرات

$$y_h=c_1+c_2x+(c_3+c_4x+c_5x^2)e^{2x}$$

إيجاد الحل الخاص:

$$y_p=\frac{1}{D^2(D-2)^3}=48e^{2x}$$

$$=\frac{48}{4}\cdot\frac{1}{(D-2)^3}e^{2x}$$

$$=12\cdot\frac{x^3}{3!}e^{2x}=2x^3e^{2x}$$

الحل العام $y=y_h+y_p$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال

$(D^3-1)y = \sin x$

المعادلة المميزة:

$D^3-1=0$

$(D-1)(D^2+D+1)=0$

اما $D=1$

او: $D^2+D+1 \Rightarrow \Delta = b^2-4ac = 1-4(1)(1)$

$= 1-4 = -3$

$D = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ او $D = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$

$y_h = c_1 e^x + e^{-\frac{1}{2}x}\left[c_2 \cos\frac{\sqrt{3}}{2}x + c_3 \sin\frac{\sqrt{3}}{2}x\right]$

اما الحل الخاص:

$y_p = \frac{1}{D^3-1}\sin x = \frac{1}{D\cdot D^2-1}\sin x = \frac{1}{-D-1}\sin x$

$= -\frac{1}{D+1}\sin x = \frac{-D-1}{D^2-1} = \frac{D-1}{-1-1}\sin x$

$= \frac{1}{2}(D-1)\sin x$

$= \frac{1}{2}[\cos x - \sin x] \Rightarrow y = y_h + y_p$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z