كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : معادلات تفاضلية

المحاضرة : الثامنة /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

طريقة البقتشي إذا كان طرف الثاني كثير حدود من الدرجة n :

$R(x) = e^{ax}[a_n x^n + a_n x^{n-1} + \dots a_0]$

نبحث عن حل خاص من الشكل :

$y = e^{ax} x^s [A_n x^n + A_{n-1} x^{n-1} + \dots A_0]$

حيث a هذر المعادلة المميزة مكرر s مرة

$y^4 + 4y'' = 4x + 7$

المعادلة :

الحل:

$m^4 + 4m^2 = 0$

$m^2[m^2 + 4] = 0$

$m = 0$ مضاعف مكرر مرتين

أي $m = \pm 2i$

$\Rightarrow y = c_1 + c_2 x + c_3 \cos 2x + c_4 \sin 2x$

نبحث عن الحل الخاص $y_p = x^2[Ax + B]$

$y_p = Ax^3 + Bx^2$

$0x$	$y = Ax^3 + Bx^2$
$0x$	$y' = 3Ax^2 + 2Bx$
$4x$	$y'' = 6Ax + 2B$
$0x$	$y''' = 6A$
$1x$	$y'''' = 0$

TEL:0931497960 - (جامعة طرطوس) كلية العلوم - A to Z مكتبة

$24Ax + 8B = 4x + 7$

$24A = 4 \Rightarrow A = \frac{1}{6}$

$8B = 7 \Rightarrow B = \frac{7}{8}$

$y_b = \frac{1}{6}x^3 + \frac{7}{8}x^2$

$y = y_n + y_b$

مثال:

$y'' - 4y = e^{2x}(x^2 + 1)$

$m^2 - 4 = 0$

$(m-2)(m+2) = 0$

$m = -2$ أو $m = 2$

$y_n = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}$

لإيجاد y_p يتبع الجدول التالي:

$y_p = xe^{2x}[Ax^2 + Bx + C]$

$y_p = e^{2x}[Ax^3 + Bx^2 + Cx]$

$4x$	$y = e^{2x}[Ax^3 + Bx^2 + Cx]$
$0x$	$y' = 2e^{2x}[Ax^3 + Bx^2 + Cx] + e^{2x}[3Ax^2 + 2Bx + C]$
$1x$	$y'' = 4e^{2x}[Ax^3 + Bx^2 + Cx] + 2e^{2x}[3Ax^2 + 2Bx + C] + 2e^{2x}[3Ax^2 + 2Bx + C] + e^{2x}[6Ax + 2B]$

$-4A + 4A = 0$

$-4B + 4B + 6A + 6A = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{12}$

$-4C + 4C + 4B + 4B + 6A = 0 \Rightarrow 8A = -\frac{6}{12} \Rightarrow B = -\frac{1}{16}$

$2C+2C+2B=1 \Rightarrow 4C=1-2\left(\frac{-1}{16}\right) \Rightarrow C=\frac{9}{32}$

$y_p = e^{2x}\left[\frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{16}x^2 + \frac{9}{32}x\right]$

$y = y_h + y_p$

ملاحظة مهمة: إذا كان عندنا معادلة مجموع تابعين $R_2(x) + R_1(x)$ فنعتبر عندها كأنه كأنه مجموع معادلتين

$y_1 + y_2$

y_1 حل خاص للمعادلة مع طرف $R_1(x)$

y_2 حل خاص للمعادلة مع طرف $R_2(x)$

مثال: $y''' + y'' = 6x + e^{-x}$

أولاً نحل المعادلة المتجانسة

$m^3 + m^2 = 0$

$m^2(m+1) = 0$

إما $m = 0$ جذر مكرر

أو $m = -1$

$y_h = (c_1 + c_2 x + c_3 e^{-x}$

الحل الخاص: نبحث عن

$y''' + y'' = 6x$

$y_b = [Ax + B]x^2$

$0\times$	$y_b = Ax^3 + Bx^2$
$0\times$	$y'_b = 3Ax^2 + Bx$
$1\times$	$y''_b = 6Ax + 2B$
$1\times$	$y'''_b = 6A$

$6A = 6 \Rightarrow A = 1$

$2B + 6A = 0 \Rightarrow B = -3$

$\Rightarrow y_1 = x^3 - 3x^2$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$y''' + y'' = e^{-x}$ نحل المعادلة المتجانسة

$y_2 = Axe^{-x}$

$0\ x\ 1$	$y_2 = Axe^{-x}$
$0\ x$	$y_2' = Ae^{-x} - Axe^{-x}$
$1\ x$	$y_2'' = -Ae^{-x} - [Ae^{-x} - Ax]$
$1\ x$	$y_2''' = Ae^{-x} - [-Ae^{-x} - Ae^{x}] + Axe^{-x}$

$Ae^{-x} = e^{-x} \Rightarrow A = 1$

$y_2 = xe^{-x}$

$y_p = y_1 + y_2$

$= x^3 - 3x^2 + xe^{-x}$

$y = y_h + y_p$ الحل العام لمعادلة التفاضلية

طريقة المؤثر التفاضلي

نكتب المعادلة المميزة

$R(x) = (A_n D^n + A_{n-1} D^{n-1} + \dots + A_0)\, y$

$\Rightarrow y_p = \frac{1}{A_n D^n + \dots + A_0} R(x)$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

خواص المؤثر المفاضلي :

[1] $F(D)e^{ax} = F(a)e^{ax}$

[2] $F(D^2)\cos(ax) = F(-a)\cdot\cos ax$

[3] $F(D)e^{ax}U(x) = e^{ax}F(D+a)U_x$

[4] $F(D)[R_1(x)+R_2(x)] = F(D)R_1(x)+F(D)R_2(x)$

[5] $[F_1D+F_2D]Rx = F_1DRx + F_2DRx$

[6] $[F_1(D)\cdot F_2(D)]R_x = [F_2DF_1D]Rx$

خواص المؤثر العكسي :

[1] $\frac{1}{F(D)}e^{ax} = \frac{1}{F(a)}e^{ax}$; $F(x)\neq 0$

[2] $\frac{1}{F(D_2)}\cos ax = \frac{1}{F(-a^2)}\cos ax$; $F(-a)\neq 0$

[3] $\frac{1}{F(D)}e^{ax}U_x = e^{ax}\frac{1}{F(D+a)}U_x$

[4] $\frac{1}{D}R(x) = \int R(x)\,dx$

ملاحظة :

$\frac{1}{D-a}R(x)$

على شكل $y = \frac{1}{D-a}R_x$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

4) $\frac{1}{D} R(x) = \int R(x)\,dx$

ملاحظة:

$\Rightarrow (D-a)y = R(x)$

$y' - ay = R(x)$

$y = ce^{ax} + e^{ax} \int R(x) e^{-ax}\,dx$

$\frac{1}{D-a} R(x) = e^{ax} \int R(x) e^{-ax}\,dx.$

انتهت

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z