كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : معادلات تفاضلية

المحاضرة : السادسة /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

المعادلات الخالية من y

شكلها العام:

$F(x, y', y'', \dots y^n)$

نفرض $y' = z \Rightarrow y'' = z' \dots y^n = z^{(n-1)}$ (1)

$F(x, z, z', \dots z^{(n-1)}) = 0$

مثال:

$xy'' = y'(\ln y' - \ln x)$

الحل: نفرض $y' = z$ و $y'' = z'$

$xz' = z'(\ln z - \ln x)$

نلاحظ أنو أمكن تفرض $\frac{z}{x} = u$

$\Rightarrow z = u \cdot x \Rightarrow z' = u' \cdot x + u$

نعوض

$x[u'x + u] = ux \ln u$

$u'x + u = u \ln u$

$u'x = u \ln u - u$

$\frac{du}{u[\ln u - 1]} = \frac{dx}{x}$

$\ln[\ln(u) - 1] = \ln x + c$

$\ln[\ln(\frac{z}{x}) - 1] = \ln x + c$

$\ln y' - \ln x - 1 = c_1 x$

$\ln y' - \ln x - 1 = c_1 x$

$\ln y' = \ln x + 1 + c_1 x$

$y' = x \cdot e^{c_1 x + 1}$

تكامل بالتجزئ

المعادلات الخطية ذات الأمثال الثابتة

$(3) \dots y^{(n)} = A_1 y^{(n-1)} + A_2 y^{(n-1)} + A_2 y^{(n-2)} \dots A_n y = R(x)$

$A_1, A_2, \dots A_n$ اعداد حقيقة

ملاحظة: عندما $R(x)$ يطابق 0 نقول معادلة (3) متجانسة

إيجاد الحل العام لمعادلة متجانسة:

نوجد المعادلة المميزة بوضع

y' بدل m

y'' بدل m^2

y^n بدل m^n

y بدل m^0

نميز حالات:

1) لما m حل بسيط ← يعطينا حل خاص $y_1 = c_1 e^{m_1 x}$

2) لما m حل مضاعف (مكرر) ← يعطينا حلين خاصين $y = (c_1 + c_2 x) e^{mx}$

3) عندما $m = \alpha + i\beta$ حل عقدي ← يعطينا حلان خاصان

$y = e^{\alpha x} [c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x]$

والحل العام للمتجانسة هي مجموع تلك الحلول الخاصة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال: حل المعادلة $y''' - 2y'' - y' + 2y = 0$

الحل: نكون معادلة مميزة $m^3 - 2m^2 - m + 2 = 0$

نكون بالتجريب لـ $m=1$ حل

نقسم على $m-1$

$$\begin{array}{r|l} m-1 & m^2 - m - 2 \\ \hline m^3 - 2m^2 - m + 2 & \\ m^3 - m^2 & \\ \hline -m^2 - m + 2 & \\ -m^2 + m & \\ \hline -2m + 2 & \\ -2m + 2 & \\ \hline 0 + 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow (m-1)(m-2)(m+1) = 0$$

$m = 0$

$m = -1$

$m = 2$

نكون الحل العام

$$y = c_1 e^{x} + c_2 e^{-x} + c_3 e^{2x}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال: $y^{(5)} - y' = 0$

نطبق مجاز ة أمثال ثابت مع معادلة مميزة

$m^5 - m = 0$

$m[m^4 - 1] = 0 \Rightarrow m[m-1][m+1][m^2+1] = 0$

إما $m = 0$

أو $m = 1$ أو $m^2 = -1$ أو $m = \pm i$

أو $m = -1$

$\alpha = 0$

$y = c_1 + c_2 e^x + c_3 e^{-x} + c_4 \cos x + c_5 \sin x$ $\quad \beta = 1$

مثال $y^6 - 3y^4 + 3y'' - y = 0$

$m^6 - 3m^4 + 3m^4 + 3m^2 - 1 = 0$

$(m^2 - 1)^3 = 0 \Rightarrow (m-1)^3 (m+1)^2$

$m = 1$ جذر ثلاث مرات

$m = -1$ جذر مرتين

$y = [c_1 + c_2 x + c_3 x^2] e^x + [c_4 + c_5 x + c_6 x^2] e^{-x}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z