كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : معادلات تفاضلية

المحاضرة : الخامسة /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

أولاً: المعادلات المحلولة بالنسبة لـ x:

الشكل العام هو $x = f(y, y') \dots ①$

نفرض $z = y' \Leftarrow$ $x = f(y, z) \dots ②$

نشتق ② بالنسبة لـ y

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} \times \frac{\partial z}{\partial y}$$

ملاحظة: $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}} = \frac{1}{z}$

$$\frac{1}{z} = \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot z'_y$$

المعادلة من المرتبة الأولى محلولة للمشتق ولها $g(y, z, c) = 0 \dots (3)$

② و ③ هو الحل الوسيطي لـ ①

مثال: $y - 3xy' - 6y^2y'^2$

أوجد الحل:

$$x = \frac{6y^2y'^2 - y}{-3y'}$$

نفرض $y' = z \Leftarrow$ نعوض: $x = \frac{6y^2z^2 - y}{-3z} \dots ④$

بالنسبة لـ y :

$$\frac{dx}{dy} = \frac{12yz^2 - 1}{-3z} + \left(-2y^2 - \frac{y}{3z^2}\right) z'y$$

$$\frac{1}{z} = \frac{12yz^2 - 1}{-3z} + y\left(\frac{-6z^2y - 1}{3z^2}\right) z'y$$

$$\frac{3}{3z} + \frac{12yz^2 - 1}{3z} = -y\,\frac{[6z^2y + 1]}{3z^2}\, z'y$$

$$= \frac{2[6yz^2 + 1]}{3z} - y\,\frac{[6z^2y + 1]}{3z^2}\,\frac{dz}{dy}$$

$$\Rightarrow 2\ln y + \ln z = c_1$$

$$\Rightarrow y^2 \cdot z = c \qquad (5)$$

4، 5 حل بسيط للمعادلة

النوع التاسع: معادلات ذات مراتب عليا (مرتبة ثانية وما فوق)

طريقة [1] معادلات للتخفيض

نوع الأول: معادلات من الشكل $f(x, y^{(n)}) = 0$

نميز حالتين [1] مشتقة لـ y^x

$$y^n = f(x) \qquad (6)$$

نكامل طرفين (6)

$$y^{n-1} = \int f(x)\,dx + c_1$$

$$y^{n-2} = \iint f(x)\,dx\,dx + c_1 x + c_2$$

$$y^{n-3} = \iiint f(x)\,dx\,dx\,dx + c_1\frac{x^2}{2} + c_2 x + c_3$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$y^{n-3} = \iiint f(x)\,dx\,dx\,dx + C_1\frac{x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$\vdots$$

$$y = \int\cdots\int f + \frac{C_1 x^{n-1}}{(n-1)} + \frac{C_2 x^{n-2}}{(x-2)} + \cdots + C_n$$

مثال

$y^4 = 16\sin 2x$

نكامل

$y''' = -8\cos 2x + C_1$

$y'' = -4\sin 2x + C_1 x + C_2$

$y' = +2\cos 2x + C_1\frac{x^2}{2} + C_2 x + C_3$

$y = \sin 2x + C_1\frac{x^3}{6} + C_2\frac{x^2}{2} + C_3 x + x_4$

[2] معلومة بالنسبة لـ x :

$x = f(y^{(n)}) \quad \ldots (7)$

نفرض $y^{(n)} = z \Rightarrow$

$x = f(z) \quad \ldots (8)$

$y^{(n)} \cdot \frac{dy^{(n-1)}}{dx} = z$

$dy^{n-1} = z\,dx \quad \ldots (9)$

من (8)

$dx = \frac{\partial F}{\partial z} f(z)$

نعوض في (9)

$y^{(n-1)} = \int z\frac{\partial F}{\partial z}dz + C_1$

نكرر العملية n مرة لنحصل على الحل.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال: $x = y'''^3 + 1$

نفرض $y''' = z \leftarrow x = z^3 + 1$ ☆

$$y''' = z \Rightarrow \frac{dy'''}{dx} = z$$

$$dy''' = z\,dx$$

من ☆ $dx = 3z^2\,dz$

$$dy''' = 3z^3 dz$$

$$y'' = \frac{3}{4}z^4 + c_1$$

$$\frac{dy'}{dx} = \frac{3}{4}z^4 + c_1$$

$$\Rightarrow dy' = \left[\frac{3}{4}z^4 + c_1\right]3z^2 dz$$

$$dy' = \left[\frac{9}{4}z^6 + 3z^2 c_1\right]dz$$

$$y' = \frac{9}{28}z^7 + c_1 z^3 + c_2$$

$$dy = \left[\frac{9}{28}z^7 + c_1 z^3 + c_2\right]3z^2 dz$$

$$dy = \left[\frac{27}{28}z^9 + 3c_1 z^5 + 3c_2 z^3\right]dz$$

$$y = \frac{27}{280}z^{10} + \frac{c_1}{2}z^6 + c_2 z^3 + c_3$$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z