كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : معادلات تفاضلية

المحاضرة : الاولى/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

(تعريف المعادلات التفاضلية):

هي معادلة تحوي تابع أو أكثر ومتحولات مستقلة ومشتقات هذه التوابع

☆ تقسم المعادلات التفاضلية إلى قسمين:

1- عادية: فيها تابع أو أكثر لمتحول واحد فقط.

2- جزئية: فيها تابع أو أكثر لمتحولين أو أكثر.

تظهر المشتقات للتوابع هنا بشكل جزئي:

$$\frac{\delta z}{\delta x} = \frac{\delta z}{\delta y}$$

☆ رتبة معادلة تفاضلية:

هي مرتبة اشتقاق لأعلى مشتق للتابع.

☆ درجة معادلة تفاضلية:

هي أعلى أس مرفوع له أعلى مشتق للتابع.

مثال 1: ليكن لدينا المعادلة التفاضلية الآتية:

$$xy'' - 3xy'^3 + y = 0$$

حدد رتبة هذه المعادلة ثم درجة هذه المعادلة؟

الحل: رتبة المعادلة هو 2، ودرجة المعادلة هو 1.

TEL:0931497960 - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - مكتبة A to Z

★ ملاحظة: يلي يعطى المرتبة هو نفسه يعطي الدرجة.

حل المعادلة التفاضلية:

نقول $y = f(x)$ حل للمعادلة التفاضلية إذا حققت المعادلة أثناء تعويضه.

★ أنواع الحلول:

1- الحل العام: إذا كان لدينا معادلة تفاضلية

$$f(x, y, y', y'', y''', \ldots, y^{(n)}) = 0 \quad \ldots (1)$$

فإن الحل العام هو علاقة

$$y = f(x, c_1, c_2, \ldots, c_n)$$

تحقق المعادلة التفاضلية (1).

2- الحل الخاص: نحصل على الحل الخاص من صيغة الحل العام بإعطاء الثوابت قيم اختيارية بما فيها $\pm\infty$.

3- الحل الشاذ: هو حل للمعادلة (1) ولكن لا ينتج من صيغة الحل العام.

4- التكامل العام: هو عبارة عن علاقة بين x, y كما في الشكل الآتي:

$$\phi(x, y, c_1, c_2, \ldots, c_n) = 0$$

تحقق المعادلة (1).

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال 2: $y'' + y = 0$ معادلة تفاضلية عادية من المرتبة الثانية حلها العام $y = c_1 \cos x + c_2 \sin x$ و $y = \cos x$ حل خاص لأنه ينتج عن صيغة الحل العام بوضع:

$c_1 = 1 , c_2 = 0$

☆ تشكيل معادلة تفاضلية إنطلاقاً من علاقة جبرية:

ليكن لدينا $f(x, y, c) = 0 \ldots (2)$ حيث x متحول مستقل و y تابع له وتحوي أيضاً ثابتاً اختيارياً وحيد يؤدي هذا أن يمكن الحصول على معادلة تفاضلية من المرتبة الأولى نشتق (2) $\Rightarrow$ $\frac{\delta f}{\delta x} + \frac{\delta f}{\delta y} y' = 0 \ldots (3)$

حيث نأخذ من (2) و (3) التحليل من الثابت.

مثال 3: ليكن لدينا المعادلة التفاضلية التي حلها العام هو (3) $y^2 - 2cx + c \ldots (3)$

الحل: الاشتقاق على الشكل الآتي مرة واحدة:

$2yy' = 2c \ldots (4)$

نعبر c من (4) أي نعوض (4) في (3).

$y^2 = 2yy'x + yy'$

$\Rightarrow$ معادلة من المرتبة الأولى. $y = 2y'x + y''$

مثال 4/ $y = c_1 \cos x + c_2 \sin x$ ..... (5)

أوجد المعادلة التفاضلية التي حلها العام هو (5)

الحل: نشتق مرتين لأن يوجد ثابت

$y' = -c_1 \sin x + c_2 \cos x$ ..... (6)

$y'' = -c_1 \cos x - c_2 \sin x$ ..... (7)

نجمع (5) و (7) نجد

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية $y + y'' = 0$

★ المعادلات من المرتبة الأولى: تنقسم إلى قسمين:

A- معادلات محلولة للمشتق. B- معادلات غير محلولة للمشتق

1- المعادلات المحلولة للمشتق:

إن شكل كل معادلة تفاضلية من المرتبة الأولى هو $f(x, y, y') = 0$ أما المحلولة للمشتق من $y' = f(x, y)$ قد تظهر بالشكل:

$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$

أ- متغيرة المتحولات:

شكلها العام $M(x)dx + N(y)dy = 0$

نكامل مباشرة لنحصل على تكاملها العام.

مثال 5/ أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية.

$x\,dx + (y+1)\,dy = 0$

الحل: متغيرة المتحولات نكامل مباشرة

$\int x\,dx + \int (y+1)\,dy = 0$

$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + y = 0$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

ج- المعادلات التي ترد إلى منفصلة المتحولات:

$$M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$$

ويمكن أن نكتب

$$M_1(x)M_2(y)\,dx + N_1(x)N_2(y)\,dy = 0$$

بالقسمة على $M_1(x)\cdot N_2(y) \neq 0$

$$\frac{M_1(x)}{N_1(x)}\,dx + \frac{N_2(y)}{M_2(y)}\,dy = 0$$

وهي منفصلة المتحولات.

ملاحظة: حل المعادلة $M_2(y)\cdot N_1(x) = 0$ يعطي حلول شاذة.

مثال (6): $(x^2+1)(y^2-1)\,dx + 2xy\,dy = 0$

حل المعادلة. أوجد الحل العام للمعادلة.

الحل: نقسم على $(y^2-1)(x)$

$$\frac{x^2+1}{x}\,dx + \frac{2y}{y^2-1}\,dy = 0$$

نكامل

$$\frac{x^2}{2} + \ln(x) + \ln(y^2-1) = 0$$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - مكتبة A to Z