كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الاولى**

المادة : جبر خطي

المحاضرة : الثالثة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

الطريقة الثانية:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = (a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$= (a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{33} - a_{12}a_{23}a_{31})$$

- مبدأ الحدد تساوي حاصل جمع ناتج الجمع x عناصر القطر الرئيسي + ناتج ضرب العناصر الواقعة على رؤوس المثلث المتشكل من كل ضلع يوازي القطر الرئيسي والرأس الذي يمثل العنصر المقابل للضلع المسندة للقطر.

مثلاً: $a_{12}a_{23}a_{31}$ مطروحة منه بنفس القاعدة ولكن المسندة للقطر الثانوي.

مثال:

$$A = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= (-36 + 4 + 0) - (0 + 6 - 3)$$

$$= -32 - (+3) = -32 - 3 = -35$$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

* صيغ المحدد:

$A=[a_{ij}]_n$ صيغة لنفرض أن العنصر $A\in[a_{ij}]$ إن صيغ عنصر $[a_{ij}]$ من المحدد $|A|$ هو محدد من مرتبة $n-1$ نحصل عليه من المحدد $|A|$ وإن نحذف السطر والعامود الماريين بذلك العنصر ونرمز له بالرمز Δ_{ij}

المتمم الجبري:

إن المتمم الجبري للعنصر $[a_{ij}]$ من المحدد $|A|$ والذي نرمز له بالرمز A_{ij} هو مقدار التالي:

$$A_{ij}=(-1)^{i+j}\Delta_{ij}$$

مثال:

$$A=\begin{vmatrix}1 & 3 & 7\\ 5 & -2 & 9\\ 4 & 2 & -1\end{vmatrix}$$

$$A_{13}=\begin{vmatrix}5 & -2\\ 4 & 2\end{vmatrix}=18$$

$$\Delta_{23}=\begin{vmatrix}1 & 3\\ 4 & 2\end{vmatrix}=-10$$

$$\Delta_{33}=\begin{vmatrix}1 & 3\\ 5 & -2\end{vmatrix}=-17$$

في هذا المثال:

$$\Delta_{13}=(-1)^{2+3}\Delta_{23}$$

$$=-1(-10)=10$$

$$\Delta_{13}=(-1)^{4}\Delta_{13}$$

$$=1(18)=18$$

$$\Delta_{33}=(-1)^{6}\Delta_{33}$$

$$=1(-17)=-17$$

* خواص المحددات:

1. محدد مصفوفة = منقول محدودها.

$$|A|=|A^T|$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

2- قيمة محدد تساوي مجموع حداء عناصر أي سطر أو عمود بـ قيمتها الجبرية يسمى هذه الخاصية بخاصية نشر محدد وصفت أحد الأسطر أو الأعمدة وسنستخدمها لكونها لقيمة محدد من مرتبة n

$$A=\begin{bmatrix}1 & 3 & 7\\ 5 & -2 & 9\\ 4 & 2 & -1\end{bmatrix}$$

$$|A| = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13}$$

$$= 1(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}-2 & 9\\ 2 & -1\end{vmatrix} + 3(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}5 & 9\\ 4 & -1\end{vmatrix} + 7(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}5 & -2\\ 4 & 2\end{vmatrix} = 1(-16) - 3(-41) + 7(18)$$

$$= -233$$

3- محدد مصفوفة مثلثية عليا أو سفلى أو مطرية يساوي إلى حاصل حداء عناصر القطر الرئيسي.

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & -3 & 5\\ 0 & 2 & -1 & 1\\ 0 & 0 & 3 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 4\end{bmatrix} = 1\times2\times3\times4 = 24$$

4- المعادلة بين سطرين أو عمودين في محدد تغير إشارة هذا المحدد دون أن تغير قيمته لاحظ أنه لو أجرينا عدد زوجي من المعادلات لا يحدث تغير في إشارة المحدد بينما لو أجرينا عدد فردي من المعادلات يحدث تغير في إشارة المحدد

5- إذا تساوى عناصر سطرين أو عمودين في محدد كانت قيمته تساوي الصفر

مثال:

$$A=\begin{vmatrix}1 & 3\\ 2 & 3\end{vmatrix} = 0$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

6- إذا ضربنا جميع عناصر أحد الأسطر أو الأعمدة في محدد ما بمقدار سلمي $\lambda \neq 0$ فإننا نضرب قيمة المحدد بهذا المقدار السلمي.

نستنتج أن: في حال وجود عامل مشترك بين جميع العناصر أحد الأسطر أو الأعمدة لمحدد فإنه بالإمكان إخراج هذا العامل المشترك ثم نحسب قيمة المحدد ثم نضرب العامل المشترك بهذه القيمة. في هذه الخاصة إذا افترضنا وجود عامل مشترك $\lambda \neq 0$ في جميع عناصر المحدد من مرتبة n فإنه يتم إخراج العامل المشترك من كل سطر أو من كل عمود على أن الثابت الذي يتم إخراجه من المحدد هو A^n

مثال:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 2 & 8 \\ -2 & 4 & 10 \end{vmatrix} = 2^3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

7- إذا تناسب سطران أو عمودان في محدد كانت قيمته تساوي الصفر

مثال: $A = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 2 \\ -3 & 6 & 9 \end{vmatrix} = 0$ لتناسب السطر الأول والثالث

8- إذا حوى سطراً أو عموداً من الأصفار كانت قيمته تساوي الصفر

9- لا تتغير قيمة المحدد إذا ضربنا جميع عناصر أحد الأسطر أو الأعمدة بمقدار سلمي $\lambda \neq 0$ وأضفنا إلى عناصر المقابلة في سطر أو عمود آخر.

نلاحظ في هذه الخاصة: أن السطر أو العمود الذي طرأ عليه تغيير ليس الذي ضربه بالمقدار السلمي وإنما السطر أو العمود الذي تم إضافته إليه. (سطر i وعمود j)

مثال:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 3 & 3 & -1 \end{vmatrix} \xrightarrow{-2i_1 + i_2} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 9 & -1 \\ 3 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

10- إذا كانت جميع عناصر أحد الأسطر أو الأعمدة تكتب على شكل مجموع محدودين فإنه يمكن كتابة هذا المحدد على شكل مجموع محدودين وضع عناصر هذا السطر أو المحدد على الشكل:

طريقة حساب المحددات:

(1) نشر المحدد وفق سطر أحد الأسطر أو عمود وفق خاصة (2)

(2) تعتبر هذه الطريقة (1) بعد جعل جميع عناصر أحد الأسطر أو الأعمدة أصفاراً باستثناء عنصر (1)

مثال:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 14 \end{vmatrix} \xrightarrow[-4i_3+i_1]{-7i_3+i_2} \begin{vmatrix} & & -1 \\ & & \\ 8 & 9 & 1 \end{vmatrix}$$

تحويل المحدد إلى محدد مطوفة مثلثية عليا أو سفلى نوعاً ما بالتالي نقوم بحساب المحدد عناصر القطر الرئيسي.

انتهت المحاضرة.

بالتوفيق.

الزميلة:

"Alissar Deeb"

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة