كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الاولى**

المادة : احتمالات واحصاء

المحاضرة : السابعة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

* التوزيع الشرطي:

- X و Y متغيرين عشوائيين متقطعين:

	y_1	y_2	y_3
x_1	P_{11}	P_{12}	P_{13}
x_2	P_{21}	P_{22}	P_{23}

$$P_{11} = P(x = x_1), (y = y_1)$$

يعرف الاحتمال الشرطي لـ Y بشرط X

$$P(y = y_i)(x = x_i) = \frac{P_{ij}}{P_i}$$

لـ X بشرط Y

$$P(x = x_i)(y = y_i) = \frac{P_{ij}}{P_i}$$

* إذا كانت

$$P(x = x_i), (y = y_i) = P(y = y_i) \cdot P(x = x_i)$$

ويكون عندئذ X و Y مستقلان احتمالياً

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

مثال

x \ y	-1	0	1	
-1	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{6}{8}$
	$\frac{5}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

المطلوب: 1) أوجد التوزيع الهامشي لكل من X, Y

2) أوجد جدول $X=1$

3) هل X, Y مستقلين

الحل: جدول توزيع Y

y_i	-1	0	1
$P(Y=y_i)$	$\frac{5}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$

جدول توزيع X:

x_i	-1	1
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{8}$	$\frac{6}{8}$

نلاحظ أن $P_{11} = 0 \neq P(X=1) \cdot P(Y=1)$

$\neq \frac{6}{8} \times \frac{1}{8}$

$\leftarrow X, Y$ غير مستقلان احصائياً

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

y	-1	0	1
$P(Y=y), x=1$	$\frac{P(Y=-1, X=1)}{P(X=1)}$	$\frac{P(Y=0, X=1)}{P(X=1)}$	$\frac{P(Y=1), x=1}{P(X=1)}$
	$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{6}{8}} = \frac{2}{3}$	$\frac{\frac{1}{4}}{8} = \frac{1}{3}$	0

y	-1	0	1
$P(Y=1, x=1)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0

اذا

y	-1	0	1
$P(y \mid x=1)$	$\frac{\frac{1}{8}}{\frac{2}{8}} = \frac{1}{2}$	0	$\frac{\frac{1}{8}}{\frac{2}{8}} = \frac{1}{2}$

اذا:

y	-1	0	1
$P(x \mid y=-1)$	$\frac{\frac{1}{8}}{\frac{5}{8}} = \frac{1}{5}$	X	$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{8}} = \frac{4}{5}$

$$P(Y \leq 1, X=1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

ملاحظة: إذا كان X و Y متغيرين عشوائيين ومستمرين لهما تابع كثافة مشترك $f(x,y)$ فإن $f_1(x)$ تابع كثافة هامشي لـ X

و $f_2(y)$ تابع كثافة هامشي لـ Y عندئذٍ تابع كثافة $f(y/x)$

$$f(y/x) = \frac{f(x,y)}{f(x)} \quad , \quad f(x/y) = \frac{f(x,y)}{f(y)}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال: X و Y مستقلتين

$$f(x,y) = \frac{1}{\pi^2 (x^2+y^2+x^2-y^2+1)}$$

$$f_1(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dy$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi^2 (x^2+1)(1+y^2)}\,dy$$

$$= \frac{1}{\pi^2(1+x^2)} \cdot (\arctan y)_{-\infty}^{+\infty} = \frac{1}{\pi^2(1+x^2)} \left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\pi(1+x^2)}$$

بالمثل

$$f_2(y) = \frac{1}{\pi(1+y^2)}$$

$$f(y/x) = \frac{\frac{1}{\pi(1+x^2)(1+y^2)}}{\frac{1}{\pi(1+x^2)}} = \frac{1}{\pi(1+y^2)}$$

نلاحظ أن

$$f(x,y) = f_1(x) \cdot f_2(y)$$

$\Leftarrow$ X و Y مستقلتين احصائياً

كذلك لدينا:

$$f(x,y) = f(y/x) \cdot f_1(x)$$

$$f(x,y) = f(x/y) \cdot f_2(x)$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال: لدينا X و Y من النوع المستمر

$$f(y/x) = \begin{cases} \frac{7+y}{2} & 0<x<y \\ & 0<x<1 \\ 0 & \text{خارج المجال} \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 4x^3 , & 0<x<1 \\ 0 & \text{عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد $f(x,y)$

الحل:

$$f(x,y) = \begin{cases} 14x^4 & 0<x<y \\ & 0<x<1 \\ 0 & \text{عدا ذلك} \end{cases}$$

$$E(x) = Ex_i \cdot p(x = x_i)$$

y	-1	0	1
$p(y/x=1)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	0

$$E(y/x=1) = -1\left(\frac{2}{3}\right) + 0\left(\frac{1}{2}\right) + 0 = -\frac{2}{3}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال:

$X = 1, 2$

$Y = 1, 2, 3$

المطلوب (X, Y) يأخذ القيم

$p(x, y) = c(x + y)$

أوجد c ثم أوجد جدول الاحتمال المشترك

الحل:

$c(1+1) + c(1+2) + c(1+3) + c(2+1)$

$+ c(2+2) + c(2+3) = 1$

$21c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{21}$

$p(x, y) = \frac{1}{21}(x + y)$

x \ y	1	2	3
1	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$
2	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{5}{21}$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة

مكتبة A TO Z

فرع 1
تجمع الكليات(كلية العلوم)

فرع 2
الكورنيش الشرقي جانب MTN

طباعة محاضرات ـ قرطاسية

Mob:0931 497 960